Erddruckberechnung

nach ‚Eurocode 7'
mit empirischen Bodenwerten und Fehleinschätzungen
in den Berechnungsgrundlagen

und

neuer ‚Erddruck-Theorie'
mit realen Bodenkennziffern und auf den
reinen Grundlagen der Physik

Ausgabe
März 2015

Norbert Giesler
Schilfweg 11
34253 Lohfelden

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

In dem Verzeichnis werden die Begriffe Abbildungen (Abb.), Bilder (Bild) und Figuren (Fig.) benutzt, wobei eigene Zeichnungen und Fotografien als „Abbildung“ bezeichnet sind. Grafiken, die aus der Literatur [1] zitiert oder übernommen wurden, tragen die Bezeichnung „Bild“. Den Begriff „Fig.“ nutzt Coulomb im seinem Skizzenblatt.

Auflistung der Illustrationen

Auflistung der Illustrationen

Auflistung der Illustrationen

Auflistung der Illustrationen

Symbolverzeichnis

In der vorliegenden Arbeit werden verschiedene Systeme betrachtet, deren Begrifflichkeiten schnell durcheinandergebracht werden könnten, daher wird zur Verdeutlichung für das neue System (die neuen Erddruck-Theorie) auch eine andere Nomenklatur eingeführt. Sie soll an dieser Stelle als Referenz schon vorgestellt werden. Dabei wird nicht – wie allgemein gängig – mit Hoch- und Tiefstellungen gearbeitet, sondern die jeweiligen Bestandteile werden zur deutlichen Unterscheidung von der derzeitigen Lehre kursiv als eine Art Bausatz hintereinandergeschrieben.

Name	Einheit	Begriffe
		Begriffs- oder Buchstabenerweiterungen:
t		trockener Boden (getrocknet)
i		feuchter Boden (mit Wasser infiltriert, teilgesättigt)
n		nasser Boden (Poren vollständig mit Wasser gefüllt)
w		Wasser im Boden bzw. Boden unter Wasser (mit Auftrieb)
o, u		Ortsbestimmungen oben und unten
r, l		Ortsbestimmungen links und rechts
		Keilabmessungen
a	m	Berechnungstiefe (z. B. in Grabenrichtung)
h	m	Keilhöhe bzw. Berechnungshöhe
he	m	Höhe einer Ersatz- oder Auflast
hl	m	Berechnungshöhe plus Auflasthöhe
ho	m	oberer Teil der Berechnungshöhe
hu	m	unterer Teil der Berechnungshöhe
hm	m	gemittelte Höhe
b	m	Keilbreite bzw. Berechnungsbreite
be	m	Keilbreite einer Ersatz- oder Auflast
bo	m	obere Breite
bor	m	obere rechte Breite
bu	m	untere Breite
bur	m	untere rechte Breite
Δb, Δh	m	Teilbreite/Teilhöhe
bm	m	gemittelte Breite
l	m	Länge der geneigten Ebene
		Keilgrößen
A	m^2	Keilfläche
Ae	m^2	Fläche der Auf- oder Ersatzlast
Aa	m^2	aktive Lastfläche
Ar	m^2	reaktive Lastfläche
Aae	m^2	aktive Lastfläche mit Auflast
Are	m^2	reaktive Lastfläche mit Auflast
V	m^3	Gesamtvolumen
Vo	m^3	Anfangsvolumen
ΔV	m^3	Teilvolumen
$\sum V$	m^3	Summe der Volumina

Name	Einheit	Kürzel, Begriffe
		Winkel
β	°	Neigungswinkel (Winkel der inneren Bodenreibung)
βe	°	Neigungswinkel unter Auflast
βt	°	Neigungswinkel des trockenen Bodens
βi	°	Neigungswinkel des feuchten Bodens
βn	°	Neigungswinkel des nassen Bodens
βw	°	Neigungswinkel des Bodens unter Wasser
βiw	°	Neigungswinkel des feuchten Bodens unter Wasser
βnw	°	Neigungswinkel des nassen Bodens unter Wasser
μ		Reibungszahl: $\mu = \tan \beta t$
s	°	Scherwinkel: $\tan s = (\tan \beta)/2$
s‘	°	Böschungs- oder Schüttwinkel
st	°	Scherwinkel des trockenen Bodens
si	°	Scherwinkel des feuchten Bodens
sn	°	Scherwinkel des nassen Bodens
sw	°	Scherwinkel des Bodens unter Wasser
siw	°	Scherwinkel des feuchten Bodens unter Wasser
snw	°	Scherwinkel des nassen Bodens unter Wasser
		Raumteile
Vp	m³	Volumen des Erdwürfels (Vp = 1,00 m³)
Vf_{90}	m³	Volumen des Felsgesteins (Vf_{90} = 1,00 m³)
Vf	m³	Feststoffvolumen innerhalb einer Bodenart
Vl	m³	Porenvolumen innerhalb einer Bodenart
Vlt	m³	Porenvolumen, vom Wasser unbesetzt (trocken)
Vli	m³	Porenvolumen, teilgesättigt mit Wasser (feucht)
Vln	m³	Porenvolumen, vollständig mit Wasser gefüllt (nass)
Vw	m³	Volumen des Wassers innerhalb einer Bodenart
Vnw	m³	Porenvolumen des nassen Bodens unter Wasser
Vfi	m³	Fiktives Feststoffvolumens eines feuchten Bodens
Vfn	m³	Fiktives Feststoffvolumen eines nassen Bodens
Vfw	m³	Feststoffvolumens des Bodens $Vfw = 2 \cdot Vf/3$
Vfa	m³	Volumen des Auftriebs $Vfa = 1 \cdot Vf/3$
		Bodendichte/Gewichtsteile
p_{90}	t/m³	Dichte des Felsgesteins ohne Poren (harter Basalt p_{90} = 3,0 t/m³)
p_w	t/m³	Dichte des Wassers (p_w = 1,0 t/m³)
P_b	t/m³	Dichte des Betons (P_b = 2,0 bis 2,5 t/m³)
ptg	t/m³	Dichte trockener Böden (Poren besetzt mit Gas/Luft)
pwg	t/m³	Gewichtsteil des Porenwassers
pig	t/m³	Dichte feuchter Böden
png	t/m³	Dichte nasser Böden
piwg	t/m³	Dichte feuchter Böden unter Wasser
pnwg	t/m³	Dichte nasser Böden unter Wasser
dB	Vol.-%	Lagerungsdichte von Böden

Name	Einheit	Kürzel, Begriffe		
		Kräfte im Erdkeil	**Kraftmeter**	
g	m/s²	Fallbeschleunigung → g = 9,807 m/s²		
gi	kN/m²	Kraftzahl (Umrechn.-faktor Kraft zu Kraftmeter)		
G	kN	Gewichtskraft (Zusätze: *t*, *n*, *w*, *l* und *r*)	*gh*	m (dm)
Ga	kN	Auftriebskraft	*ga*	m
Ge	kN	Gewichtskraft einer Auflast	*he*	m
Ee	t	Ersatz- oder Auflast	*e*	m
FN	kN	Normalkraft im *stehenden* Erdkeil	*fn*	m
FH	kN	Hangabtriebskraft im *stehenden* Erdkeil	*fh*	m
Nv	kN	Vertikaler Anteil der Normalkraft im *stehenden* Erdkeil	*nv*	m
Hv	kN	Vertikaler Anteil der Hangabtriebskraft, sonst wie vor.	*hv*	m
Hn	kN	Horizontaler Anteil der Normalkraft, sonst wie vor.	*hn*	m
Hf	kN	Horizontaler Anteil der Hangabtriebskraft, wie vor.	*hf*	m
FR	kN	Reibungskraft	*fr*	m
FT	kN	Normalkraft im *liegenden* Erdkeil	*ft*	m
FL (FS)	kN	Hangabtriebskraft im *liegenden* Erdkeil	*fl (fs)*	m
Lv	kN	Vertikaler Anteil der Normalkraft im *liegenden* Erdkeil	*lv*	m
Ln	kN	Vertikaler Anteil der Hangabtriebskraft, sonst wie vor.	*ln*	m
Lhn	kN	Horizontaler Anteil der Normalkraft, sonst wie vor.	*lhn*	m
Lh	kN	Horizontaler Anteil der Hangabtriebskraft, wie vor.	*lh*	m
Hm	kN	Horizontal-Kräfte, gemittelt (Zusätze: *t*, *n*, *w*, *l* und *r*)	*hm*	m
M	kNm	Moment		
Mb	kNm	Moment Mb um den Punkt B		
		Ortsbezeichnungen		
OKG		Oberkante-Gelände		
OK		Oberkante		
UK		Unterkante		
VK		Vorderkante		
HK		Hinterkante		
WSp		Wasserspiegel		
Stat.		Station		
		Abkürzungen		
DLR		Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt		
DWA		Deutsche Vereinigung für Wasserwirtschaft, Abwasser und Abfall e.V.		
DVWK		Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau		
LMBV		Lausitzer u. Mitteldeutsche Bergbau-Verwaltungsgesellschaft		

1 Einführung

DIN-Normen begleiten Bautätigkeiten von dem Entwurf über die Bauausführung bis hin zur Abrechnung. Sie gelten als ‚anerkannte Regeln der Technik', werden teilweise als gesetzliche Regeln vorgegeben oder in Leistungsverzeichnissen/Bauverträgen verpflichtend zur Anwendung aufgenommen. Die technischen Vorgaben mögen behilflich sein bei der Bewältigung von Bauaufgaben, aber die Berufserfahrung des Verfassers im Bauwesen brachte auch die Erkenntnis, dass selbst eine strikte Anwendung der Normen zu Bauschäden führen kann. Vor allem in dem eigenen Amtsbereich wurde bei der Erkundung von Schäden an neu verlegten Abwasserleitungen festgestellt, dass diese oft ursächlich mit Mängeln in den Regelwerken zur Erddruckermittlung in Verbindung zu bringen waren. Auf diesen Sachverhalt wurde seitens des Verfassers bereits in Fachzeitschriften aufmerksam gemacht [16 und 17]. Diese Hinweise des Verfassers auf mögliche Mängel in den Regelwerken zu der Erddruckberechnung wurden leider von den Aufstellern dieser Vorgaben ignoriert. Es bestand somit Anlass, die erkannten Unstimmigkeiten in den derzeitigen Berechnungsgrundlagen – Eurocode 7 (EC7) und DIN 4085 – als Studie aufzubereiten und diese als Diskussionsgrundlage vorzustellen.

Da beide Regelwerke sich auf die Schriften des Lehrstuhls für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau des Zentrums der Geotechnik der Technischen Universität München (TUM) [1] stützen, werden in der Studie vorrangig die Fehleinschätzungen der Lehre aufgezeigt. Bei der inhaltlichen Gestaltung der Regelwerke weist der Lehrstuhl auf einen maßgeblichen Einfluss der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT) hin, siehe ‚Grundlagen geotechnischer Entwürfe und Ausführungen' [1: S. J.1f.].

Es herrscht die Lehrmeinung vor, dass Erddruck als eine horizontale Spannung sich erst aufbaut, wenn das Erdreich vertikal belastet wird oder sich die den Boden stützende Wand bewegt. Im Regelfall wird diese horizontale Spannung als Erddruckkraft *Ea* über die Körper- oder Gewichtskraft *G* (*F*) des Bodens errechnet. Die Kraft *G* erfasst die Erdmasse der Keilfläche, die begrenzt wird durch die lotrechte rückwärtige Wandfläche, die Geländeoberfläche, die natürliche Neigungs- oder Bruchfläche des Bodens und die Berechnungstiefe *a*. Für die Spannungsermittlung dient derzeit das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium.

Die Lehre gibt vor, dass diese Berechnungsart konform sei mit den Theorien von Coulomb (1736-1806), Christian Otto Mohr (1835-1918) sowie den Grundlagen der Physik. Da – im Gegensatz zu der neuen Theorie – die Lehre sich in ihren Erddruckberechnungen auf empirische Beiwerte und empirische Bodenkenngrößen stützt, besteht Anlass, die von der Lehre aufgezeigten Analogien zu überprüfen und die empirischen Werte durch belegbare Bodenkenngrößen auszutauschen. Diese Prüfung soll insbesondere auf den Grundlagen der Physik aufbauen, wie auf den Newtonschen Axiome, den Vorgaben zur Ermittlung der Federkraft, der Reibungskraft sowie den Regeln zu der ‚geneigten Ebene' und des Keils.

1.1 Allgemeines zum Sachstand

In unserer Umwelt ist eine Vielzahl von Bauwerken dem Erddruck ausgesetzt, wie Stützwände, erdverlegte Rohrleitungen, Tunnelstrecken und einiges mehr. Zudem kann von dem Erdreich zusätzlich aufgenommenes Wasser seine Eigenschaften verändern und dadurch Berghänge ins Rutschen bringen. Medien berichten oft von Bau- und Bergschäden, wobei davon ausgegangen werden kann, dass nur spektakuläre Ereignisse den Weg zur Veröffentlichung finden. Offizielle Angaben zur jährlichen Schadenshöhe sind in der Literatur nicht verfügbar. Lediglich die ATV-DVWK-Umfrage zum ‚Zustand der Kanalisation in Deutschland – Zusammenfassung' zeigt für den sehr kleinen Bereich des öffentlichen Kanalnetzes einen jährlichen Sanierungsbedarf von rd. 1,64 Mrd. Euro und einen Investitionsstau von rd. 45 Mrd. Bedenkt man, dass die privat betriebenen Kanäle auf die doppelte Länge des öffentlichen Netzes geschätzt werden [2], könnte sich der Sanierungsbedarf hier gleichfalls verdoppeln. In einer DWA-Umfrage 2009 sind die Kosten zur Sanierung der öffentlichen Kanäle auf gleichem Niveau geblieben [3]. Da die vorstehenden Angaben zur Schadenshöhe auf freiwilliger Basis erhoben werden und kein Ressortleiter gern über Schäden in seinem Fachbereich berichtet, wären diese Summen, um ein Vielfaches zu erhöhen. Addiert man zu den Kosten der Kanalsanierungen die Kosten zur Schadensbeseitigung in den anderen Bereichen des Bauwesens (Tiefbau, Straßenbau und Ingenieurbau), so kann eine jährliche Schadenssumme in Höhe von rd. 12-15 Mrd. für realitätsnah angesehen werden. Wer kennt nicht die bestürzenden Unglücksfälle des Jahres 2009, insbesondere den Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln und den riesigen Bergrutsch in Nachterstedt? Neben den enormen Sachschäden dürfte die Tötung von Personen hinreichend Grund sein, die Richtigkeit der derzeitigen Erddruckberechnungen und damit die geltenden Regelwerke und Normen kritisch zu hinterfragen. Die vorliegende Studie greift beide Unglücksfälle auf und belegt, dass sich die Ursachen neuzeitlich ohne empirische Bodenkennziffern oder Beiwerte auf den reinen Grundlagen der Physik ermitteln lassen.

1.2 Aufgabenstellung

In den Artikeln [16] und [17] ist auf mögliche Unstimmigkeiten in den Regelwerken zur Erddruckermittlung aufmerksam gemacht worden. Es bleibt somit die Aufgabe, die einzelnen Kontroversen in der Erddruck-Lehre explizit zu benennen und einen Weg aufzuzeigen, zukünftig Bau- und Bergschäden weitestgehend zu vermeiden. Bei der Vorbereitung dieser Studie offenbarte sich, dass es einfacher ist, die ursprünglich beabsichtigte punktuelle Bearbeitung der Lehrmeinung aufgrund der erkannten Widersprüche in den Grundlagen der Lehre aufzugeben und dafür eine neue Erddruck-Theorie zu erarbeiten. Diese neue Theorie geht von räumlichen Kraftfeldern im Erdreich aus, welche unter ständiger Spannung stehen. Natürliche oder künstliche Eingriffe in das Gleichgewicht der Erdkräfte, wie das Auftragen von Lasten auf die Erdoberfläche oder Grabungen, verändern das Spannungsbild im Erdreich. Im Zuge der Wiederherstellung des Gleichgewichts wandeln sich die Eigenschaften der betroffenen Böden, wie Neigungswinkel β und die Dichte.
Da die Bewahrer der Erddruck-Lehre [1] kundtun, dass ihre Berechnungsgrundlagen den Theorien von Coulomb und Mohr sowie den Regeln der Physik – geneigte Ebene – folgen, wird in dieser Studie vorrangig dem aufgezeigten Konsens zu den Regelwerken nachgegangen. Herangezogen werden hierzu auch Fakten des Mehrphasensystems der Feststoffphysik, mit dem derzeit die Volumina von Feststoffen, Flüssigkeiten (Wasser) und Gasen (Luft) in Relation zum Gesamtvolumen gesetzt werden [4: S. 14ff.; 6: S. 2.2–1 und 8: S. 5].

Die Beschäftigung mit der Feststoffphysik führte zu der Erweiterung dieses Systems, so dass heute physikalische Abhängigkeiten zwischen den Eigenschaften von Böden und Wasser aufgezeigt werden können. Die Systemerweiterung erlaubt es, über Raum- und Gewichtsteile von Böden die Dichte, den Neigungswinkel, den Scherwinkel und weitere Eigenschaften trockener, feuchter (teilgesättigter) und nasser (voll gesättigter) Böden oberhalb und unterhalb eines Wasserspiegels zu ermitteln. Über die Bodeneigenschaften lassen sich wechselnde Kraftfelder im Erdreich sowie Bodenbewegungen nachweisen und berechnen. Als Aufgabenstellung werden auch aufgenommen, durch eigene Experimente mögliche Unstimmigkeiten in der derzeitigen Erddruck-Lehre zu untersuchen. Hierzu werden Versuche mit unterschiedlichen Bodenarten und Wasser in einem Glaskasten durchgeführt. Dabei kann Folgendes gezeigt werden: Wird eine Bodeneigenschaft durch äußere Eingriffe (Verdichtung oder Auflockerung) verändert, so wandeln sich auch die übrigen Eigenschaften, wie Neigungswinkel, Scherwinkel sowie die Tragfähigkeit von Böden. Die Erkenntnis, dass jede Bodenart ihren eigenen Neigungswinkel ausbildet und dieser von $\beta = 0{,}6°$ bis ~ 89,4° liegen kann, gab zudem Anlass, den Anstiegswinkel der physikalischen Ebene um den Winkelbereich $\beta > 45°$ zu erweitern [16]. Hier ist zu erkennen, dass ein Boden, der auf seiner Neigungsebene lagert, durch das ihn umgebende Erdreich allseitig eingespannt wird und somit auf der Neigungsebene weder abgleiten noch kippen kann. Feste Körper, die auf eine geneigte Ebene gestellt werden, erfüllen die vorstehenden Eigenschaften nicht und kommen erst auf einer steileren Ebene in Bewegung. Bei der Bestimmung der Bodeneigenschaften blieben Zeitfaktoren, thermische Bedingungen und Wasserbewegungen (Wellenbildungen) unbeachtet.

Nach dem Abgleich der Erddruck-Lehre mit der neuen Erddruck-Theorie wird die Aufgabenstellung um den Nachweis erweitert, dass sich die Ergebnisse der durchgeführten Experimente auf alle Bereiche des Bauwesens übertragen lassen. Für diesen Beleg werden die Berechnungen der Schadensursachen gewählt, die im Jahre 2009 zum Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln und zum Bergrutsch in Nachterstedt geführt haben. Beide Unglücksfälle wurden in den Medien und im Web ausführlich behandelt und von diesen erst kürzlich das Fehlen der Feststellungen zu den Ursachen angemahnt [13]. Das Ausbleiben der angefragten Gutachten zu den Schadensfällen ist nachvollziehbar, wenn man die Unstimmigkeiten in den Vorgaben der Erddruck-Lehre verfolgt. Sofern Gutachten vorliegen, können diese nur auf dem Wissensstand erstellt worden sein, den die derzeitigen Regelwerke und die Lehre vorgeben. Letztlich zeigt die vorliegende Studie auf, dass sich die neue Erddruck-Theorie als ein geschlossenes Berechnungssystem darstellt, mit welchem sich die Bodeneigenschaften wie auch die Kräfte im Erdreich über die reinen Grundlagen der Physik ermitteln lassen [15].

1.3 Aufbau der Arbeit

Es werden zunächst die Definitionen der Erddruck-Lehre und der neuen Erddruck-Theorie beschrieben und über einen Abgleich die unterschiedlichen Thesen vorgestellt. Da zu der Verteilung der Erdspannungen/Erdkräfte die Lehre und die neue Theorie das Regelwerk der geneigten Ebene nutzen, bleibt zunächst anzumerken, dass die Bodenarten unterschiedliche Neigungswinkel von $\beta = 89{,}4°$ bis $\beta = 0{,}6°$ ausbilden. Folglich kann es nicht realistisch sein, für die Erddruckermittlung den Anstiegswinkel der geneigten Ebene auf $\alpha < 45°$ zu begrenzen. Während die Lehre an dieser Vorgabe der geneigten Ebene festhält, hebt die neue Theorie die Begrenzung $\alpha < 45°$ auf. Die Theorie erkennt hierbei, dass jede Bodenart eine Bruch-/Neigungsebene in dem anstehenden Erdreich unter ihrem Neigungswinkel β ausbildet, aber wegen der allseitigen Einspannung innerhalb des Erdreichs auf dieser Ebene nicht abgleiten oder kippen kann. Damit die Lehre über die Vorgaben der geneigten Ebene Hauptspannungen/Kräfte in vektorielle Komponenten zerlegen kann, dreht sie das Spannungsbild des Erdkörpers in die Position der geneigten Ebene. Die aufgezeigte unterschiedliche Art der Spannungs- oder Kraftverteilung macht es möglich, auf die Differenzen zwischen der Coulomb'schen Erddruck-Theorie und dem von der Lehre vorgestellten Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium einzugehen. In ähnlicher Weise wird der von der Lehre aufgezeigten Analogie zwischen der Mohr'schen Spannungstheorie und dem Bruchkriterium nachgegangen. Bei dem Vergleich der Theorien wurden die unterschiedlichen Bezeichnungen von Ebenen und Geraden als störend empfunden. Um hier Abhilfe zu schaffen, wurde über Versuchsanordnungen mit unterschiedlichen Bodenarten und Bodenzuständen die natürliche Lage der Neigungsebene und der Scherebene in den jeweiligen Erdkörpern bestimmt. Die Winkel der Ebenen verändern sich, wenn der Boden Porenwasser aufnimmt oder abgibt, der Boden verdichtet oder aufgelockert oder durch externe Kräfte/Auflasten belastet wird.

Auf die Bedeutungen und Abhängigkeiten der Winkel wird an geeigneter Stelle auf das Berechnungssystem der derzeitigen Erddruck-Lehre und der neuen Erddruck-Theorie eingegangen, siehe physikalische Ebene und Bruchkriterium in dem Abschnitt 2.3.7, S. 34ff. und die neuen Begriffsbezeichnungen auf Seite 240f..

Nach dem Abgleich der unterschiedlichen Theorien zum Erddruck wird eine von dem Verfasser erarbeitete mögliche Erweiterung des derzeitigen Mehrphasensystems der Festkörperphysik vorgestellt. Diese über Versuchsanordnungen abgesicherte Modifikation erlaubt Bodeneigenschaften, wie Dichte und Winkel, über die Trockendichte und das vom Boden aufgenommene Wasser exakt zu ermitteln, siehe Kapitel 3. Die Übereinstimmung der errechneten mit den realen Bodeneigenschaften wird durch die angekündigten Experimente in dem nachstehend beschriebenen Glaskasten mit unterschiedlichen Böden überprüft.

1.4 Material und Methoden

In der Lehre werden die Erddruck-Lehre von Coulomb und die Spannungstheorie von Mohr als das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium definiert. Das Kriterium bildet die Grundlage der bisherigen Erddruckermittlung in Deutschland [1: S. I.3-5 und 1: S. P.7ff.]. Es bleibt somit abzuklären, welcher Part des Mohr-Coulomb'schen Bruchkriteriums der Erddruck-Theorie von Coulomb (Unterkapitel 2.3.3, S. 24) und welcher dem Mohr'schen Spannungskreis folgt [7: S. 385-412]. Diese Klärung wird als vorrangig betrachtet, weil Coulomb und die Lehre die Gewichtskraft G, die für eine Erddruckberechnung benötigt wird, auf die gleiche Art über die Keilfläche hinter der lotrechten Wand ermitteln. Bei der Berechnung der Erdkräfte bzw. Spannungen aber gehen beide unterschiedliche Wege. Während Coulomb die Erdkräfte in die Fläche der Gewichtskraft einzeichnet (Fig. 7, S. 26), dreht die Lehre den Erdkeil, um daraus die Erdspannungen gegen die lotrechte Wand zu berechnen (Abb. 13 u. 14, S. 38). Die Lehre sieht zudem ein Spannungsungleichgewicht im Erdreich, welches sie durch die Einführung des empirischen Beiwerts K_0 aufheben möchte [1: S. P.3ff.]. Die Lehre erreicht mit der Spiegelung der Keilfläche eine Konzentration der Kräfte G, Q und E_a in einem Punkt der Neigungsebene (Drittelpunkt der Bruchgeraden) und gibt vor, Erdspannungen so nach geneigter Ebene berechnen zu können. Die Zulässigkeit der Spannungsspiegelung wird

begründet mit der Mohr'schen Spannungstheorie, nach der Hauptspannungen über Transformationsgleichungen variiert und deren neue Werte auf einfache Art innerhalb des Spannungskreises bestimmt werden können [1: S. I.4ff.].
Zusätzliche Spannungen sieht die Lehre in einer Kohäsion und in einer Wandreibung zwischen der Wand und dem anstehenden Boden hinter der Wand, die den Kraftfluss, die Kraftgröße und die Kraftrichtung im Erdreich bestimmen können. Die derzeitige Erddruckberechnung wird in der DIN 4085 beschrieben. Der Beiwert K_0, K_a und weitere empirische Bodenkennwerte können den Tabellen der DIN 18196, DIN 18300 und DIN 1054 entnommen werden.
Es bleibt in der Studie den Fragen nachzugehen, ob die Thesen der Lehre zu dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium stimmig sind und die Erddruckermittlung nach dem Bruchkriterium konform mit dem physikalischen Gesetz der geneigten Ebene ist [15: S. 55ff.]. Um fundiert auf die Fragen antworten zu können, sind die erwähnten Experimente in dem dargestellten Glaskasten ausgeführt worden.

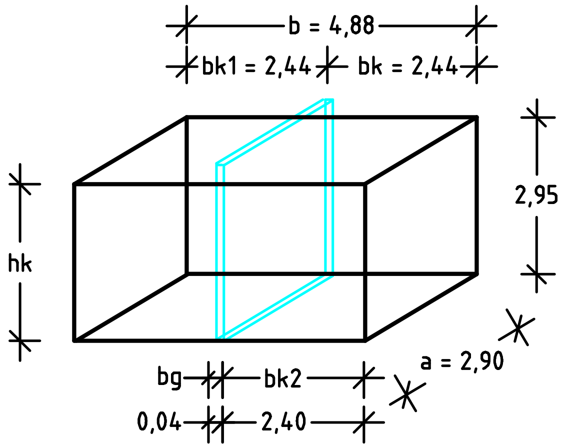


Abb. 1 zeigt den Glaskasten und seine Abmessungen.

Der Kasten, der mittig durch eine herausnehmbare Glasscheibe in zwei Kammern unterteilt werden kann, besitzt folgende Innenabmessungen: Gesamthöhe *hk* = 2,95 dm, Gesamtbreite *b* = 4,88 dm, Tiefe *a* = 2,90 dm, Breiten der Kammern bk_1 = 2,44 dm und bk_2 = 2,40 dm, Breite der losen, zwischen Arretierungen in den Kasten eingestellten Glasscheibe *bg* = 0,04 dm. Die Fugen zwischen der Trennscheibe und dem Glaskasten sind nicht abgedichtet, so dass in die eine Kammer eingefülltes Wasser in die andere Kammer gelangen kann. Der zeitliche Rahmen dieser Infiltration ist durch das Ziehen der trennenden Glasscheibe beeinflussbar. Mit dem Gesamtinhalt *V* = 41,75 dm³ des Glaskastens steht für Versuche ein Mehrfaches des Volumens zur Verfügung, welches die DIN 18137–1 /–2 für Erdkörper vorgibt, an denen die Messung der Scherfestigkeit und des Scherwinkels φ vorgenommen werden. In den vorgenannten DIN werden Zylindergrößen beschrieben mit dem Volumen V = 0,87 dm³ (Ø 1,05 dm und Höhe 1,00 dm) sowie dem Volumen V = 2,21 dm³ (Ø 1,50 dm und Höhe 1,25 dm). Im Vergleich der Volumina dürften die Messergebnisse der hier verwendeten Versuchsanordnung aussagekräftiger einzustufen sein als jene, die bei Experimenten mit kleineren Dimensionen zu erzielen wären.

Für die Versuchsanordnungen in dem Glaskasten wurden gewählt: Sand, lehmhaltiger Boden, Bentonit-Granulat, Basaltgrus 0/3 mm, Wasser sowie Watte als leicht verformbarer Boden. Das Volumen und das Gewicht der einzelnen Zugaben (außer Watte) wurden vor ihrem Einbau in die breitere Kammer bestimmt. Bodenmischungen wurden zunächst in einem größeren Behälter vorbereitet und danach in den Glaskasten eingefüllt. Vor der Höhenmessung wurde die Oberfläche der Böden ohne Druckausübung mit einer Spitzkelle geglättet. Die Bildung kleinerer Unebenheiten war unvermeidlich und wurde hingenommen. Wasser, welches in die schmalere Kammer eingefüllt wurde, konnte sich – wie erwähnt – durch die Fugen zwischen den Behälterwänden und der eingestellten Glasscheibe ausbreiten. Bei den Experimenten wurde die Glasscheibe ruckartig gezogen. Die beim Abgleiten des Bodens entstandenen Ebenen wurden vermessen und die Messwerte mit den Höhen, Breiten und Winkel verglichen, die über die Raum- und Gewichtsteile des Bodens errechnet wurden.

Zum Nachweis, dass die Ergebnisse vergleichbar sind, wurden drei Versuche pro Experiment mit unterschiedlichen Bodenarten ausgeführt. Nach zunehmender Einsicht, dass die Ergebnisse der Experimente im Glaskasten mit den Berechnungsergebnissen übereinstimmen, wurden die Versuchsdurchführungen generell auf jeweils einen Versuch beschränkt, dafür das Experiment aber um unterschiedliche Füllhöhen oder Körperformen erweitert. Insgesamt wurden ca. 50 Versuche durchgeführt, wobei sich durch unbrauchbare Fotoaufnahmen die publizierbaren Versuchsanordnungen auf 38 reduzieren. Über diese Experimente wurde insbesondere der natürliche Neigungswinkel β von Böden in trockenem, feuchtem oder nassem Zustand sowie von Böden unter Wasser (Grundwasserspiegel) bestimmt. Zudem ergab die Vernetzung der Versuchsergebnisse, d. h. die Übertragung von Eigenschaften trockener Böden auf feuchte oder nasse Böden und umgekehrt, zusätzliche Erkenntnisse zu dem allgemeinen Bodenverhalten.

Zu dem Nachweis, dass die Ergebnisse der Versuchsanordnungen übertragbar sind auf größere Projekte des Erdbaus, wird mit diesen Grundlagen den Schadensursachen nachgegangen, die möglicherweise zum Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln und zum Bergrutsch in Nachterstedt geführt haben könnten. Unterlagen für diese Objekte waren von den verantwortlichen Behörden jedoch nicht zu erhalten. Lediglich das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) [H] stellte Lagepläne und Profilschnitte vorher/nachher zum Nachvollzug des Bergrutsches zur Verfügung. Weitere Informationen zu den Ereignissen konnten nur aus Medienberichten und Fotostrecken entnommen werden [11 u. 12]. Zum U-Bahnbau in Köln wurden aus den Unterlagen [B, C u. D] bautechnische Annahmen abgeleitet und nach diesen die Berechnung der Schadensursache ausgerichtet. Sollten die getroffenen Annahmen korrekturbedürftig sein, könnten diese durch reale Maße oder Fakten ersetzt und die Berechnung auf einfachste Art durch Dritte wiederholt werden.

Zu der Darstellung der Unterschiede zwischen der Erddruck-Lehre, den Theorien von Coulomb und Mohr, den physikalischen Gesetzgebungen sowie der neuen Erddruck-Theorie war es erforderlich, für die neue Theorie andere als die bestehenden Kürzel, Begriffe und Begriffsbedeutungen zu wählen. Nach erhoffter Diskussion über die Erddruck-Theorie können die neuen Begriffe wieder den Belangen der Geologie, der Physik und der Mathematik angepasst werden. Wie erwähnt, sind die neuen Begriffsbedeutungen auf Seite 240ff. erläutert.

2 Thesen zum Erddruck und deren Würdigung

Zur Einführung in das Thema ‚Erddruckberechnung' werden die Grundlagen der Lehre und der neuen Erddruck-Theorie zunächst vorgestellt und danach miteinander verglichen. Durch Versuchsanordnungen wird aufgezeigt, ob sich Theorie und Praxis miteinander in Einklang bringen lassen.

2.1 Definitionen zur Erddruck-Lehre

Die Lehrmeinung zum Erddruck ist zusammengefasst in den Schriften des Lehrstuhls für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau des Zentrums der Geotechnik der Technischen Universität München (TUM) [1]. Hiernach entsteht bei einem Boden, auf dessen Geländeoberfläche Lasten oder Kräfte aufgetragen werden, wie bei einem Feststoff – z. B. Felsgestein, Beton, Metall etc. – nur eine Materialbeanspruchung parallel zur senkrechten Kraftrichtung. Erst bei nachgiebiger Stützung baut sich im Boden eine Querkontraktion auf, d. h. es bilden sich neben den vertikalen Spannungen im Erdreich auch horizontale aus. Zur Mobilisierung des Erdwiderstandes eines Bodens hinter einer starren Wand werden eine Parallelverschiebung, eine Kopfpunkt- oder eine Fußpunktdrehung der Wand angenommen [1: S. P.22ff.].

Die derzeitige Lehre zeigt auf, dass anders als bei einer Flüssigkeit ein Boden, der seine seitliche Stützung durch die Wand verliert, Schubspannungen, die den Bewegungsdrang des Bodens mindern [1: S. P.1f.]. Der durch diese Mobilisierung des Erdreichs entstehende horizontale Druck gegen die Wand wird verkürzt „Erddruck" genannt. Er wirkt in der Regel nicht senkrecht auf die belastete Wandfläche, sondern bildet mit der Flächennormalen einen Erddruckneigungswinkel δ_a bzw. δ_p aus, der bei optimaler Verzahnung des Bodens mit der Wand maximal den Reibungswinkel φ' des Bodens annehmen kann. Wandreibungskräfte, wie sie in der Silotheorie nach Janssen beschrieben werden, können zwischen dem anstehenden Boden und der erdberührten Wandfläche auftreten und den Erddruck gegen die Wand reduzieren. Entfällt eine Relativverschiebung zwischen Wand und Boden, so wird der entstehende Erddruck minimaler bzw. aktiver Erddruck E_a genannt. Der aktive Erddruck kann null sein, wenn hinter der Wand Boden (oder Fels) ansteht mit ausreichend hoher Kohäsion. Als maximaler oder passiver Erddruck E_p wird der Druck bezeichnet, der nötig ist, wenn die seitliche Stützung (Wand) gegen den Boden verschoben werden soll.

Der Erdruhedruck E_0 zeigt die Erdkraft eines ungestörten Erdkörpers an, dessen Bodenteilchen nach ihrer Sedimentation keinem weiteren Strukturwandel unterliegen [1: S. P.2]. Die Lehre sieht die Gleichgewichtsbedingung im Erdreich allein durch die Bodendichte γ für nicht gegeben, insbesondere nicht in der horizontalen Spannungsebene. Sie führt zum Ausgleich dieses Mangels Grenzfälle ein (wie den aktiven, erhöhten aktiven und passiven Erddruck) und ordnet ihnen zur Gleichgewichtsherstellung einen Erddruckbeiwert K (K_a, K_0, K_p) zu. Die Grenzfälle werden begründet durch die zuvor beschriebenen Relativverschiebungen der stützenden Wand, die infolgedessen auch unterschiedliche Erddrücke gegen die Wand erzeugen müssten [1: S. P.3ff.]. Neben den Grenzfällen unterscheidet die Lehre in ihren Berechnungen bindige und nichtbindige Böden, deren Eigenschaften auf empirisch gefundenen Werten beruhen, siehe DIN 18196:2006 [1: S. J.3]. Die Lehre zeigt damit an, dass die Angaben zu den Bodenwerten (Scherfestigkeit, Einflussgröße und Dichte) auf Erfahrungswerten basieren [1: S. I.19].
Bei der Kraftermittlung stützt sich die Lehre auf das ‚Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium' und stellt dieses als Kombination der Thesen von Coulomb und Mohr vor. Zudem weist sie auf die Gleichheit der Spannungsverteilung nach dem Bruchkriterium und der physikalischen Ebene hin. Die Angriffshöhe der aus der Gewichtskraft G errechneten Erddruckkraft gegen die belastete Wand legt die Lehre generell für alle Bodenarten gleich auf 1/3 der Wandhöhe h fest. Der anzusetzende Erddruckneigungswinkel δ_a bzw. δ_p ist beeinflussbar durch den Winkel der erdberührten Wandfläche, den Wandreibungswinkel und die Bodenkohäsion, siehe [1: S. I.4f.; 1: S. P.7ff. und S. P.11f.].

2.2 Definitionen zur neuen Erddruck-Theorie

Die neue Erddruck-Theorie nutzt das Mehrphasensystem der Festkörperphysik [4: S 14ff], [5: S. 47ff], [6: S, 2.2–1] und [8: S. 5], wobei zu den bisherigen Darstellungen des Bodenaufbaus und des Bodenverhaltens weitere Erkenntnisse des Autors hinzugefügt werden, die sich aus den durchgeführten Experimenten mit unterschiedlichen Böden über und unter Wasser ergeben haben. Als Basis der Überlegungen wird – wie in der Lehre – ein idealisiertes, porenloses Felsgestein angenommen, welches im Spannungsverhalten einem Feststoff, z. B. Beton, Metall etc., gleichgestellt wird. Dieses Felsgestein, welches bei Materialbeanspruchung nur Spannungen parallel zur senkrechten Kraftrichtung ausbilden kann, wird zur Ermittlung von Bodeneigenschaften durch Erosionen angesetzt, welche Poren in dem Gestein entstehen lassen sollen. In freier Natur würden die durch die Erosion gelösten Felspartikel von den Einflüssen des Wetters abgetragen und das Felsvolumen dadurch reduziert werden. Nimmt man aber an, dass die Felspartikel und die entstandenen Poren an dem unverwitterten Fels haften bleiben, vergrößert sich das Anfangsvolumen des Felsgesteins um das Porenvolumen. Zeitgerafft dargestellt bildet sich mit jeder Erosionsphase ein anderes Gesteinsgefüge aus, bis letztlich durch die Porenmehrung aus einem harten Felsen der Bodenzustand ‚Staub/Urstaub' entsteht. Alle Bodenarten können somit als Zerfallsprodukte ihrer Ursprungsgesteine gesehen werden, die sich durch ihre Porenbildung von dem anfänglich harten Felsgestein (z. B. Basalt) unterscheiden. Aus dem Anfangsvolumen des Felsgesteins und dem jeweiligen Porenzuwachs konnte bei trockenen Böden über das Verhältnis von dem Feststoffvolumen Vf zu dem Porenvolumen Vl (Raumteile von Böden) die Reibungszahl μ errechnet werden, die damit gleich ist dem Tangens des Neigungswinkels βt. Setzt man die Trockendichte des idealisierten Basaltgesteins mit $\gamma = G/V = 3{,}0$ t/m³ an [6: S. 2.2–2], lassen sich über das Feststoffvolumen einer Bodenart die Trockendichte und der Neigungswinkel dieser Bodenart errechnen und stufenlos zwischen den Winkeln $\beta t = 89{,}4°$ und $\beta t = 0{,}6°$ in den sogenannten ‚Halbkreis der Bodenarten' einordnen, siehe Abb. 33, S. 57.

Betrachtet man die Eigenschaften von Fels und Staub weiter, kann davon ausgegangen werden, dass Erdmassen, die oberhalb der natürlichen Neigungsebene (geneigte Ebene) lagern, infolge ihres Eigengewichts und der Gravitation einen Bewegungsdrang innerhalb der Masse aufbauen können. Zu der Förderung innerer Spannungen oder Kräfte in dem Erdreich bedarf es daher keiner äußeren Mobilisierung der Böden durch eine Bewegung der den Erdkeil stützenden Wand. Da auch die Bodenphysik Böden nicht als feste Masse sieht, kann der Lehre nicht gefolgt werden, wenn sie einem Boden hinter einer unverrückbaren starren Wand, d. h. ohne Querkontraktion in dem Erdreich, nur vertikale Kräfte zuordnet und damit die Entstehung horizontaler Kräfte in dem Boden verneint. Würde man der derzeitigen Lehre folgen, dürfte ein Boden, der gegen eine unverrückbare Felswand eingebaut wird, keine horizontalen Spannungen gegen diese Wand erzeugen können. Die neue Erddruck-Theorie kann dieser These nicht folgen, da das Verhältnis von Feststoff- zu Porenvolumen im Boden permanent das Wirken von Dichte und Winkel im Boden beeinflusst und somit auch ständige Spannungen in dem Erdreich entstehen lässt. Diese Spannungen/Kräfte halten zudem das Gleichgewicht im Erdreich. Kleinere externe Krafteinflüsse auf den anstehenden Boden können über seine Neigungsebenen abgetragen werden, siehe Abb. 2. Für größere Ereignissen (Beben) reichen die Reibungskräfte in den Neigungsebenen nicht mehr aus, so dass der Kraftüberschuss über Bodenbewegungen ausgeglichen werden muss. Die neue Theorie setzt auf ein Netzwerk vertikaler und horizontaler Kräfte im Erdreich (Abb. 2) und steht damit im Gegensatz zur Lehrmeinung, die ohne externe Mobilisierung einer Querkontraktion im Boden nur eine vertikale Kraftrichtung sieht.

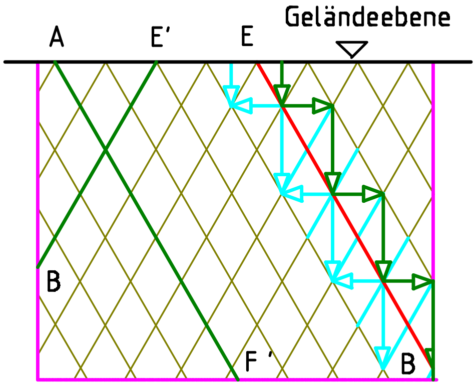


Abb. 2 zeigt in dem Erdreich das angenommene Netzwerk der Neigungsebenen mit den vertikalen und horizontalen Erdspannungen.

Die Gleichgewichtsbedingung im Erdreich lässt sich erkennen, wenn man mehrere Erdblöcke einer Bodenart nebeneinanderstellt (Abb. 3).

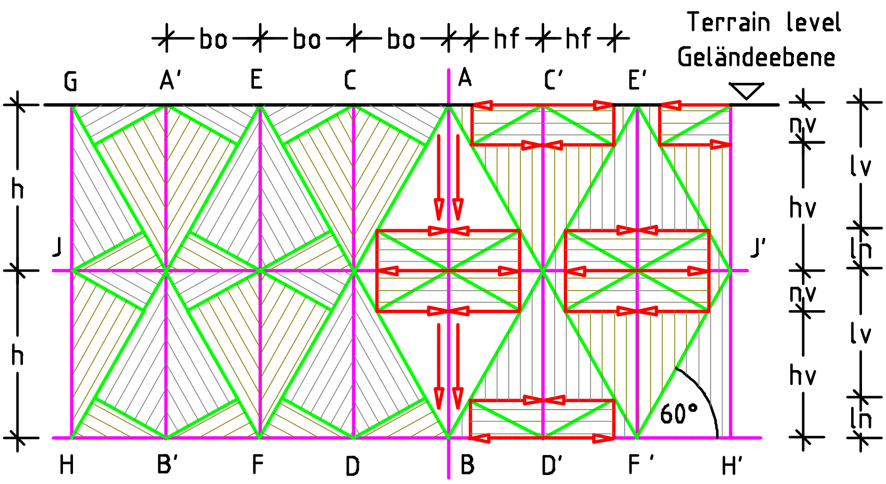


Abb. 3 zeigt links aktive und reaktive Kraftflächen und rechts die vertikalen und horizontalen Kraftkomponenten der Gewichtskraft *G* des Bodens.

Als Erdblock wird in der Erddruck-Theorie ein Erdkörper benannt, dessen Höhen-/Breiten-Verhältnis dem Tangens tan β entspricht, wobei sich damit die Neigungsebene als Diagonale in der Ansichtsfläche des Blocks zeigt. Die Blocktiefe wird mit a bezeichnet.

Nach eigener Sicht hängt der Bewegungsdrang eines Bodens im Wesentlichen von seinem Porengehalt ab. Füllt sich das Porengefüge trockener Böden mit Wasser, so wird ein Boden mit geringem Porenanteil eher das Spannungsverhalten von einem porenlosen Fels einnehmen und ein Boden mit hohen Porenanteil (Urstaub) sich dem Verhalten von Flüssigkeiten nähern. Die eindeutige Beschreibung einer Bodenart über die Dichte und den Winkel β macht es möglich, auf die bisherige Unterteilung der Bodenarten nach den magmatischen, metamorphen oder sedimentären Ursprungsgesteinen ebenso zu verzichten wie auf die Einteilung nichtbindige und bindige Böden. Der vorstehende Verzicht auf eine Unterteilung der Bodenarten kann auch daraus abgeleitet werden, dass die Lehre und die neue Theorie ausschließlich die Gewichtskraft/Körperkraft G des Erdkeils zur Ermittlung der Erddruckkraft Ea heranzieht, d. h. besondere Merkmale der Ursprungsgesteine, wie Korngröße oder der Art der Lagerung, finden bisher in den Erddruckermittlungen keine Berücksichtigung.

Die neue Erddruck-Theorie folgt dem Energiewandel, der sich beim Betrieb einer Sanduhr einstellt. Es wird an eine Sanduhr gedacht, die sich aus zwei vertikal gespiegelten Hohlkegeln zusammensetzt und über eine Öffnung verbunden sind. Füllt man den unteren Kegel mit Sand, so bildet sich der Schwerpunkt des Füllguts in dem unteren Drittel der Kegelhöhe aus. Der Sandkegel bleibt passiv. Dreht man den unteren Kegel nach oben, wird der Masse Energie zugeführt und der ursprünglich passive Füllstoff wird aktiv. Sein Schwerpunkt ist nun in dem oberen Kegel und dort in dem oberen Drittel der Kegelhöhe zu finden.

Nimmt man weiter an, dass die Neigung der Behälterwände der Scherebene des Sandes (tan s = tan β /2) entspricht, dann würde der Sand in dem unteren Behälter sich weder weiter ausbreiten noch horizontale Kräfte gegen die Behälterwand erzeugen können. Dreht man den Behälter und der Sand kommt wieder nach oben, dann ändert sich bei gleicher Füllmenge wohl die Füllhöhe, nicht aber die Kraftausbildung gegen die Behälterwand. Somit lässt sich aus dem Systemder Sanduhr ableiten, dass nur der Füllstoff aktiv und energiegeladenen ist, wenn dieser die Form eines auf der Spitze stehenden Kegels einnimmt. Hingegen verliert der Füllstoff die gestaute Energie, wenn sich seine Form in einen Kegel wandelt, dessen Spitze nach oben zeigt. Die Ausrichtung der Keilspitze eines Erdkörpers bestimmt damit auch die Kraftverteilung in dem Körper. Würde man den auf der Spitze stehenden Erdkeil hinter eine fiktive Wand stellen und dem Boden anschließend seinen Halt an der Wand nehmen, so wird nur das halbe Keilvolumen abgleiten, Versuch 1, Abb. 15, S. 41. Gleich dem Volumen würde sich auch die gestaute Energie teilen und in konträren Richtungen das Gleichgewicht der Kräfte links und rechts der imaginären Wand halten.

Für die Kraftermittlung wird in der Regel die Berechnungstiefe a = 1,00 m vorgegeben, so dass die Kräfte anstatt über das Erdvolumen über die Kraftfläche des Bodens errechnet werden können. Die Keilfläche *Ao* eines stehenden Erdkeils, die sich an die lotrechte Wand anlehnt, wird bestimmt durch die vorgegebene Wandhöhe h und den Neigungswinkel β der Bodenart. Der die Wand belastende Erdkeil steht damit auf seiner Spitze, so dass der Winkel β zwischen der Horizontalen und dem Anstieg der Neigungsebene zu messen ist. Bei einer vorgegebenen Berechnungstiefe a = 1,00 m wird die Gewichtskraft G ermittelt über die Keilfläche *Ao*, multipliziert mit der Bodendichte *ptg* (*png*…) und der Fallbeschleunigung g. Die Gewichtskraft G wirkt vertikal und nimmt die Lage hinter der den Boden abstützenden Wandfläche ein. Die Aufteilung der Kraftfläche in die Flächen der Normalkraft und der Hangabtriebskraft erfolgt gemäß den erweiterten Regeln zu der physikalischen Ebene. Damit entsprechen die Berechnung der Gewichtskraft G, die Lage der Gewichtskraft in dem Erdkeil und die Kraftverteilung der klassischen Erddruck-Theorie von Coulomb, siehe Abb. 9, S. 25.

Bei der Kraftverteilung innerhalb des Erdkeils zeigt sich, dass bei der vorgestellten Bodenart die Normalkraft *FN* von der lotrechten Wand wegführt und die Hangabtriebskraft *FH* zur Wand zuläuft, siehe hierzu Abb. 7, S. 21. Zudem offenbart sich, dass die Kräfte *FN* und *FH* zur Gewichtskraft G im gleichen Verhältnis stehen wie deren Keilflächen, d. h. die Addition der Kraftflächen *FN* plus *FH* ergibt die Kraftfläche der Gewichtskraft G. Die Horizontalkräfte aus der Normalkraft *Hn* und der Hangabtriebskraft *Hf* sind stets gleich, nehmen aber konträre Richtungen ein. Die vertikale Kraftkomponente *Nv* der Normalkraft *FN* und die vertikale Kraftkomponente *Hv* der Hangabtriebskraft *FH* ergeben addiert wieder die Gewichtskraft G, siehe Unterkapitel 2.3.5, Abb. 10 bis 12, S. 31f.. Weitere Kräfte und ihre Kraftmeter werden an anderer Stelle noch vorgestellt.

Boden, dem der Halt an der stützenden Wand genommen wird, gleitet auf der Neigungsebene ab und bildet, falls er beim Abgleiten nicht auflockert, als obere Begrenzung die natürliche Scherebene mit dem Scherwinkel s aus. Die Größe des Winkels bestimmt sich über den halben Tangens des Neigungswinkels: $\tan s = (\tan \beta) / 2$. Würde man, wie die Lehre zur Mobilisierung der Querkontraktion vorgibt, Lasten oder Kräfte auf die Geländeoberfläche auftragen, würde sich der natürliche Neigungswinkel des Bodens und mit ihm die Größe des Erdkeils, die Gewichtskraft und alle übrigen Kräfte oder Spannungen im Boden verändern. In ähnlicher Weise wandeln sich die Bodeneigenschaften, wenn Boden verdichtet oder aufgelockert wird. Die Ermittlung des Neigungswinkels feuchter und nasser Böden über und unter Wasser wird vorgestellt in Kapitel 3.

2.3 Thesen von Lehre und neuer Theorie im Vergleich

Die Erddruck-Lehre betrachtet Böden als feste Körper, die einer Materialbeanspruchung parallel zur senkrechten Kraftrichtung unterliegen. Erst bei nachgiebiger seitlicher Stützung entsteht eine Querkontraktion und damit treten horizontale Kräfte im Boden auf. Zudem sieht sie die Gleichgewichtsbedingung in Boden als nicht gegeben an und führt zum Ausgleich den empirischen Erddruckbeiwert K ein [1: S. P.3f.]. Die neue Theorie hingegen benötigt keine Verdrehung oder Parallelverschiebung der den Boden stützenden Wand, um horizontale Kräfte im Boden zu wecken. Sie sieht die Entstehung horizontaler Kräfte in der Umlenkung vertikaler Erdspannungen auf der Neigungsebene der Böden. Diese Kräfte sind immerwährend und halten das Spannungsgleichgewicht in den Erdschichten. Das Größenverhältnis zwischen vertikalen und horizontalen Kräften wird bestimmt durch den natürlichen Neigungswinkel der jeweiligen Bodenart, der in direkter Abhängigkeit zur Bodendichte steht.

Die Lehre setzt in ihren Erddruckberechnungen empirische Werte für die Bodendichte ein und reduziert über den Ansatz des Beiwerts $K < 1{,}00$ die Keilfläche des belastenden Bodens, so dass zwischen der Gewichtskraft G der Lehre und der Gewichtskraft G nach neuer Theorie ein Unterschied entsteht. Diese geminderte Gewichtskraft G führt bei der Lehre zu einem geringeren Erddruck. Zudem setzt die Lehre für alle Bodenarten gleich die Erddruckkraft in 1/3 der Wandhöhe h gegen die lotrechte Wand an und sieht Minderungen der Kraft

durch mögliche Winkelabweichungen von der horizontalen Lage der Kraft infolge des Einflusses von Wandneigung, Wandreibung und Bodenkohäsion [1: S. P.2 und S. P.10ff.].
Die neue Theorie benötigt keine empirischen Werte in ihren Erddruckermittlungen und erkennt das Gleichgewicht der Erdkräfte als gegeben. Durch die Erweiterung des **Mehrphasensystems der Festkörperphysik** können bei Kenntnis einer Bodeneigenschaft alle übrigen errechnet werden (Dichte *ptg*, Neigungswinkel β, Scherwinkel s u. a.). Experimente haben gezeigt, dass sich die Winkel verändern, wenn externe Kräfte auf den Erdkörper aufgetragen werden. Somit lässt sich aus den Versuchen ableiten, dass der ‚natürliche Scherwinkel' s der Böden in freier Natur nicht identisch sein kann mit dem Scherwinkel φ' der Lehre, der über Scherversuche mit externen Kräften auf Bodenproben/Erdkörper ermittelt wird.
Ebenso konnten Einwirkungen auf die Richtung der Erddruckkraft durch eine Wandreibung oder eine Kohäsion nicht gesehen werden. Nach den physikalischen Regeln setzt eine Wandreibung eine Bewegung voraus, die im Normalfall hier nicht vorhanden ist, und eine Bodenkohäsion kann durch ihre haftende Wirkung möglicherweise Bodenbewegungen verlangsamen, aber nicht aufhalten. Bekannt hierzu ist, dass eine Kohäsion sich ohne Wasser nicht entwickeln kann.
Die Lehre gibt zudem vor, dass das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium auf den Thesen von Coulomb und Mohr aufbaut und zur Ermittlung von Erdspannungen geeignet sei. In der Studie wird nachgewiesen, dass die Theorie von Coulomb im Bruchkriterium keine Beachtung findet und die Theorie von Mohr durch die Einbindung externer Spannungen in den Spannungskreis von der Lehre möglicherweise unzulässig erweitert worden ist.
Auch der These der angeblichen Gleichheit, welche die Lehre zwischen der Spannungsverteilung nach dem Bruchkriterium und der physikalischen Ebene sieht, kann nicht gefolgt werden, weil die Lehre das ursprünglichen Kraft- oder Spannungsbild in die geneigte Ebene dreht, siehe Berechnungsbeispiel und Abb. 13 und 14, S. 38ff. Weitere detaillierte Begründungen zu den möglichen Fehleinschätzungen bei der Erschaffung des Bruchkriteriums folgen.

2.3.1 Physikalische Größen von geneigter Ebene und Keil

Zum Nachvollzug der physikalischen Gesetzmäßigkeiten zur geneigten Ebene und zum Keil werden diese wörtlich aus dem Taschenbuch der Physik übernommen [15: 5.5.6-5.5.7]. Der Anstieg der ‚geneigten Ebene' ist durch den Winkel $\alpha < 45°$ beschränkt, da im Regelfall davon auszugehen ist, dass selbst ein rechteckiger Körper von einem Abgleiten auf einer steileren Ebene durch die Reibungskräfte zwischen dem Körper und Oberfläche nicht bewahrt werden kann, siehe nachstehende Abb. 4.

In diesen Betrachtungen ist nicht eingeschlossen, dass ein Körper auf eine geneigte Ebene gestellt, auch dann horizontale Kräfte erzeugt, wenn er durch ein Hindernis an seinem Abgleiten gehindert wird. Z. B. könnte man sich hierzu ein Auto vorstellen, welches auf einem abschüssigen Gelände gegen eine dort befindliche Wand gestellt wird. Auch bei dieser Stellung würde das Auto über seine Stoßstange aus der Gewichtskraft eine horizontale Kraft gegen die Wand übertragen, wobei deren Größe abhängig wäre von dem Gewicht des Autos und dem Neigungswinkel des abschüssigen Geländes.

Zur ‚geneigter Ebene' folgen Zitate aus dem Taschenbuch der Physik.

Abschnitt 5.5.6 Geneigte Ebene

Darunter versteht man eine Ebene, die gegen die Horizontale geneigt ist, früher als schiefe *Ebene bezeichnet.*

Geneigte Ebene	
G	*Gewichtskraft des Körpers*
F_H	*Hangabtriebskraft*
F_N	*Normalkraft*
b	*Basis der geneigten Ebene*
l	*Länge der geneigten Ebene*
h	*Höhe der geneigten Ebene*
α	*Neigungswinkel (neu β)*

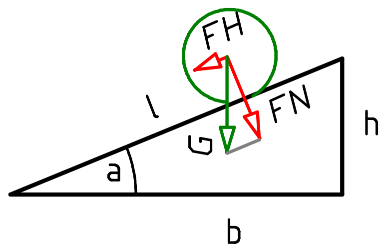


Abb. 4 zeigt die ‚geneigte Ebene'.

$$F_H = G \cdot h/l = G \cdot \sin\alpha$$

$$F_N = G \cdot b/l = G \cdot \cos\alpha$$

Die Gewichtskraft eines Körpers auf der geneigten Ebene lässt sich in zwei einen rechten Winkel bildende Kraftkomponenten zerlegen:

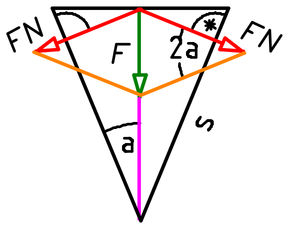
- *in die Hangabtriebskraft F_H parallel zur geneigten Ebene und*
- *in eine Normalkraft F_N rechtwinklig zur geneigten Ebene.*
- *als Anstieg bezeichnet man das Verhältnis h/b =* tan α (neu β).

In dieser Studie wird die physikalische Ebene der natürlichen Neigungsebene/Gleitebene der Böden angepasst und der Winkel β von der Horizontalen bis zur Neigungsebene gemessen.

Abschnitt 5.5.7 Keil

Er besteht aus zwei mit der Basis zusammengefügten geneigten Ebenen. Die von den Flanken ausgeübten seitlichen Kräfte stehen senkrecht auf den Flanken (Normalkraft).

Wenn

F *auf den Keilrücken ausgeübte Kraft* F_N *Flankenkraft des Keils* r *Breite des Keilrückens* s *Länge einer Flanke* α *halber Keilwinkel*	 Abb. 5 zeigt den physikalischen Keil.

dann gilt   *(M 5.18)* $F_N = F / (2 \cdot \sin \alpha)$

Die Reibung wird im Taschenbuch wie folgt beschrieben [15: S. 98f.]:

Abschnitt 7.1.4 *Reibungskraft*

*Außer dem Widerstand des umgebenden Mediums tritt bei Bewegungen die Reibung als Energie zehrender Widerstand auf. Sie wirkt an der Kontaktfläche zweier sich berührender „**fester Körper**“ und hemmt die Relativbewegung zwischen beiden Körpern. Die Reibung wirkt stets parallel zur Kontaktfläche und ist der Bewegung und damit auch der die Bewegung verursachenden Kraft entgegengerichtet.*

Die Reibungskraft ist kleiner als die Normalkraft.

Wenn

Reibungskraft F_R , Reibungszahl μ und Normalkraft F_N,

dann gilt *(M 7.8)* $F_R = \mu \cdot F_N$

Die Reibungskraft ist unabhängig von der Größe der Kontaktfläche.
Man unterscheidet folgende Reibungsarten:

Gleitreibung: *Sie wirkt bei einer Bewegung des Körpers relativ zu einem anderen (meist Unterlage o. ä.) und ist geschwindigkeitsunabhängig.*

Haftreibung: *Sie wirkt bei ruhendem Körper und ist dem Betrag nach gleich der entgegengerichteten äußeren Zugkraft. Mit (M 7.8) ergibt sich stets der Maximalwert der Haftreibungskraft. Bei fehlender äußerer Kraft ist* $F_R = 0$. *Die Haftreibungszahl* μ_o *ist größer als die Gleitreibungszahl* μ ($\mu_o > \mu$).

Daraus folgt:

Wenn

µ	zu bestimmende Reibungszahl und
a	Winkel der geneigten Ebene, dann ist
	Reibungskraft = Hangabtriebskraft.

dann gilt

(M 7.8) $F_R = \mu \cdot F_N$

$\mu \cdot G \cdot \cos a = G \cdot \sin a$

$F_N = G \cdot \cos a, \; F_H = G \cdot \sin a$

(M 7.9) $\mu = \tan a$

Es bleibt hier anzumerken, dass die vorstehenden Regeln und Berechnungsansätze in die neue Erddruck-Theorie übernommen wurden, geändert wurde lediglich die Bezeichnung ‚Anstiegswinkels α' auf ‚Neigungswinkel β'.

2.3.2 Erweiterung der Regeln zur physikalischen Ebene

Wie ausgeführt, stützt sich das Regelwerk der physikalischen Ebene auf die Feststellung, dass ein fester, rechteckiger oder kubischer Körper, der auf eine geneigte Ebene mit einem Anstiegswinkel $\alpha > 45°$ gestellt wird (Abb. 4), auf der Ebene abgleitet oder kippt. Da aber der Boden eines Erdblocks durch das benachbarte Erdreich allseitig gehalten wird und seine Neigungsebene diagonal durch den Erdblock verläuft, stellen sich beim Boden andere als die vorgestellten physikalischen Abhängigkeiten bei der klassischen geneigten Ebene dar. Es ist folglich möglich, die bisherige Berechnungsgrenze $\beta \leq 45°$ aufzuheben und über diese Erweiterung des Neigungswinkels $\beta > 45°$ die Gewichtskraft G der Böden direkt in die vertikalen und horizontalen Kräfte aufzuteilen.

Die Neuordnung bringt folgende Abhängigkeiten [16 und 17]:

1. Winkel $\beta < 45°$: Die Reibungskraft ist kleiner als die Normalkraft.
2. Winkel $\beta = 45°$: Die Reibungs- und die Normalkraft sind gleich groß.
3. Winkel $\beta > 45°$: Die Reibungskraft ist größer als die Normalkraft.
   Es gilt: $FH = –FR = G \cdot \sin \beta \;\rightarrow\; FN = G \cdot \cos \beta \;\rightarrow\; \mu = \tan \beta t$

Durch die diagonale Lage der Neigungsebene in dem Erdblock bilden sich die Keilflächen $Ao = Au = h \cdot b /2$ aus, deren aktive und reaktive Kräfte über die Gewichtskräfte (Erdeigengewicht) der Keilflächen über die erweiterten Regeln zur physikalischen Ebene verteilt werden

können.

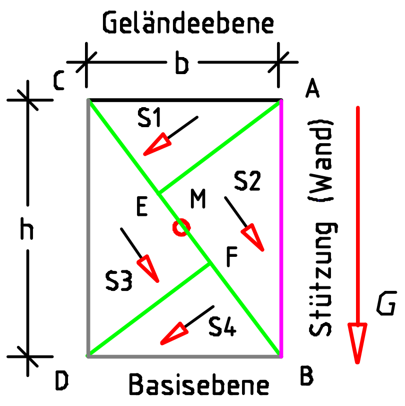


Abb. 6 zeigt innerhalb der Ansichtsfläche eines Erdblocks die unterschiedlichen Kraftrichtungen und ihre Schwerpunkte.

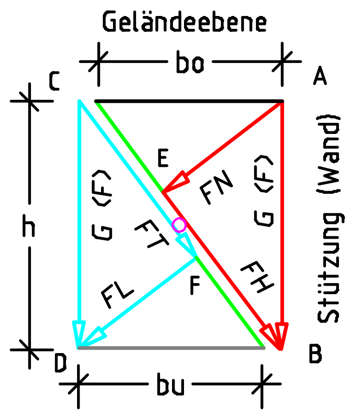


Abb. 7 zeigt innerhalb eines Erdblocks die aktiven Kräfte (rot), die reaktiven (cyan) sowie ihre Kraftrichtungen.

Wie in der Abb. 7 dargestellt, nehmen die Normalkraft *FN* und die Hangabtriebskraft *FH* sowie die Kräfte *FT* und *FL* unterschiedliche Richtungen ein. Die Gewichtskraft *G* nimmt die vertikale Seite des jeweiligen Erdkeils ein, so dass die Kraft *G* in der Relation zur Keilhöhe *h* gesehen werden kann. Zudem lässt sich folgern, dass jedem Erdkeil *Ao* und *Au* zwei Schwerpunkte zuzuordnen sind, S1 und S2 sowie S3 und S4. Lässt man die vorgenannten Kräfte um den gemeinsamen Mittelpunkt M drehen, bestätigt sich die Gleichgewichtsbedingung in dem Erdblock. Aus der Lage der Kräfte, ihren Richtungen und Schwerpunkten könnte man ableiten, dass es den ‚Drittelpunkt in der Bruchgeraden' eigentlich nicht gibt, über den die Erddruck-Lehre die Gewichtskraft *G* verteilt (1: S. P10, Bild P05.50).

Wie die Gewichtskraft *G* über das Volumen *V* des Erdkeils bzw. seine Fläche $A = V/a$ ermittelt wird, so können in gleicher Weise auch die einzelnen Kräfte über ihre Teilflächen errechnet werden. Verfolgt man die Teilung der Gewichtskraftfläche *Ao* in die Flächen der Normalkraft *FN* und der Hangabtriebskraft *FH,* so lassen sich diese Flächen in gleicher Weise weiter splitten in die Flächen der vertikalen und horizontalen Komponenten. Aus der Normalkraftfläche entstehen die Flächen der vertikalen Kraftkomponente *Nv* und der horizontalen Komponente *Hn.* Die Fläche der Hangabtriebskraft *FH* teilt sich in die Flächen der vertikalen Kraftkomponente *Hv* und der horizontalen Komponente *Hf*. Aus der Fläche der horizontalen Komponente bildet sich die Erddruckkraft *Hf*. Die horizontalen Kräfte *Hn* und *Hf* nehmen konträre Richtungen aber gleich große Flächen ein und werden damit auch gleich groß. Addiert man alle Teilflächen, entsteht wieder die Keilfläche der Gewichtskraft *G*.

Die vorstehenden Flächen mit der Regeltiefe a = 1,00 m können genutzt werden zur Kraftermittlung erdbelasteter Wände, Streifenfundamente, erdverlegte Rohrleitungen und Tunnelquerschnitten. Für die Kraftermittlung von Einzelfundamenten und Einzelpfählen sind nach neuer Theorie in der Regel die entsprechenden Volumina anzusetzen.

Zu der vorstehenden Ergänzung des Regelwerks zur geneigten Ebene bleibt anzumerken, dass bereits Coulomb in seinen Fig. 5 und 7 die Neigungsebene/Bruchebene unter dem Anstiegswinkel $x = \beta \sim 60°$ dargestellt und diesen Winkel zur Kraftverteilung im Erdkeil genutzt hat, siehe Abb. 9, S. 25.

Die Studie nutzt die Ergänzungen zur physikalischen Ebene und folgt damit der Kraftverteilung von Coulomb. Hierbei werden die Kräfte als aktiv betrachtet, die sich im Erdkeil oberhalb der Neigungsebene ausbilden. Denn verliert der Boden in diesem Keil seinen Halt an der ihn stützenden Wand, wird das Erdreich aktiv und gleitet ab. Der Boden in dem Erdkeil unterhalb der Neigungsebene verbleibt in Ruhe und wird deshalb als reaktiv bezeichnet. Beide Kraftpaare halten das Gleichgewicht in dem Erdblock. Es wird ferner angenommen, dass die aktiven und die reaktiven Kräfte ihre Lage in dem jeweils benachbarten Block ändern und damit ein Netz vertikaler und horizontaler Kräfte im Erdreich ausbilden, siehe Abb. 2 und 3.

Da Anlass besteht, die Theorie von Coulomb mit den Grundlagen des Mohr-Coulomb'schen Bruchkriteriums zu vergleichen, werden im Folgenden die Figuren im Skizzenblatt von Coulomb mit „Fig." und die aus der Literatur [1: I oder 1: P] entnommene Grafiken mit „Bild" bezeichnet.

Wie bereits ausgeführt, ermitteln Coulomb und die neue Theorie die Gewichtskraft *G* über die Keilfläche $Ao = Vo/a$ eines Erdblocks und multiplizieren diese Fläche mit der Tiefe a, der Dichte (t/m³) und der Fallbeschleunigung g = 9,807 m/s². Lage und Richtung der Kräfte *FN*, *FH*, *Hv* und *Hf* sind dargestellt in den Abb. 10 bis 12, S. 31, siehe hierzu auch das Symbolverzeichnis: S. viii ff.

Durch die aufgezeigte Abhängigkeit von Kraftfläche und Kräfte konnte abgeleitet werden, dass die Gewichtskraft G des aktiven Erdkeils zur Höhe h dieses Erdkeils in ein Verhältnis gesetzt werden kann. Der entstehende Quotient wird als ‚Kraftzahl' *gi* (*git, gin …*) neu in die Erddruckermittlung eingeführt. Über die Kraftzahl lassen sich Erdkräfte maßstäblich in Kraftmeter umrechnen, d. h. wie die Addition der vertikalen Kräfte $Nv + Hv$ die Gewichtskraft G ergibt, so summiert sich die Berechnungshöhe h aus den Kraftmetern $nv + hv$. In gleicher Weise wird aus der horizontalen Kraft Hf durch die Teilung mit der Kraftzahl *gi* der Kraftmeter *hf.* Dieses Verfahren erlaubt umgekehrt innerhalb des Erdkeils aus Kraftmeter über die Kraftzahl Kräfte zu ermitteln. Für den vereinfachten Nachvollzug der Abhängigkeiten unterschiedlicher Bodenarten von Winkel, Dichte, Kräfte und Kraftmeter sind tabellarische Ermittlungen ausgeführt und diese beigefügt als Anlagen 1 bis 3 im Anhang, Seite 247ff.

Der vorgestellte Kraftaufbau innerhalb eines Erdblocks ändert sich, wenn seiner Erdmasse der Halt an der lotrechten Wand genommen wird. Ein Teil des Bodens gleitet auf der Neigungsebene ab und bildet als obere Begrenzung die natürliche Scherebene unter dem Winkel s aus. Der Tangens des Scherwinkels unter Auflast errechnet sich über $\tan se = (\tan \beta) /2$. Zu der Winkelumbildung wird an anderer Stelle noch ausgeführt.

Ermittlung der einzelnen Kräfte

Es bleibt anzumerken, dass für die Dichten die Einheit **t/m³** gewählt wurde.

Gewichtskraft G

$$G = Ao \cdot a \cdot \boldsymbol{ptg} \cdot \mathrm{g} \qquad \text{(analog: } \boldsymbol{pig, png} \text{ etc.)} \qquad \mathrm{kN} \qquad 2.1$$

Kraft FN

$$FN = G \cdot \cos \beta \qquad \mathrm{kN} \qquad 2.2$$

Kraft FH

$$FH = G \cdot \sin \beta \qquad \mathrm{kN} \qquad 2.3$$

Kraft Nv

$$Nv = G \cdot \cos^2 \beta \qquad \mathrm{kN} \qquad 2.4$$

Kraft Hv

$$Hv = G \cdot \sin^2 \beta \qquad \mathrm{kN} \qquad 2.5$$

Kraft $Hf = -Hn$

$$Hf = -Hn = G \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \qquad \mathrm{kN} \qquad 2.6$$

Für die maßstäbliche Darstellung der vorstehenden Kräfte werden diese über die Kraftzahl in Kraftmeter umgerechnet.

Kraftzahl gi' → über das Erdvolumen V

$$gi' = a \cdot b \cdot ptg \cdot g/2 \qquad \text{kN/m}^2 \qquad 2.7$$

Kraftzahl gi → vereinfacht über die Lastfläche A

$$gi = b \cdot ptg \cdot g/2 \qquad \text{kN/m} \qquad 2.8$$

Berechnungstiefe = a Trockendichte = ptg
Keilbreite = b Fallbeschleunigung = g

Kraftmeter h

$$h = G/gi \qquad \text{m} \qquad 2.9$$

Kraftmeter fn

$$fn = FN/gi \qquad \text{m} \qquad 2.10$$

Kraftmeter fh

$$fh = FH/gi \qquad \text{m} \qquad 2.11$$

Kraftmeter nv

$$nv = Nv/gi \qquad \text{m} \qquad 2.12$$

Kraftmeter hv

$$hv = Hv/gi \qquad \text{m} \qquad 2.13$$

Kraftmeter $hf = -hn$

$$hf = -hn = Hf/gi \qquad \text{m} \qquad 2.14$$

Die Kraftzahl ist der jeweiligen Keilbreite b und der Bodendichte anzupassen.

2.3.3 Klassische Erddruck-Theorie von Coulomb

Zur Darstellung der Coulomb'schen Erddruck-Theorie wird das nachstehende Skizzenblatt von Coulomb herangezogen, das vor Jahren im Web der Technischen Universität Dresden noch frei zugänglich war.

Abb. 8 zeigt ein Portrait von Monsieur de Coulomb.

Abb. 9 nachstehende Skizzenblatt zeigt die Coulomb'sche Erddruck-Lehre, dargestellt in Figuren.

Besonders aus der Fig. 7 des nachstehenden Skizzenblatts lässt sich ersehen, dass Coulomb hinter einer Stützwand einen Erdkeil ansetzt, der beschrieben wird durch (C–a–B). Diesem Erdkeil ordnete Coulomb die Neigungsebene (C–

M) unter dem Neigungswinkel $x \sim 57°$ zu. Der Erdkeil wurde durch ein Gewicht P beschwert und zu dessen Abtrag die Keilfläche des Erdeigengewichts um die Fläche (a–a'–B'–B) erweitert. Durch die Flächenerweiterung erhöht sich auch die Berechnungshöhe h (C–B) um den Abstand der Punkte B nach B'. In die Keilfläche (C–a–B) überträgt Coulomb die Kraftrichtungen der Fig. 5 und zeigt damit an, dass die Normalkraft in der Ebene (φ–G) verläuft und die Hangabtriebskraft die Ebene (G–B) einnimmt. Entsprechend der Winkelgröße wird die Normalkraftebene kürzer als die winklig dazu stehende Hangabtriebsebene. Durch den möglichen Bezug von Kraftlänge zu Kraft kann festgestellt werden, dass die Normalkraft kleiner als die Hangabtriebskraft ist.

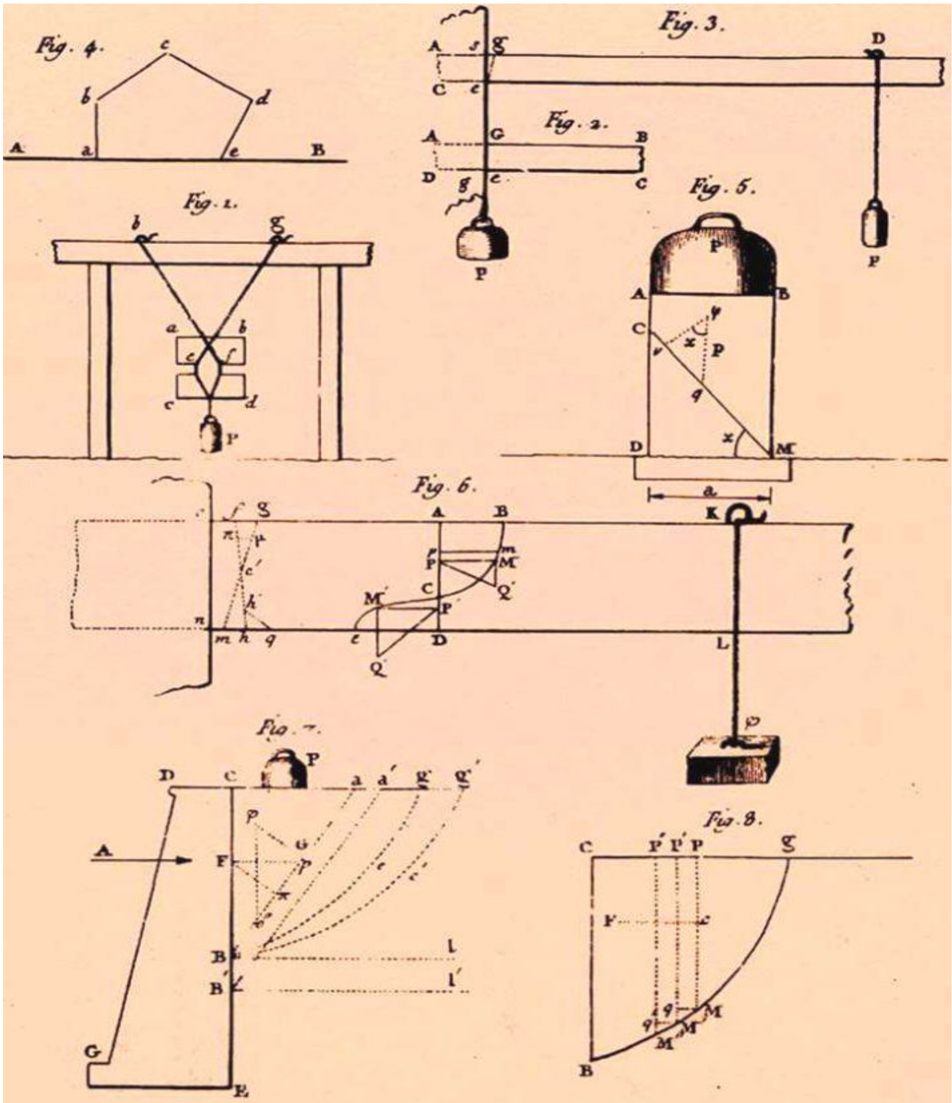


Abb. 9 zeigt das Skizzenblatt von Coulomb zu seiner Erddruck-Theorie

Der horizontalen Kraft (G–F), die sich aus dem Erdkeil gegen die Stützwand entwickelt, wird die reaktive Kraft A entgegengestellt. Somit lässt sich aus der Fig. 7 erkennen, dass sich die gezeigte Angriffshöhe der Erddruckkraft gegen die lotrechte Wand weder auf den Schwerpunkt der Keilfläche (C–a–B) noch auf 1/3 der Keilhöhe *h* ausrichten lässt. Zudem liegt die Gewichtskraft aus dem Erdeigengewicht *G* direkt hinter der lotrechten Wand (C–B) und nicht, wie bei der derzeitigen Erddruck-Lehre, in dem Drittelpunkt der Bruchgeraden/Neigungsebene. Zudem lassen weder die Kraftfläche (C–a–B) noch die Größe der Gewichtskraft eine Minderung erkennen, welche den Ansatz eines Erddruckbeiwerts $K < 1$ rechtfertigen könnte, den die Lehre bei der Kraftberechnung einfügt. Während Coulomb alle Kräfte in den Erdkeil projiziert, dreht die Lehre das Coulomb'sche Kraftsystem, um die Hangabtriebskraft in die physikalische Ebene unter den Winkel Coulomb φ zu bringen, siehe Bild I06.40, S. 28.

Nicht nachvollziehbar weist die Erddruck-Lehre einerseits darauf hin, dass bei Coulomb ***„für den Grundfall mit lotrechtem Wandrücken und ebenem Gelände […] die Spannungsverteilung bei dieser Betrachtungsweise unbekannt!"*** sei, und andererseits wählt sie die Bezeichnung „Mohr-Coulomb'sches Bruchkriterium" für ihre Berechnungsart, siehe [1: S. P.10].

2.3.4 Mohr-Coulomb'sches Bruchkriterium

Die Erddruck-Lehre übernimmt von Coulomb wohl die Form der Lastfläche $A = b \cdot H/2$, stellt aber die aus der Gewichtskraft resultierenden Kräfte in veränderter Weise dar, vergleiche Fig. 7 und Bild P05.50 [1: S. P.10].

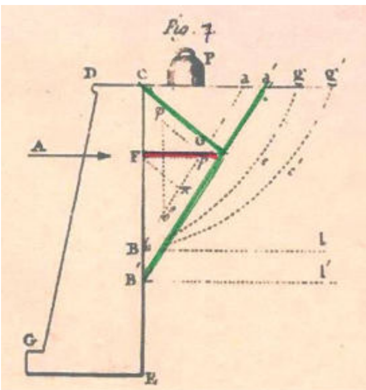


Fig. 7 zeigt die Kraftanordnung von Coulomb in einem Erdkeil

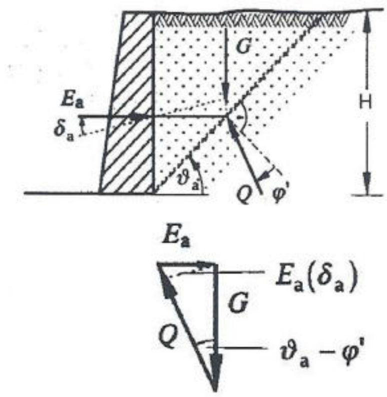


Bild P05.50: Schnitt und Krafteck der Kräfte in einem Punkt

Zudem verschiebt die Lehre die Lage der Gewichtkraft von der rückwärtigen Wandfläche zu dem Drittelpunkt der Bruchgeraden und dreht – wie bereits ausgeführt – das Coulomb'sche Kraftsystem, um dieses den Vorgaben der physikalischen Ebene mit dem Winkel α anzupassen, siehe Bild I01.70, S. 30.

Die Lehre begründet die Verschiebung der Gewichtskraft und die von Coulomb abweichende Spannungsverteilung und führt in der Literatur [1: S. P.10] dazu aus: „*Wenn man* […] *annimmt, dass alle an dem Erdkeil angreifenden Kräfte Integrale von linear mit der Tiefe anwachsenden Spannungen sind, schneiden sich G, Q und* E_a *in einem Punkt (Drittelpunkt der Bruchfuge), und es ist, falls* $\delta = 0$ *ist (Vereinfachung)*:

$$G = {}^{1}/_{2}\, y \cdot H^2 \cdot \cot\theta \quad \textit{und} \quad E_a = G \cdot \tan(\theta - \varphi)."$$

Der Reibungswinkel φ' wird errechnet nach [1: S. I.15]

$$\sin\varphi' = \tan\alpha = \tan(90° - \beta)$$

Unter Beachtung dieser Vorgaben legt die Lehre den horizontalen Angriff der Erddruckkraft E_a gegen die Wand für alle Bodenarten gleich auf 1/3 der Wandhöhe *h* fest, falls der Erddruckneigungswinkel $\delta_a = 0$ ist [1: S. P10]. Zudem zeigt die Lehre zu dem vorstehenden Bild an, dass zur Berechnung und Verteilung der Spannungen aus der Gewichtskraft die Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung gilt. Die Bruchbedingung soll erlauben, die Normal- und Schubspannungen von Tragwerken oder festen Körpern zu ermitteln, die durch Kräfte oder Momente belastet werden. Auf der σ-Achse sind hierzu die Werte σ_x, σ_y und τ_{xy} aufzutragen, deren Schnittwinkel auf dem Kreis Punkte erzeugen, über die der Spannungszustand grafisch angezeigt werden kann. Bei einachsigem Zug oder reinem Schub treten die größten Schubspannungen unter einem Winkel von 45° zur x-Achse auf.

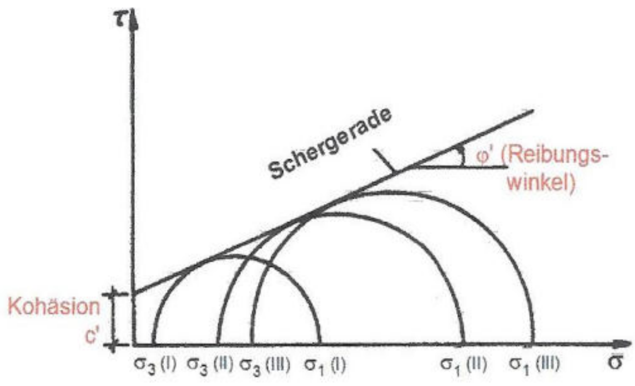


Bild I06.10: Mohr'sche Spannungskreise des Bruchzustandes eines Bodens mit Kohäsion

Zu der Bruchbedingung wird weiter zitiert [aus 1: S. I.14]:

„Trägt man die bei verschiedenen Triaxialversuchen am gleichen Material, aber bei verschiedenen Seitendrücken σ_3 *erreichten Spannungszustände* σ_3 / σ_{1max} *in der Mohr'schen Darstellung als Spannungskreise auf, so erkennt man, dass die*

Kreise eine gemeinsame Tangente aufweisen (Bild I06.10). *Sie definiert die Bruchbedingung, die als Mohr-Coulombsche Bruchbedingung (Schergerade) eine zentrale Funktion in der Bodenmechanik darstellt.“*

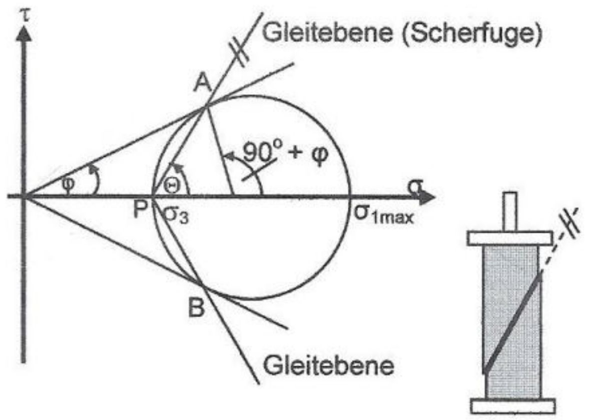


Bild I06.40: Richtung der Scherfläche(n) im Triaxialversuch;
Θ = 45° + φ/2

Im vorstehenden Bild I06.40 [1: S. I.15] zeigt die Lehre die Bruchebene (A–P) mit dem Winkel θ, die Gleitebene (Scherfuge) mit dem Winkel der inneren Reibung φ und den Drittelpunkt A bzw. B auf Bruchgeraden an. Die Richtung der Scherflächen bestimmt sich über den Triaxialversuch zu $\theta = 45° + \varphi/2$.

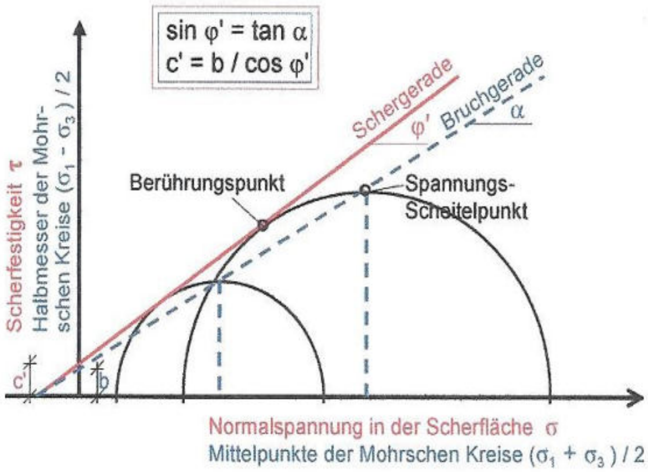


Bild I06.20: Zusammenhang zwischen Scher- und Bruchgeraden.

Die Kohäsion eines überkonsolidierten bindigen Bodens wird in dem Bild I06.10 auf der Ordinate als Schubspannung *c’* dargestellt [1: S. I.14]. Der Spannungspunkt auf der Bruchgeraden zeigt den Spannungsscheitelpunkt in dem Grenzzustand an, wobei die Bruchgerade unter dem Winkel α die Ordinate beim Wert b schneidet. Für die im *p*-*q*-Diagramm angelegten Spannungswege mit ihren Spannungspunkten gelten zur Umrechnung die im Bild I06.20 dargestellten Zusammenhänge.

Die Hauptspannungen, Invarianten lassen sich für jeden Spannungszustand über drei zueinander orthogonale Hauptspannungsflächen finden, in denen keine Spannungen auftreten. Die Normalspannungen, die auf diese Flächen wirken, heißen Hauptspannungen σ_1, σ_2, σ_3 (Bild I01.40) [1: S. I.3].

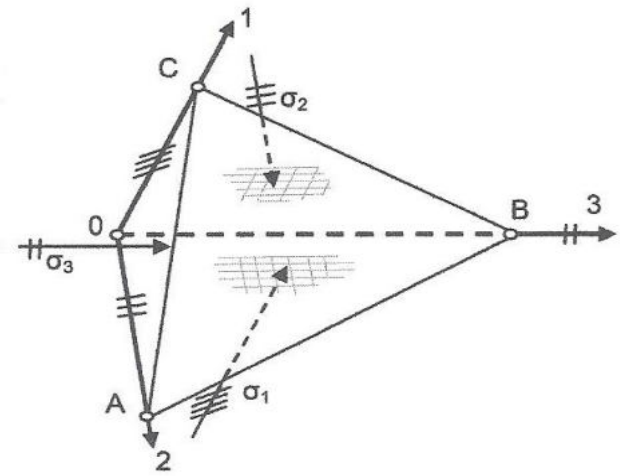


Bild I01.40: Hauptspannungen

Die Indizes 1, 2, 3 wurden so gewählt, dass $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ist. Demzufolge können nach derzeitiger Lehre auf der Abszisse die Normalspannungen σ_{xx}, σ_{zz}, $\sigma_{x'x'}$, $\sigma_{z'z}{}'$, σ_1 sowie σ_3 und auf der Ordinate die Schubspannungen σ_{xxi}, σ_{zzi}, $\sigma_{x'x'}$ und $\sigma_{z'z'}$ aufgetragen werden. Die bekannten Spannungen σ_{xx}, σ_{zz} und $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ im Koordinatensystem x, y können als Vertikalspannung σ_{zz} bzw. Horizontalspannung $\sigma_{xx} = K_o \cdot \sigma_{zz}$ einem Boden im Ruhezustand zugeordnet werden. Die vorangestellten Spannungen können sich bei dem Ansatz einer Wandreibung wandeln. Die Lehre nimmt hierzu an, dass Wandbewegungen in horizontaler Richtung die horizontale Spannung mindern oder erhöhen, wobei die Grenzen der Wandlungen sich in der Mohr'schen Darstellung anhand von Spannungskreisen anzeigen lassen. Die Kreisgröße definiert sich mit dem Erreichen der Grenzgeraden, deren Lage durch den Reibungswinkel φ' und die Kohäsion C' bestimmt wird.
In dem Bild I01.70 stellt die Lehre einen Bezug von der ‚geneigten Ebene' zu der Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung und dem Mohr'schen Spannungskreis für einen ebenen Spannungszustand her [1: S. I.5]. In diesen Spannungskreis fügt sie – vertikal gespiegelt – das Krafteck des Bildes P05.50 ein [1: S. P.10] und stellt es in dem Bild I01.70 als Spannungsfläche (X–Z–Pol) vor. Hierdurch wird die Querkraft Q zur Hauptspannung σ_1. Der Gewichtskraft G wird die Ebene (X–Pol) und der Erddruckkraft E_α die Ebene (Pol–Z) zugeordnet. Die gleiche Normalspannung σ_1 setzt winklig auf die geneigte Ebene auf. Die

geneigte Ebene findet sich in dem Spannungskreis wieder, wo sie von dem Pol unter dem Anstiegswinkel α bis zur Abszisse aufsteigt (Bild links). Über die Spannung σ_{ik}, die außerhalb des Kreises wirkt, und über die Winkel δ_x und δ_z ermittelt die Lehre die Teilspannungen im Spannungskreis.

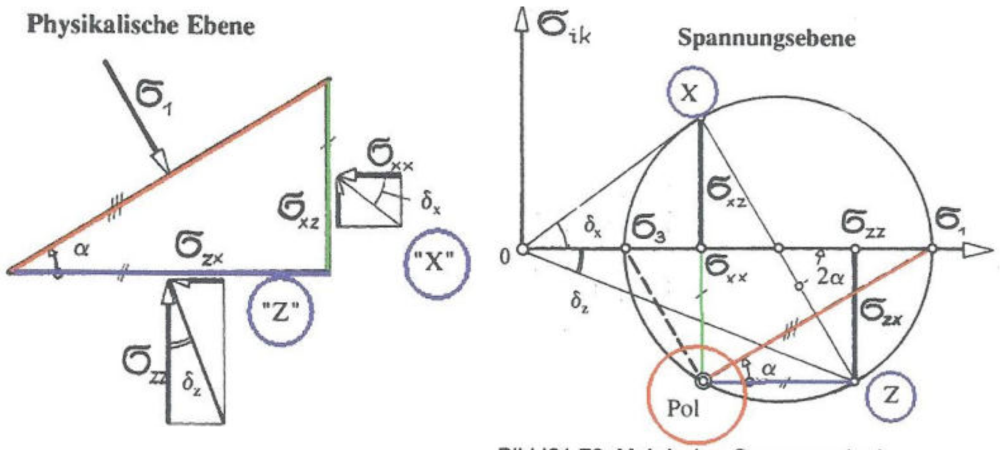


Bild I01.70: Mohr'scher Spannungskreis

2.3.5 Vergleich: Coulomb'sche Theorie mit Bruchkriterium

Die Lehre stellt eine Analogie zwischen der Coulomb'schen Lehre und dem Bruchkriterium fest und beschreibt diese in der Literatur [1: S. P.10]. Sie nimmt dazu an, *„dass alle an dem Erdkeil angreifenden Kräfte Integrale von linear mit der Tiefe anwachsenden Spannungen sind“* und diese sich hieraus entwickelnde Spannungen (G, E_a und Q) im Drittelpunkt der Bruchgeraden/Neigungsebene schneiden, falls der Winkel $\delta_a = 0$ ist, Bild P05.50, S. 26.

Zwischen der klassischen Coulomb'schen Erddruck-Theorie und dem Bruchkriterium ist folglich nur die Form der Keilfläche zur Ermittlung der Gewichtskraft vergleichbar. Alle übrigen Merkmale der Coulomb'schen Theorie, wie sie im Abschnitt 2.3.3 beschrieben worden sind, finden sich in dem Bruchkriterium nicht wieder. Eine Analogie zwischen der Coulomb'schen Theorie und dem Bruchkriterium der Lehre ist folglich nicht erkennbar. Im Gegensatz dazu wird die Coulomb'sche Kraftverteilung, wie bereits ausgeführt, unverändert in die neue Erddruck-Theorie übernommen, siehe Kraftverteilung in den nachfolgenden Abbildungen 10 bis 12.

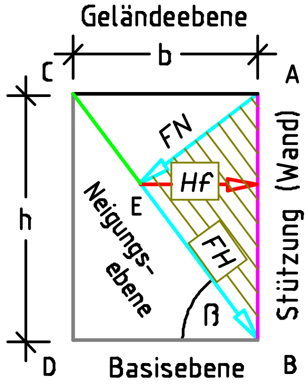


Abb. 10

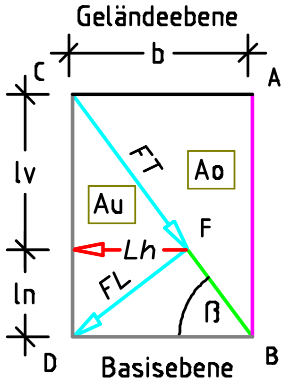


Abb. 11

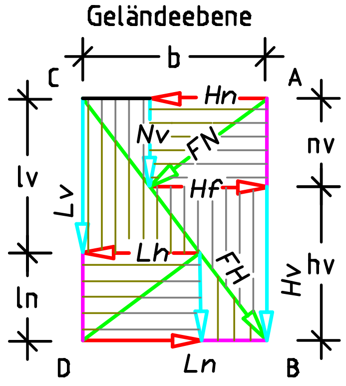


Abb. 12

Abb. 10 zeigt in der aktiven Fläche *Ao* die schraffierte Fläche der Hangabtriebskraft *FH* mit der Erddruckkraft *Hf* und darüber die Fläche der Normalkraft *FN.*

Abb. 11 zeigt innerhalb eines Erdblocks die Kraftflächen *Ao* und *Au* sowie in der reaktiven Fläche *Au* die Normalkraft *FT* und die Hangabtriebskraft *FL.*

Abb. 12 zeigt die Kraftflächen eines Erdblocks mit den vertikalen und horizontalen Kraftkomponenten der Normalkraft *FN* sowie der Hangabtriebskraft *FH* und deren Kraftrichtungen als Schraffuren in den Flächen.

Während die gezeigten Kräfte in der Abb. 10 als aktiv zu betrachten und der Fläche *Ao* zuzuordnen sind, entwickeln sich die reaktiven Kräfte aus der Fläche *Au*. In dem Erdblock (Abb. 12) sind die Ansichtsflächen der Kräfte sowie für jede einzelne Kraft die Bezeichnung, Lage und Richtung eingezeichnet. Insbesondere lässt sich aus der Fläche der Normalkraft *FN* ableiten, dass weder die vertikale noch die horizontale Kraftkomponente der Normalkraft *FN* Einfluss nehmen können auf die Wandbelastung. Folglich bilden sich Kräfte gegen die stützende Wand nur der Erdmasse aus, die der Fläche der Hangabtriebskraft *FH* zuzuordnen ist. Zudem sind die Hangabtriebskraft *FH* und die Reibungskraft *–FR* (*R*) identisch groß. Aus der Fläche der Hangabtriebskraft entwickelt sich auch die Erddruckkraft *Hf* mit der Angriffshöhe *hv,* siehe Abb. 10. In gleicher Weise wie sich die Gewichtskräfte *G* aus den Flächen *Ao* = *Vo/a* und *Au* = *Vu/a* errechnen lassen, so errechnen sich alle übrigen Kräfte einschließlich ihrer vertikalen und horizontalen Kraftkomponenten aus den ihnen zugeordneten Teilfläche, siehe später folgende Abb. 13, S. 38.
Mit den Kraftverteilungen kann weiter belegt werden, dass es die Gleichheit der Berechnungssysteme von Coulomb und der derzeitigen Erddruck-Lehre nicht gibt. Nachstehend wird der Verschiebung der Gewichtskraft *G* von der lotrechten Wandfläche (Coulomb) in den unteren Drittelpunkt der Bruchgeraden/Neigungsebene (Lehre) nachgegangen. Wie erwähnt, zeigt die Lehre in dem Bild P05.50 ein Krafteck, dessen Hypotenuse sie die Querkraft *Q* zuordnet.

Sie geht davon aus, dass in der gesamten Bruchebene sich die Reibungskraft/Querkraft *Q* ausbildet. Coulomb hingegen begrenzt die Bodenreibung auf die Länge/Kraftmeter *fh* der Hangabtriebskraft *FH* und sieht damit keine größere Kraft um den Erdkeil als die Gewichtskraft *G*. Zudem würde der Querkraft *Q* eine Erdmasse oder Fläche fehlen, aus der sie sich entwickeln könnte. Die Darstellung der unterschiedlichen Kraftsysteme von Coulomb (Fig. 7) und der Lehre lässt sich vereinfachen, wenn das Bild I01.70 in die Bilder I01.70a und I01.70b unterteilt wird und diese so gedreht werden, dass die Gewichtskraft *G* wieder ihre lotrechte Position einnehmen kann. In beiden Bildern wurde die Lage der Erddruckkraft *Hf* (rot) eingezeichnet.

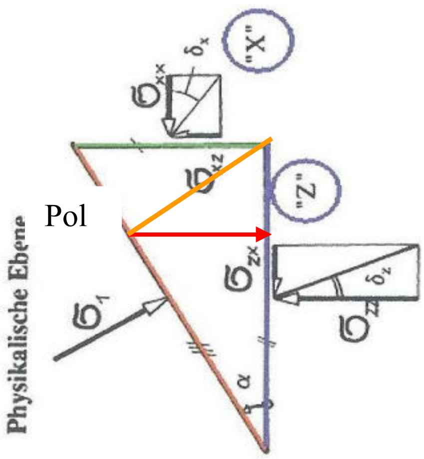


Bild I01.70a: Spannungsverteilung nach Coulomb, Fig. 7.

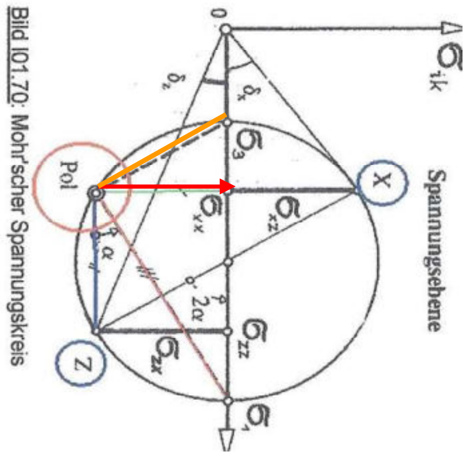


Bild I01.70b: Spannungsverteilung nach Mohr'schem Spannungskreis.

Durch die Drehung des Bildes I01.70 lässt sich innerhalb des Kreises die Fläche der Hangabtriebskraft nach Coulomb leicht erkennen. Hierbei steigt die Ebene der Normalkraft von dem ‚Pol' bis zum Scheitel des Kreises auf und die Ebene der Hangabtriebskraft beginnt an dem Pol und fällt bis zum Fußpunkt (σ_1) des Kreisbogens ab. Die Erddruckkraft *Hf* verläuft horizontal von dem Pol bis zu der vertikalen Kreisachse. Wählt man als Kreisdurchmesser die Wandhöhe *h*, so lässt sich über die neu eingeführte Kraftzahl *gi* ein Verhältnis zu der Gewichtskraft *G* herstellen. Über die Kraftzahl und die Kraftlängen innerhalb des Mohr'schen Kreises können dann die gewünschten Kräfte/Spannungen errechnet werden. Keine Anwendung finden bei dieser Erddruckermittlung der Erddruckbeiwert K_a, die Erddruckneigungswinkeln δ_a bzw. δ_p, der Wandreibungswinkel und die Bodenkohäsion, d. h. die vorstehenden Werte sind für eine Erddruckermittlung ebenso überflüssig, wie die außerhalb des Spannungskreises liegende Spannung σ_{ik} und die Winkel δ_x und δ_z.

Fazit:

Die Lehre weist in ihrer Literatur darauf hin [1: S. I.14ff.], dass das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium auf der Coulomb'schen Fließbedingung aufbaut. Da im Gegensatz zur Coulomb'schen Erddruck-Theorie (Abb. 9, Fig. 7) eine Originalaufzeichnung zur Fließbedingung nicht vorliegt, bleibt in Hinblick auf das Kräfteverhalten beim Betrieb einer Sanduhr festzustellen, dass die Spannungsverteilung der Lehre mit der Kraftverteilung von Coulomb nicht in Einklang zu bringen ist [1: S. I.5]. Auch die Lagebestimmung der Erddruckkraft E_a innerhalb des Mohr'schen Spannungskreises über die externe Spannung σ_{ik} und die Winkel δ_x und δ_z liefert kein Ergebnis, welches sich durch das ‚Berechnungsbeispiel' auf Seite. 37 oder die nachfolgenden Versuchsanordnungen bestätigen lässt, siehe Unterkapitel 2.8, S. 52ff.

2.3.6 Vergleich: Mohr'sche Spannungstheorie mit Bruchkriterium

Die Mohr'sche Theorie stellt u. a. die Universität Bremen in einer Kurzfassung vor [7]. Im Spannungskreis mit dem Radius r sind anzutragen die Mittelpunktkoordinaten (σ_M, 0) und auf deren Hauptachse σ die Werte σ_x und σ_y. Über dem Wert σ_x liegt die Schubspannung τ_{xy} und über dem Wert σ_y die gleiche Spannung mit umgekehrtem Vorzeichen. Auf dem Kreisbogen entstehen damit zwei Punkte, deren Verbindungsgerade über den Kreismittelpunkt führt [7: S. 391]. Wird ein anderer Punkt auf dem Spannungskreis festgelegt, lässt sich über deren Koordinaten der Wandel der Hauptspannungen und der Hauptschubspannungen unmittelbar ablesen [7: S. 392].

Hierzu zeigt die angeführte Kurzfassung der Mohr'schen Theorie auf, dass die Hauptspannungen wie auch die Hauptschubspannungen innerhalb des Kreisbogens liegen, d. h. die Spannungen können die Kreisfläche nicht verlassen. Die Lehre verändert nach Sicht des Verfassers die Mohr'sche Theorie, indem sie außerhalb des Kreisbogens die Spannung σ_{ik} ansetzt und den Abstand dieser Spannung zum Durchmesser zu der Bestimmung der Winkel (δ_x und δ_z) nutzt, siehe Bild I01.70b. Sie begründet das Verlassen des Spannungskreises durch die Berücksichtigung einer Bodenkohäsion, welche die Erdspannungen beeinflussen würde (siehe hierzu die definierte Bruchbedingung, die als Mohr-Coulomb'sche Bruchbedingung im Bild I06.10 vorgestellt wird [1: S. I.14]).

Nach Überzeugung des Verfassers kann sich eine Kraft (Spannung σ_{ik}) nur aus der ihr zugehörigen Masse entwickeln, d. h. diese Masse müsste über eine Fläche ($Ao = Vo/a$) innerhalb des Kreisbogens ermittelbar sein. Da bei Coulomb die Gewichtskraft G die Masse des Erdkeils hinter der stützenden Wand voll in Anspruch nimmt, dürfte für die Ausbildung einer Kohäsionskraft die entsprechende Masse fehlen. Demzufolge kann die Kohäsion nur ein bescheidener Anteil der Gewichtskraft G sein, der Bodenbewegungen nicht aufhalten, aber kurzfristig verzögen kann. Folglich können die Kräfte der inneren Reibung und der Kohäsion nur in der Neigungsebene des Bodens wirken und keine unterschiedlichen Richtungen oder Winkel einnehmen, wie die Lehre dieses darstellt mit dem Bild I06.20 [1: S. I.15]. Der Unterschied zwischen der Reibungs-/Neigungsebene und der Scherebene von Böden wird an andere Stelle der Studie noch beschrieben.

Fazit:

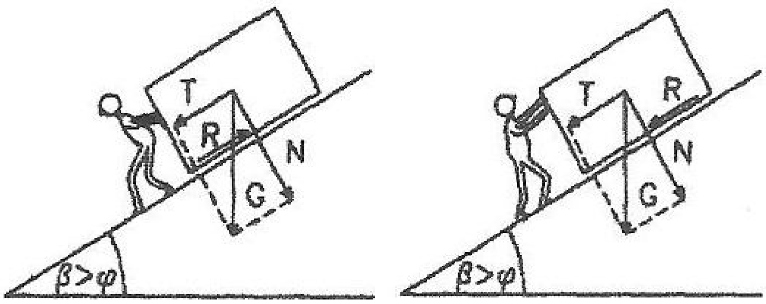
Der vorstehende Vergleich der Mohr'schen Spannungstheorie mit dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium zeigt durch die Einbeziehung einer externen Spannung σ_{ik} in das Bild des Spannungskreises eine unzulässige Wandlung der Mohr'schen Theorie, siehe Bild I01.70, S. 30. Aus der Drehung des Bildes um 90° lässt sich erkennen, dass die Lehre die Mohr'sche Spannungstheorie nutzt, die vertikale Kraft aus dem Erdeigengewicht in eine andere Richtung zu bringen, siehe Bild I01.70b, S. 32. Wohl kein Statiker würde dem Bruchkriterium folgen und ein Bauwerk schräg stellen, um hiernach in dieser Position Wände und Decken zu bemessen. Die von der Lehre vorgenommene Drehung von Kräften oder Spannungen zur Erddruckberechnung können nur fehlerhafte Ergebnisse bringen, siehe Kraftverteilung in dem folgenden Berechnungsbeispiel und Darstellung in den Abb. 13 und 14, S. 38.

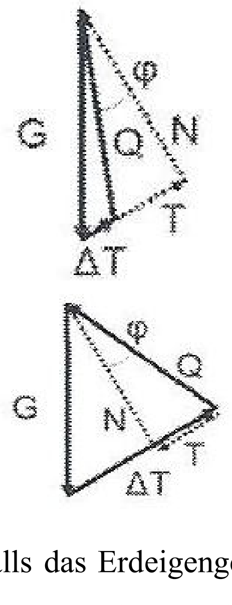
2.3.7 Kraftverteilung nach physikalischer Ebene und Bruchkriterium

Letztlich beschreibt die Lehre eine Gleichwertigkeit zwischen der Kraftverteilung nach der physikalischen Ebene und dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium. Zu der Begründung dieser Parität zeigt die Lehre die Bilder I01.70, I03.10, I03.20 [1: S. .8] und P01.30 [1: S. P.1].

Um die Vorgaben zur Ermittlung des Erddrucks von Lehre, physikalischer Ebene und Coulomb in vereinfachter Weise vergleichen zu können, werden den derzeitigen Kraftbezeichnungen jene der neuen Theorie zugeordnet. Die Bezeichnungen und die Lage der Kräfte innerhalb eines Erdblocks sind dargestellt in den Abbildungen 10 bis 12, S. 31.

Die Normalkraft *N* (*FT*) steht winklig auf der geneigten Ebene und die Hangabtriebskraft *T* (*FL*) liegt in der geneigten Ebene. Für den Fall, dass weder eine Wandreibung noch Kohäsion zur Minderung der Gewichtskraft *G* angesetzt wird, stellt die Gewichtskraft *G* die Hypotenuse im Kraftkeil dar und der Anstiegswinkel α der geneigten Ebene ist gleich mit dem Kontakt-Reibungswinkel φ. Damit wäre der Winkel $\beta = 90° - \alpha$ als Ergänzungswinkel zu dem Winkel α anzusehen. Werden Wandreibung und Kohäsion über den Reibungswinkel δ zur Minderung der Gewichtskraft *G* angesetzt, wandelt sich die Gewichtskraft *G* zur kleineren Querkraft *Q*. In den Bildern wird der Kontakt-Reibungswinkel φ zwischen der Querkraft und der Normalkraft gemessen. Die Erddruckkraft E_α (*Lh*) setzt auf der geneigten Ebene in dem Ansatzpunkt der Neigungskraft *N* (*FT*) an und führt in horizontaler Richtung (ohne Wandreibung) zu der den Boden stützenden rückwärtigen Wandfläche (Ebene der Gewichtskraft *G*). Möglicherweise fehlt zu der Beschreibung der Lage der Gewichtskraft die Analogie zum Bild P05.50, S. P10.





Oben
Bild I03.20: Reibung bei einem Körper auf schiefer Ebene.

Rechts:
Bild I03.30: Überwindung von Reibung auf schiefer Ebene.

Zur Kraftermittlung führt die Lehre aus [1: S. I.9], dass, falls das Erdeigengewicht *G* auf eine geneigte Ebene gestellt wird, sich diese Kraft zerlegt in die Hangabtriebskraft *T* (*FL*) und in die Normalkraft *N* (*FT*), somit gilt:

$$N = G \cdot \cos\beta \quad \text{und} \quad T = G \cdot \sin\beta$$

Der Erdkörper könnte in Bewegung geraten, wenn der Winkel der geneigten Ebene größer als der Kontakt-Reibungswinkel φ wird; dann gilt:

$$R = N \cdot \tan \varphi = G \cdot \cos \beta \cdot \tan \varphi \ < \ G \cdot \sin \beta$$

Gemäß der Lehre entspricht der Proportionalitätsfaktor $f = \mu$ dem Verhältnis von Hangabtriebskraft T zu Normalkraft N. *Der Winkel zwischen der Resultierenden und der Normalen wird als Reibungswinkel δ, auch als Kontakt-Reibungswinkel φ bezeichnet.* Bleibt hierbei der auf die geneigte Ebene gestellte Körper in Ruhe, so gilt: $T < N \cdot \tan \varphi$, d. h. der Körper kann mit einer kleinen Kraft ΔT gehalten werden (Bild I03.20). Konträr zur Hangabtriebskraft T wirkt die Reibungskraft *R,* welche zum Verschieben des Körpers überwunden werden muss. Nach Sicht der Lehre wird „*die Reibungskraft R erst durch eine angreifende Kraft mobilisiert und in ihrer Richtung bestimmt*“

$$\sin \varphi' = \tan \alpha = \tan (90° - \beta); \text{[Bild I06.20: S. I.15].}$$

Ohne diese Mobilisierung wird der Kontakt-Reibungswinkel φ zwischen der Vertikalen und der Ebene der Querkraft gemessen (Bild I03.10). Die Lehre schreibt zu den mobilisierenden Kräften, dass die Größe der Erddruckkraft auch von Bewegungen zwischen Boden und Wand abhängig ist. Der Erddruck ist dann größer, wenn sich die Wand gegen den anstehenden Boden bewegt. Rückt die Wand vom Erdkeil ab, reduziert sich die Erddruckkraft. In der Verschiebungsrichtung besteht somit eine Analogie zu der möglichen Kraft, die einen Körper auf der geneigten Ebene zusätzlich bewegen kann, Bild P01.30 [1: S. P.1].

Den vorangestellten Ausführungen der Lehre sowie dem Bild I03.03 ist entgegenzuhalten, dass beim ‚stehenden Erkeil‘ die Normalkraft *FN* bereits winklig auf die Neigungs-/Hangabtriebsebene aufsetzt, d. h. innerhalb der Kraftfläche der Hangabtriebskraft wäre keine weitere Normalkraftebene einzufügen. Um den Unterschied zwischen den Berechnungssystemen aufzeigen zu können, werden im nächsten Abschnitt die Kräfte nach neuer Art errechnet und diese hiernach dem Bruchkriterium zugeordnet, siehe folgende Abb. 13 und 14.

Für das nachstehende ‚Berechnungsbeispiel’ wird als Vorgabe der Lehre herangezogen: P.5.3.1 Grundsätzliches [1: S. P.10 und S. I.15]. Auf den Ansatz von Wandreibung und Kohäsion wird verzichtet.

2.3.8 Erddruck nach Bruchkriterium und Coulomb

Berechnungsbeispiel

Die Kraftermittlung stützt sich einerseits auf die Vorlage der Lehre – P.5.3.1 Grundsätzliches [1: S. P.10 und S. I.15] – und andererseits auf die klassische Erddruck-Lehre von Coulomb (Fig. 7). Auf den Ansatz von Wandreibung und Kohäsion wird in diesem Beispiel verzichtet. Als Boden, der hinter einer 5,00 m hohen Wand anstehen soll, wird ein fest gelagertes Geröll mit der Trockendichte *ptg* = 2,046 t/m³ (Anlage 1) und dem Neigungswinkel $\beta = 65°$ ($\alpha = \varphi = 25°$) angenommen. Die Gewichtskraft G = 116,9 kN des Erdkeils wurde mit der Berechnungstiefe a = 1,00 m ermittelt. Über die Abhängigkeiten zwischen Bodendichte und Neigungswinkel wird berichtet in Kapitel 3, S. 56.

A) Ermittlung nach der Lehre, wobei auf den Nachweis $\varphi = \alpha$ verzichtet wird, siehe hierzu die Bilder P01.30 und P03.20 [1: S. P.1 u. P.5].
Die Vorgaben zur Berechnung der Kräfte N, T und R sind dargestellt in [1: I.3.1; S. I.8f.].

Gewichtskraft G_I	$G = 116{,}9$ kN	$\rightarrow \varphi = \alpha = 25°$
Beiwert K_a	$K_a = \tan^2 (45\text{-}\ \varphi/2) = 0{,}406$	
Erddruckkraft E_a	$E_a = ½ \cdot K_a \cdot \gamma \cdot \mathrm{g} \cdot h^2 \cdot \cot\theta \ \rightarrow$	$\theta = \beta = 65°$
$H = h$	$E_a = 0{,}5 \cdot 0{,}406 \cdot 2{,}046 \cdot 9{,}807 \cdot 5{,}0^2 \cdot 0{,}466$	
	$E_a = 47{,}5$ kN	
Normalkraft N (FT)	$N = G \cdot \cos\beta = 116{,}9 \cdot 0{,}423 = 49{,}4$ kN	
Hangabtriebskraft T (FL)	$T = G \cdot \sin\beta = 116{,}9 \cdot 0{,}906 = 105{,}9$ kN	
Reibungszahl / Geröll	$\mu = T / N = 105{,}9 / 49{,}4 = 2{,}144$	
Reibungskraft / Geröll	$–R = N \cdot \tan\varphi = 49{,}4 \cdot 0{,}466 = 23{,}0$ kN	
Moment M_B der Kraft Hf	$M_B1 = E_a \cdot h/3 = 47{,}5 \cdot 1{,}67 = 79{,}3$ kNm	

B) Ermittlung nach Coulomb in Anlehnung an die Fig. 7:

Gewichtskraft G	$G = 116{,}9$ kN	$\rightarrow \beta = 65°$
Normalkraft FN (N)	$FN = G \cdot \cos\beta = 116{,}9 \cdot 0{,}423 = 49{,}4$ kN	
Hangabtriebskraft FH (T)	$FH = G \cdot \sin\beta = 116{,}9 \cdot 0{,}906 = 105{,}9$kN	
Erddruckkraft Hf	$Hf = FH \cdot \cos\beta = 105{,}9 \cdot 0{,}423 = 44{,}8$ kN	
Vertikaler Anteil von FH	$Hv = G \cdot \sin^2\beta = 116{,}9 \cdot 0{,}821 = 96{,}0$ kN	
Reibungskraft / Geröll	$–FR = FH = 105{,}9$ kN	
Reibungszahl / Geröll	$\mu = FH / FN = \tan\beta \ \rightarrow \tan 65° = 2{,}145$	
Kraftzahl gi (neu)	$gi = G / h = 116{,}9 / 5{,}00 = 23{,}38$ kN/m	
Kraftmeter	$fn = FN / gi = 49{,}4 / 23{,}38 = 2{,}11$ m	

Kraftmeter	$fh = FH / gi = 105{,}9 / 23{,}38 = 4{,}53$ m
	$hf = Hf / gi = 44{,}8 / 23{,}38 = 1{,}92$ m
	$hv = Hv / gi = 96{,}0 / 23{,}38 = 4{,}11$ m
Moment M_B der Kraft *Hf*	$M_B2 = Hf \cdot hv = 44{,}8 \cdot 4{,}11 = 184{,}1$ kNm

Besonders deutlich wird der Unterschied in den Berechnungen, wenn man die Momente M_b1 = 79,3 kNm und M_b2 = 184,1 kNm gegenüberstellt. Auch die Gleichheit der Kräfte *T* und *FH* sowie *N* und *FN* verliert an Wert, weil die Kräfte in dem System völlig andere Lagen einnehmen. Während Coulomb (Fig. 7) in die Keilfläche *Ao* mit dem Neigungswinkel β = 65° die Gewichtskraft *G*, die Hangabtriebskraft *FH* und die Normalkraft *FN* einfügt (Abb. 13), dreht die Lehre die Kräfte von Coulomb so, dass die Hangabtriebskraft *T* in die geneigte Ebene mit dem Anstiegswinkel α = 25° kommt. Winklig auf der Ebene der Kraft *T* steht die Normalkraft *N* und die Gewichtskraft *G* verläuft in der Ebene (A'–B'). Diese Ebenen zeigen weder eine Parallelität zu der natürlichen Neigungsebene (C–B) noch zu der Scherebene (C–F). Da sich Kräfte über die Kraftzahl in Kraftmeter umrechnen lassen, können deren Größe und Lage in den nachstehenden Abbildungen gezeigt werden, vergl. Abb. 13 und 14.

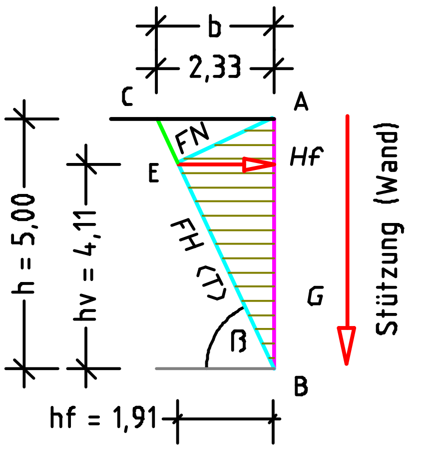


Abb. 13 zeigt die schraffierte Fläche der Hangabtriebskraft nach Coulomb mit der Erddruckkraft *Hf* und der Höhe hv als Hebelarm.

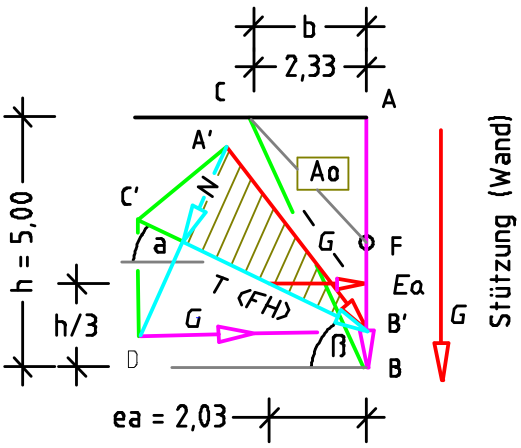


Abb. 14 zeigt die auf die horizontale Ebene gedrehte Hangabtriebskraft *T*, die winklig auf diese Ebene gestellte Kraft *N* und die Schrägelage der Gewichtskraft *G*.

Während Coulomb auch die Erddruckkraft *Hf* in die Keilfläche *Ao* platziert und dieser Kraft die Angriffshöhe *hv* zuordnet, errechnet die Lehre die Erddruckkraft E_a und teilt ihr die Angriffshöhe *h*/3 zu. Die Lehre übersieht offensichtlich, dass es den Drittelpunkt auf der Bruchgeraden und die dortige Zuordnung der Gewichtskraft *G* überhaupt nicht geben kann, vergleiche Fig. 7 mit Bild P05.50:

S. 26. Auch eine Spiegelung der Lastfläche um die Ebene C'−B' würde weder die Größe noch die Zuordnung der Momente verändern. Selbst die unterschiedlichen Schwerpunkte S1 bis S4 und die Kraftrichtungen in der Abb. 6 sowie die Lage der Gewichtskraft *G* in der Abb. 7, S. 26 weisen hier auf Mängel in den Berechnungsvorgaben der Lehre hin.

Fazit:

Des Weiteren schreibt die Lehre, dass die Größe der Erddruckkraft *Ea* auch von Bewegungen zwischen Boden und Wand abhängig ist, wobei sie diese Wandbewegung als mobilisierende Kraft sieht. Des Weiteren soll der Erddruck dann größer werden, wenn sich die Wand gegen den anstehenden Boden bewegt. Rückt die Wand vom Boden ab, reduziert sich die Erddruckkraft. In der Verschiebungsrichtung sieht die Lehre eine Analogie zu einer möglichen Kraft, die einen Körper auf der geneigten Ebene zusätzlich bewegen kann, Bild P01.30 [1: S. P.1]. Der Verfasser kann dieser Sichtweise nicht folgen; denn sonst gäbe es in dem Boden hinter einer unverrückbaren, nicht drehbaren Wand weder eine Mobilisierung der horizontalen Kräfte noch eine Erddruckkraft gegen die Wand. Es ergeht hier nochmals der Hinweis, dass die neue Erddruck-Theorie ständige horizontale Spannungen in dem Erdreich sieht, die das Gleichgewicht in dem Erdreich halten. Nur ein hartes, porenloses Felsgestein (Granit, Basalt) ist ungeeignet, horizontale Kräfte gegen die Wand zu entwickeln. Alle weiteren Bodenarten und Wasser können ohne besondere Mobilisierung des Bodens Reibungsebenen und damit auch innere Reibungskräfte aufbauen.

Bei der Lehre bleibt zudem in den Berechnungen weitestgehend unbeachtet, dass unterschiedliche Bodenarten auch unterschiedliche Neigungswinkel von βt = 0,6° bis ~ 89,4° ausbilden. Will man die Kräfte nach dem Regelwerk der physikalischen Ebene berechnen, so ist zunächst der Anstiegswinkel der Ebene dem Neigungswinkel der entsprechenden Bodenart anzupassen. Die Lehre sieht eine derartige Anpassung in der Anwendung des Mohr-Coulomb'schen Bruchkriteriums und weist daraufhin, dass ihre Berechnungsart auf der Coulomb'schen Fließbedingung aufbaut [1: S. I.14ff.]. Die nachstehenden Versuchsanordnungen 4 und 5, S. 52ff. belegen jedoch, dass die Coulomb'sche Erddruck-Theorie (Fig. 7) und die Fließbedingung zwei unterschiedliche physikalische Sachverhalte beschreiben. Die Coulomb'sche Fließbedingung ist keine Modifikation der Coulomb'schen Erddruck-Lehre!

Es kann zusammengefasst werden, dass das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium weder der klassischen Erdruck-Lehre von Coulomb (Fig. 7), noch der Mohr'schen Spannungstheorie, noch den Regeln der physikalischen Ebene folgt. Auch kann die These der Lehre nicht bestätigt werden, dass es zur Weckung horizontaler Kräfte im Erdreich und zur Richtungsbestimmung der Reibungskraft einer mobilisierenden Kraft bedarf.
Zu der enormen Differenzen bei den errechneten Momenten M_b1 = 79,3 kNm und M_b2 = 184,1 kNm bleibt anzumerken, wer seine Wand nach dem Moment M_b1 bemisst, kann sich in kürzester Zeit darauf einstellen, dass Wandschäden auftreten oder die Wand kippt oder sich versetzt.

2.4 Bestimmung des natürlichen Neigungs- und Scherwinkels von Böden

Aus den Bildern I06.20 bis I06.40 [1: S. I.15] könnte man ableiten, dass der Winkel der Bruchgeraden φ und der Anstiegswinkel α der geneigten Ebene identisch seien. Eindeutiger leitet die Lehre in dem Bild I06.20 den Winkel φ' der Schergeraden aus dem Ansatz sin $\varphi' = \tan \alpha$ ab. Der Scherwinkel φ wird über Scherversuche ermittelt, wobei die Scherfestigkeit an Bodenproben unter axialer oder triaxialer Druckausübung gemessen wird [1: S. I.9, Bild I03.30]. In der DIN 1055–2 wird für die Erddruckermittlung ein breites Spektrum an Bodenkenngrößen und Winkeln vorgegeben, [1: S. I.19f. und 5: S. 7ff.]. In Kenntnis, dass sich nur wenige Bodenarten für die Durchführung eines Scherversuchs eignen und für die Durchführung nach DIN 18137–1 /–2 Zylindergrößen von nur Øi = 1,05 dm, Höhe 1,00 dm, V = 0,87 dm³ oder Øi = 1,50 dm, Höhe 1,25 dm, V = 2,21 dm³ zugelassen sind, mehren sich die Zweifel des Verfassers über die Verwendbarkeit der vorgegebenen Tabellenwerte. Damit dürfte ein Großteil der in der DIN 1055–2 gelisteten Bodenkenngrößen auf empirischem Wege gefunden sein und somit nicht identisch sein mit den realen Dichten und Winkeln von Böden in freier Natur. Zudem fördert die freihändige Auswahl von Bodenwerten der DIN 1055–2 [1: S. I.19] ein mögliches ‚Schönrechnen' von Erddruckkräften und damit die Hinnahme von Unterbemessungen von Bauteilen. Um unspezifische Tabellenwerte für Erddruckermittlungen zukünftig auszuschließen, wurde das Mehrphasensystem der Festkörperphysik entsprechend erweitert. Diese Erweiterung erlaubt, Bodeneigenschaften und Winkel zu berechnen, egal ob der Boden sich im trockenen, feuchten oder nassen Zustand befindet [5: S. 47ff.; 6: S. 2.2–1 und 8: S. 5ff.].

In dem Kapitel 3 folgen Experimente, mithilfe derer Bodenkenngrößen ermittelt werden, wie die Größe des natürlichen Neigungswinkels β, die Bodendichte und die Druckfestigkeit σ_D von Böden. Zunächst erfolgt nur die Bestimmung der Lage der Winkel in den Erdkörpern, weil die Lehre weitere Winkel nennt, die sich in freier Natur nicht bestimmen lassen. Es werden nachstehend drei Versuche mit Sand und Wasser in dem Glaskasten (Abb. 1, S. 7) durchgeführt.

2.4.1 Ausbildung der natürlichen Scherebene im Sand, Versuch 1

Das Experiment wurde dazu angelegt, die natürliche Lage der Neigungsebene sowie der Scherebene eines trockenen Sandes zu bestimmen. Im Vordergrund stand die Beobachtung des natürlichen Bodenverhaltens, nicht aber die Messung empirischer Werte. In die Kammer mit der Breite bk_1 = 2,44 dm wurden 27,0 kg trockener Sand unverdichtet und gleichmäßig eingebaut, die Oberfläche abgeglichen und anschließend die Einbauhöhe ht = 2,33 dm gemessen. Nach dem ruckartigen Ziehen der eingestellten Glasscheibe glitt Sand in die rechte Kammer ab. Die sich hiernach gebildete Scherebene wurde in Grün und die Neigungsebene in Rot nachgezeichnet. Geringe Abweichungen zwischen den realen und den eingezeichneten Ebenen sind von der jeweiligen Pixelgröße des Bildes abhängig und werden hingenommen. siehe Abb. 15.

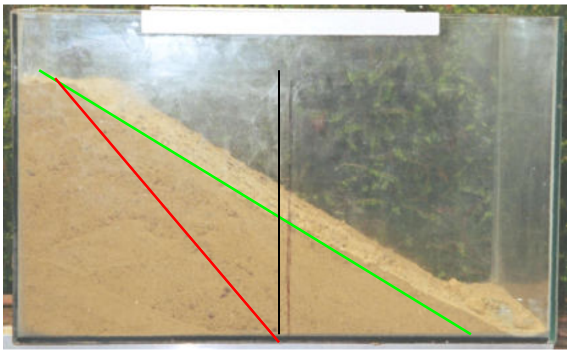


Abb. 15 zeigt die Ausbreitung des Sandes mit eingezeichneter Scherebene (grün) und Neigungsebene (rot).

Ablagerungen des Füllstoffs (Sand) in dem oberen Bereich der Scherebene können entstehen, da hier nur die vertikale Kraftkomponente Nv der Normalkraft FN vorherrscht ($nn \cdot nv/2$), d. h. in diesem Teil der Normalkraftfläche fehlen horizontale Kräfte, die das Abgleiten des Sandes unterstützen könnten, siehe Abb. 12, S. 31. Für die Kraftermittlung ist die Einbauhöhe h des Füllstoffs zu messen und über den Neigungswinkel β der Bodenart die Breiten $bo = bu$ zu errechnen. Die Breite bo setzt oben an der Behältermitte an und führt bis zur

Bruchkante des Sandes. Die Breite *bu* nimmt unten den Abstand ein zwischen der Behältermitte und dem Fußpunkt der Scherebene. Die Breite der natürlichen Scherebene wird mit $bue = bo + bu$ und ihre Winkel mit s bezeichnet. Der doppelte Tangens des Scherwinkels entspricht dem Tangens des Neigungswinkels β ($2 \tan s = \tan \beta$). Lockert der Boden beim Abgleiten auf, werden die Breiten *bo* und *bu* ungleich und verändern den Winkel. Über die Folgen von Auflockerungen oder Verdichtungen von Böden wird noch berichtet.

Neigungswinkel β

$$\tan \beta = h/b \quad \rightarrow \tan \beta = 2{,}33/1{,}91 = 1{,}220 \qquad 2.15$$

$$\beta = 50{,}7° \qquad [-] \qquad 2.16$$

Scherwinkel s

$$\tan s = (\tan \beta)\ /2 \rightarrow \tan s = 1{,}220/2 = 0{,}610 \qquad 2.17$$

$$s = 31{,}4° \qquad [-] \qquad 2.18$$

Die Versuchsanordnung kann grafisch wie folgt dargestellt werden:

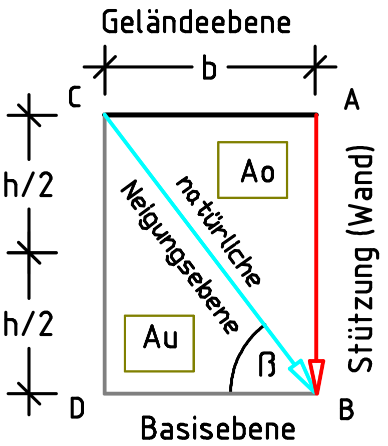


Abb. 16 zeigt die Keilflächen *Ao* und *Au*, die durch die Neigungsebene mit dem Winkel β unterteilt werden.

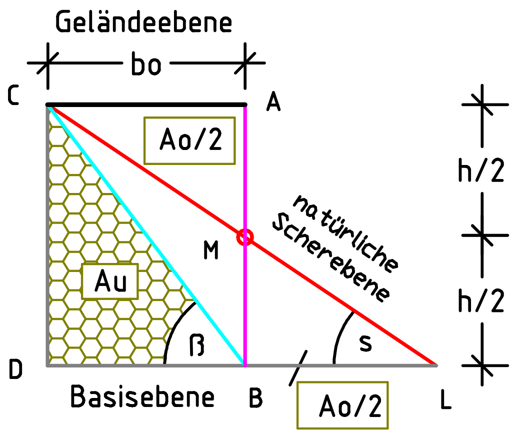


Abb. 17 zeigt den ‚liegenden Erdkeil'(C–L–D), die Neigungsebene und die Scherebene unter dem Winkel s.

In dieser Studie wird die Fläche *Ao* als aktiv bezeichnet, weil deren Erdmasse auf der Neigungsebene abgleitet, wenn ihr der seitliche Halt genommen wird. In der reaktiven Fläche *Au* fehlt das Bestreben zum Abgleiten, weil die Erdmasse durch den angrenzenden Erdblock gehalten wird. Über die Höhe h und den Winkel β bzw. s lassen sich die Länge der Neigungs- bzw. der Scherebene berechnen. Die Dichte und damit die Winkel dieser Bodenart ändern sich, wenn der Boden beim Abgleiten auflockert oder durch eine externe Kraft verdichtet wird. Beide Umstellungen lassen eine neue Bodenart entstehen.

2.4.2 Ausbildung der natürlichen Neigungsebene im Sand, Versuch 2

Für dieses Experiment wurden wieder 27 kg Sand lose in die linke Kammer eingefüllt und die Oberfläche geebnet. Die Füllhöhe wurde mit ht = 2,36 dm gemessen. Anschließend wurde die rechte Kammer bis zur Höhe 2,75 dm mit Wasser aufgefüllt und nach ca. 2 Stunden das Wasser über einen dünnen Schlauch mit dem Innendurchmesser $Øi$ = 6 mm mittels Unterdrucks abgesaugt. Am nächsten Tag, nach dem Erstarren des Sandes wurde die trennende Glasscheibe gezogen und das Experiment für 10 Tage stehen gelassen, damit der Sandkörper natürlich trocknen konnte. Da sich nach dieser Zeit im Sandkörper die erwartete Rissbildung entlang der vermuteten Neigungsebene nicht zeigte, wurde, um eine mögliche Querspannung in dem Sandkörper aufzuheben, ein Schnitt mit einem feinen Sägeblatt durchgeführt. Der Schnitt wurde parallel zu den Längsseiten des Behälters und mittig durch den erstarrten Sandkörper geführt. Nach einem leichten Druck auf die geteilte Oberfläche bildeten sich die Sandkeile aus (Abb. 18). Das Verhältnis der Höhe hb = 2,11 dm zu der gemessenen Breite $b - bo$ = 1,35 dm zeigt den Tangens des Neigungswinkels β der Bruchebene des erstarrten Sandkörpers an.

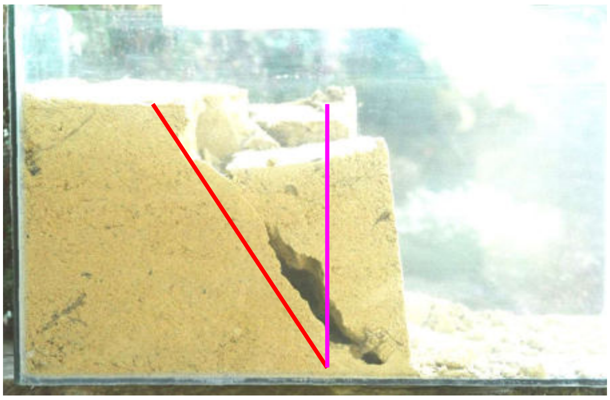


Abb. 18 zeigt den erstarrten Sandkörper mit seiner Neigungsebene (rot).

Es werden berechnet:

Neigungswinkel β

$$\tan \beta = 2{,}11/1{,}35 = 1{,}563 \qquad 2.19$$

$$\beta = 57{,}4° \qquad [-] \qquad 2.20$$

Verdichtungsfaktor λ

$$\lambda = ht/hb \;\rightarrow \lambda = 2{,}36/2{,}11 = 1{,}12 \rightarrow 12 \text{ Vol.-\%} \qquad 2.21$$

In der nachstehenden Beschreibung der Versuchsergebnisse wird auf die vorherigen Berechnungsansätze bzw. Gleichungen mit entsprechender () verwiesen.

Aus der Versuchsanordnung lässt sich ableiten, dass das Wasser den trockenen Sand mit der Füllhöhe *ht* = 2,36 dm um 12 Vol.-% verdichtet hat und diese Verdichtung zum Anstieg des Neigungswinkels von β = 50,7° (2.16) auf β = 57,4° (2.20) geführt hat. Zur Absicherung des Verdichtungsfaktors λ des Sandes, der in Höhe von 12 Vol.-% allein durch die Wasserzugabe entstanden ist, wird nachstehend ein weiterer Versuch mit Sand und Wasser durchgeführt.

2.4.3 Verdichtung von trockenem Sand durch Wasserzugabe, Versuch 3

Für die Versuchsanordnung wurde ein Glaszylinder mit der Innenhöhe 2,97 dm und dem Innendurchmesser *Øi* = 1,41 dm benutzt. In den Zylinder wurden 7,6 kg trockener Sand lose eingefüllt und behutsam 2,0 Liter Wasser zugegeben. Nach einer Wartezeit von ca. 10 Stunden hatte sich der Sand von der Füllhöhe *ht* = 2,97 dm bis zur Höhe *hb* = 2,60 dm abgesetzt. Damit hat sich der trockene Sand allein durch die Wasserzugabe um den Wert λ verdichtet.

Abb. 19 zeigt den Zylinder und die Füllhöhe *ht*.

Abb. 20 zeigt den verdichteten Sand mit der Höhe *hb*.

Abb. 21 zeigt Hohlräume im verdichteten Sand

Nachstehend werden errechnet:

Verdichtungsfaktor λ

$$\lambda = 2{,}97/2{,}60 = 1{,}142 \qquad \rightarrow 14{,}2 \quad \text{Vol.-\%} \qquad 2.22$$

Trockendichte *ptg*

$$ptg = kg/V = 7{,}6 \cdot 4/(2{,}97 \cdot 1{,}41^2 \cdot \pi) = 1{,}639 \quad \text{kg/dm}^3 \qquad 2.23$$

Trockendichte *ptg’*

$$ptg' = kg/V' = 7{,}6 \cdot 4 / (2{,}60 \cdot 1{,}41^2 \cdot \pi) = 1{,}872 \quad \text{kg/dm}^3 \qquad 2.24$$

Auch wenn bei den Versuchsanordnungen 2 und 3 zwischen den Verdichtungsfaktoren eine geringe Differenz besteht (λ = 12,0 Vol.-% zu λ = 14,2 Vol.-%), die sich ergeben kann durch unterschiedliche Trockendichten und geringste Messungenauigkeiten, bleibt Folgendes festzustellen:
Würde man den nassen Sand wieder trocknen, bliebe die Höhe *hb* konstant und die Trockendichte des losen Sandes *ptg* würde sich wandeln in die Trockendichte des trockenen verdichteten Sandes *ptg'*. Hieraus lässt sich ableiten, dass Wasser das Volumen eines trockenen Bodens nur mindern kann, wenn dieser erstmals einer Flüssigkeit ausgesetzt wird. Würde der verdichtete Boden getrocknet und erneut vom Wasser überflutet werden, ggf. mit wechselnden Pegelständen, würde sich die Trockendichte zu einer Nassdichte wandeln, aber sich das Bodenvolumen nicht noch mal ändern.

Fazit:
Aus den Versuchsanordnungen 1 bis 3 kann abgeleitet werden, dass:
1. die natürliche Scherebene eines Sandes (Bodens) sich einstellt, wenn Boden aus einem „stehenden“ in einen „liegenden“ Erdkeil abgleitet und hierbei nicht auflockert, siehe Abb. 15 bis 17, S. 41ff.
2. die Scherebene und die Neigungsebene eine Gerade ausbilden und keine konvexe Krümmung, wie die Lehre diese mit dem folgenden Bild P05.60 darstellt [1: S. P.11].

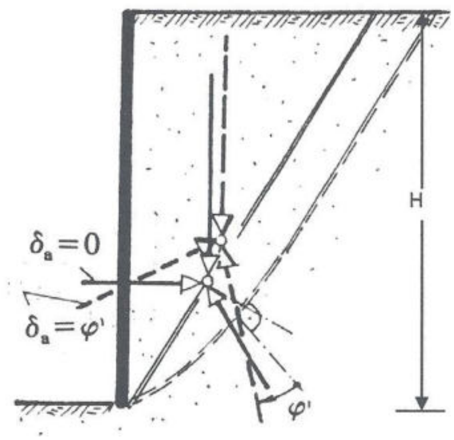


Bild P05.60: konvexe Krümmung der Bruchfläche infolge einer positiven Wandreibung

Es bleibt anzumerken, dass sich eine konvexe Krümmung der Bruchfläche trotz der Vielzahl der eigenen Experimente mit unterschiedlichen Bodenarten bei den Versuchen nie ausgebildet hat.

3. der Scherwinkel s zum Neigungswinkel β eines Bodens in einem direkten Verhältnis steht: $\tan s = (\tan \beta) / 2$ (2.17),
4. Wasser einen trockenen Sand bis zu 14,2 Vol.-% (2.22) verdichten kann,
5. sich im nassen verdichteten Sand, wie beobachtet wurde, Hohlräume bilden und zerfallen, um sich an anderer Stelle wieder neu zu bilden, Abb. 21, S. 44.

2.5 Bestimmung von Neigungs- und Scherwinkel unter Auflast

Coulomb und die Lehre verfolgen im Erdreich den Abtrag von Auflasten *Ee* oder externe Kräfte *Ge*, die auf eine Geländefläche aufgetragen werden, auf unterschiedliche Weise. Diesen Unterschieden wird nachgegangen.

Coulomb stellt in der Fig. 7 die Auflast *P* als Verbreiterung des Erdkeils (a–a') dar. Die Lehre übernimmt die verbreiterte Fläche nach Fig. 7, spiegelt sie aber vertikal in das Spannungsfeld nach Bild P05.120 [1: S. P.15]. Diese Änderung bezeichnet die Lehre als *zweckmäßig und stimmig* bezüglich möglicher Einflüsse aus benachbarten Lasten [1: S. P.14f.].

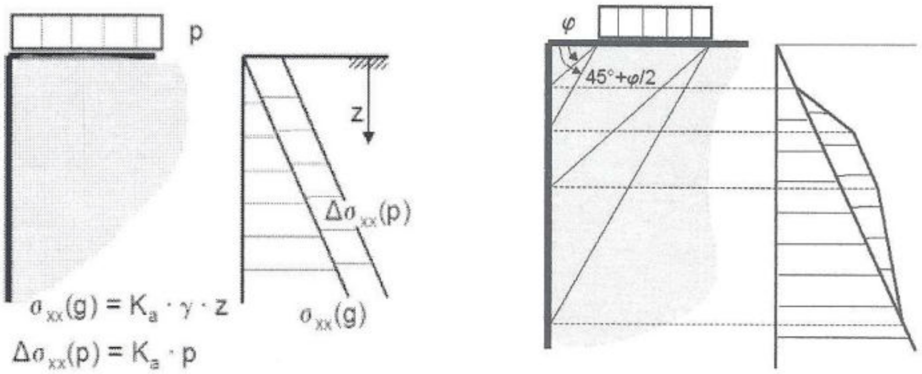


Bild P05.120: Erddruckspannungen aus belasteter Geländeoberfläche

Während bei Coulomb die Auflast *P* die Breite und die Höhe des Erdkeils hinter der Wand verändert, sieht die Lehre nur eine Verbreiterung des Erdkeils. Bei beiden Verfahren bleibt der Neigungswinkel des belasteten Bodens konstant. Fügt man diesen Darlegungen eigene Beobachtungen zum Bodenverhalten hinzu, so wird ein belasteter Erdkeil schneller abgleiten als ein unbelasteter und damit Einfluss nehmen auf die Lage der Neigungsebene und ihren Winkel.

Die neue Theorie erkennt, dass Auflasten oder externe Kräfte, die eine Geländefläche belasten, über aktive und reaktive Kraftfelder im Erdreich abgetragen werden. Für den Kraftabbau bildet sich im Erdreich folgerichtig eine längere Reibungs-/Neigungsebene aus. Im Regelfall, wenn tiefere Bodenschichten diesen Kraftabbau zulassen, wird die von Coulomb aufgezeigte veränderte Berechnungshöhe in Anspruch genommen, siehe Fig. 7 und Abb. 22.

Zum besseren Nachvollzug der Kraftverteilung wird die Neigungsebene „ohne Auflast“ (cyan) und „mit Auflast“ (rot) gezeigt. Die ursprüngliche Keilfläche *Ao* mit der Keilhöhe *h* und der Keilbreite *b* wird durch die Auflastfläche *Ae* belastet. Für den Abtrag der Auflast bildet sich im Erdreich die gleichgroße Fläche *Ae* aus (C–B–B'–D). Diese unterteilt sich in die aktive Teilfläche (C–B–B) und in die reaktive Teilfläche (C–B'–D), so dass sich hierdurch die steilere Neigungsebene (C–B') ausbildet.

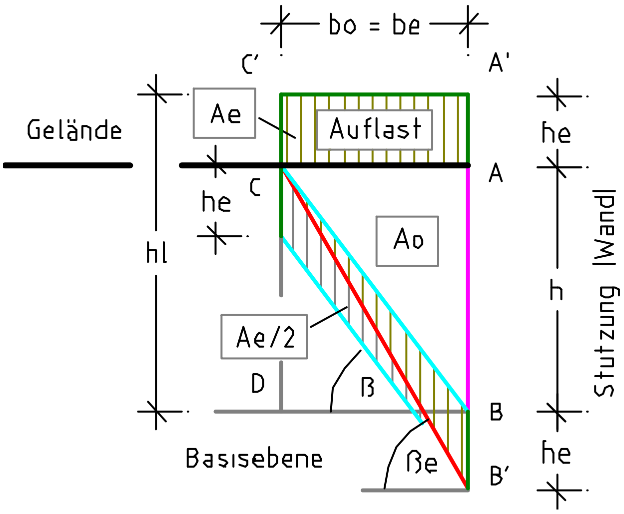


Abb. 22 zeigt den unbelasteten Erdkeil (C–A–B), die aktive Kraftfläche der Auflast (C–B–B') und die steilere Neigungsebene (C–B') infolge der Auflast.

Externe Kräfte, die als Streckenlast *q* in kN/m zu behandeln sind, werden über die Höhe *he* in das Berechnungssystem eingeführt. Die Höhe *he* errechnet sich aus der Streckenlast *q* dividiert durch die Trockendichte *ptg* (neuer Begriff) und die Fallbeschleunigung g = 9,807 m/s². Die Trockendichte wird gewählt, weil Flüssigkeiten/Wasser unter Druck ausweichen und somit Wasser keine Lasten übernehmen und abtragen können, siehe Berechnung der Bodeneigenschaften im Kapitel 3, S. 56.

Addiert man die Auflasthöhe *he* zu der Höhe *h*, so lassen sich über die Gesamthöhe *hl* und die Keilbreite *b* der steilere Neigungswinkel *βe* und die neue Kraftfläche *Aae* ermitteln.

Höhe *he*

$$he = q/ptg \cdot \mathrm{g} \qquad \mathrm{m} \qquad 2.25$$

Höhe *h*

$$h = b \cdot \beta \qquad \mathrm{m} \qquad 2.26$$

Höhe *hl*

$$hl = he + h \qquad \text{m} \qquad 2.27$$

Winkel *βe*

$$\tan \beta e = hl/be \rightarrow \beta e \qquad [-] \qquad 2.28$$

Fläche *Ae*

$$Ae = be \cdot he \qquad \text{m}^2 \qquad 2.29$$

Fläche *Aa*

$$Aa = b \cdot h/2 \qquad \text{m}^2 \qquad 2.30$$

Fläche *Aae*

$$Aae = Aa + Ae/2 \qquad \text{m}^2 \qquad 2.31$$

Die Änderung des Neigungswinkels (von *β* nach *βe*) und der Größe der Kraftfläche (*Aa* zu *Aae*) zeigen an, dass eine Auflast *Ee* oder externe Kraft *Ge* auf einen Erdkörper aufgetragen in diesem Körper das Kräfte- oder Spannungsverhalten beeinflusst. Wird hierbei der vertikale Kraftabbau im Erdreich durch eine Fels- oder Betonschicht blockiert, so bilden sich auf der Sperrschicht die noch nicht abgebauten vertikalen Kräfte in horizontale Kräfte um. Dieser Kraftwandel reduziert den Winkel der „Neigungsebene unter Auflast“.

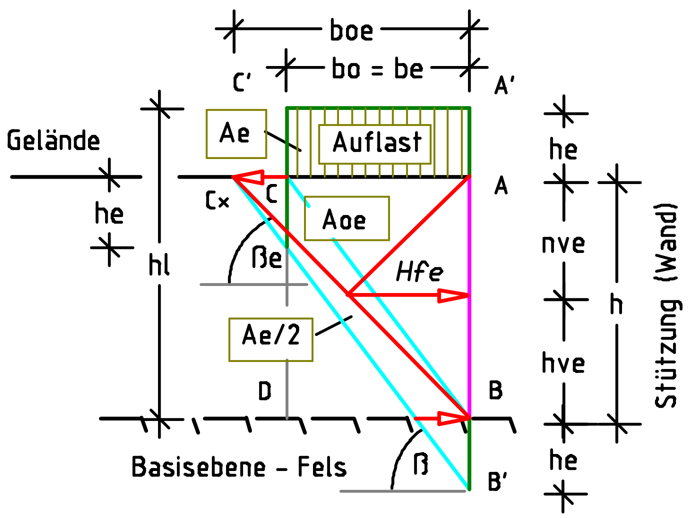


Abb. 23 zeigt den Erdkeil (C*–A–B) und die infolge einer Fels- oder Betonschicht im Erdreich abgeflachte Neigungsebene unter Auflast (rot).

Die vorstehenden Abbildungen zeigen, dass ein Erdkörper unterschiedliche Neigungsebenen unter Auflast ausbildet, wenn der Abbau seiner vertikalen Kräfte durch eine Sperrschicht (Behälterboden) behindert wird. Folglich kann der örtlich gemessene, natürliche Scherwinkel *s* (Abb. 15, S. 41), der in einem direkten Verhältnis zu dem Neigungswinkel steht [tan *s* = (tan *β*) /2], nicht identisch sein mit dem Scherwinkel *φ*, der nach DIN 18137–2 am Probekörper/Bodenprobe unter axialem oder triaxialem Druck gemessen wird [1: S. I.11ff.]. In den Abb. 24 und 25 wird der Kraftabbau innerhalb einer Bodenprobe bei Behinderung des vertikalen Kräfteflusses dargestellt.

Die gezeigten Erdblöcke (Probekörper) sind gleich hoch, unterscheiden sich aber in der Breite, *b* zu *b'*. Das Höhen/Seiten-Verhältnis ist in Abb. 24 so gewählt, dass die natürliche Neigungsebene (A–C) als Diagonale in dem Erdkörper Platz findet.

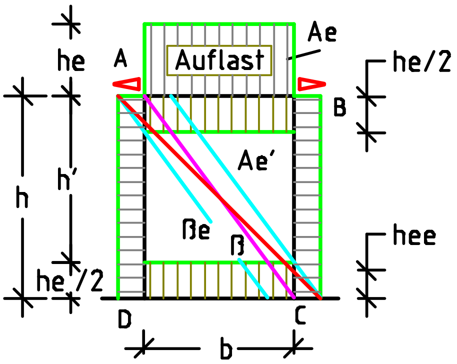


Abb. 24

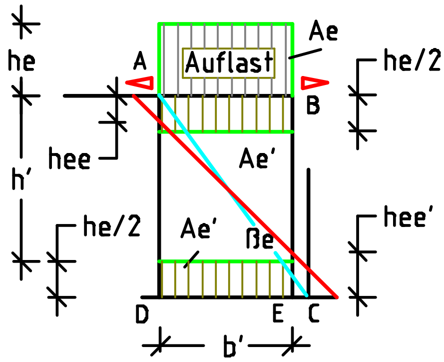


Abb. 25

Abb. 24 zeigt die veränderte Lage der Neigungsebene im Erdkörper infolge der aufgebrachten externen Kraft/Auflast.

Abb. 25 zeigt den Erdkörper, dessen Neigungsebene (A–C) abweicht von dem Höhen/Seiten-Verhältnis des Zylinders.

Die gleiche Neigungsebene, wie sie in der Abb. 24 dargestellt ist, endet bei dem schmäleren Erdblock bereits in der Ebene (D'–C'). Durch den ausgeübten vertikalen Druck auf den Probekörper verändern sich die Lage der Neigungsebene in den Körpern von (A–C) nach (A'–C') und der Winkel von β nach βe. Da bei gleichem Druck der Winkel βe konstant bleibt, verlässt die Neigungsebene den schmalen Körper bereits in der Höhe des Punktes E', siehe Abb. 25.

Fazit:

Die Abb. 22 bis 25 zeigen ein unterschiedliches Kräfteverhalten beim Abtrag von externen Kräften oder Auflasten im Erdkörper, welches abhängig davon ist, ob der vertikale Kraftfluss sich uneingeschränkt ausbreiten kann oder durch bspw. eine Felsschicht behindert wird. Die Abb. 24 und 25 stellen die Veränderungen der Scherebenen innerhalb von Probekörpern dar, die zur Messung der Scherfestigkeit in eine Apparatur eingespannt sind und auf denen Druck ausgeübt wird. Folglich kann der Winkel, der derzeit über die Scherfestigkeit des Bodens bestimmt wird, nicht identisch sein mit dem natürlichen Neigungswinkel β

des Bodens, der sich ohne diese Druckausübung im Erdreich einstellt. Die neue Theorie unterscheidet deshalb zwischen dem ‚Neigungswinkel *βe* unter Auflast'und dem ‚natürlichen' Neigungswinkel *β*, d. h. ohne Auflast (Vergleiche Druckfestigkeitsprüfung nach DIN EN 1926 sowie Abbildungen in [6: S. 5.2–1ff. und 10: S. 25]).

2.6 Bestimmung von Neigungs- und Scherwinkel bei Bodenauflockerung

Nachstehend wird mit Abb. 26 und 27 dargestellt, dass auch Auflockerungen oder Verdichtungen von Böden die Winkel im Erdblock beeinflussen.

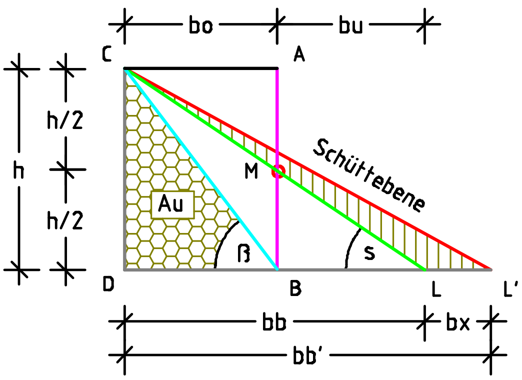


Abb. 26 zeigt die Massenmehrung durch die Bodenauflockerung (C–L'–L).

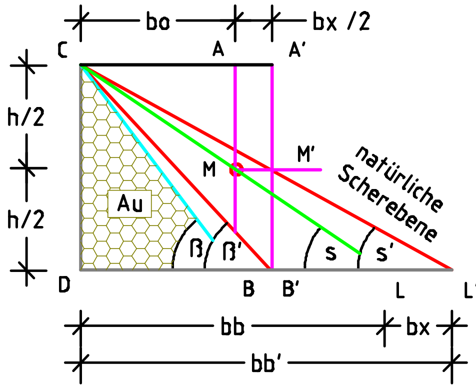


Abb. 27 zeigt die Verbreiterung des Keils um *bx* und des Blocks um *bx*/2.

Bei einem Boden, der beim Abgleiten nicht auflockert, teilt die Scherebene die aktive Fläche *Aa* in die Fläche *Aa*/2 links und *Aa*/2 rechts der Bezugsachse. Lockert der Boden jedoch beim Abgleiten auf, zeigt sich der Porenzuwachs des Bodens in der Keilfläche (C–L'–L) mit der Höhe *h* und der Breite *bx*. Durch die Bodenauflockerung führt die Ebene (C–L') nicht mehr durch den Mittelpunkt der lotrechten Bezugsachse, so dass die Ebene (C–L') als ‚Böschungs- oder Schüttebene' bezeichnet werden kann. Versetzt man die Bezugsachse um das Maß *bx*/2 nach rechts (Abb. 27), stellen sich die Breiten *bo* + *bx*/2 = *bu* + *bx*/2 ein. Unter dieser Bedingung wird aus der ‚Böschungs- oder Schüttebene' wieder die ‚natürliche Scherebene' des aufgelockerten Bodens mit dem Scherwinkel *s'*. Formt man aus dem aufgelockerten Boden wieder einen Erdblock, so nimmt dieser bei gleicher Höhe *h* die Blockbreite *b* + *bx*/2 und den Neigungswinkel *β'* ein. Da die direkte Abhängigkeit zwischen dem Neigungswinkel *β'* und dem Scherwinkel *s'* gegeben ist, verbleibt der Ansatz tan *s'* = (tan *β'*) /2. Verdichtungen von Böden laufen konträr zur Bodenauflockerung und lassen den Neigungswinkel ansteigen.

2.7 Winkeländerung durch Kohäsion und/oder Wandreibung

In der Lehre wird beschrieben, dass eine Kohäsion (Haftfestigkeit bindiger Böden) und eine Wandreibung (zwischen erdberührter Fläche und anstehendem Boden) den Bruchwinkel α bzw. den Scherwinkel φ' ändern können [1: S. P.8ff.] und Tabelle in [1: S. I.19]. Darüber hinaus wird in der Lehre mit dem Bild P03.20 [1: S. P.5] gezeigt, dass ein Boden im Ruhespannungszustand bei einer unter dem Winkel α geneigten Wandfläche seine maximale Scherbeanspruchung σ_α entwickelt und sich zwischen Wand und Boden die Wandreibung τ_α einstellt [1: S. P.5 und S. P.22ff.].

Es bleibt anzumerken, dass eine Wandreibung an einer geneigten Wandfläche sowie eine Mantelreibung an einem Pfahlschaft, wie die Lehre dieses in [1: S. P.11 und S. P.25ff.] darstellt, keinen Bezug zur physikalischen Reibung erkennen lässt. Die Physik beschreibt die Reibung als Kraft zwischen zwei sich gegeneinander bewegenden festen Körpern [15: S. 98f.]. Folgt man den Regeln der Physik, so müssen sich, um eine Wandreibung erzeugen zu können, entweder die Wand oder der Boden hinter der Wand dauerhaft bewegen. Da im Erdbau derartige Bewegungen nicht gewollt sind, kann in statischem Zustand die sog. Wandreibung weder eine Kraft erzeugen noch Einfluss nehmen auf die Richtung anderer Kräfte oder Spannungen im Erdreich.

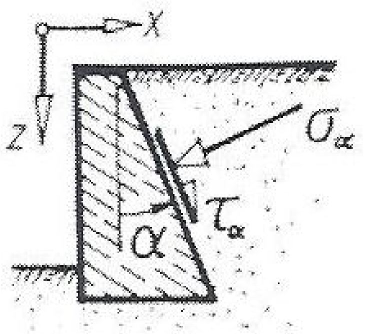


Bild P03.20: zeigt eine unter dem Winkel α geneigte Wand und die Lage der Spannung σ_α gegen diese.

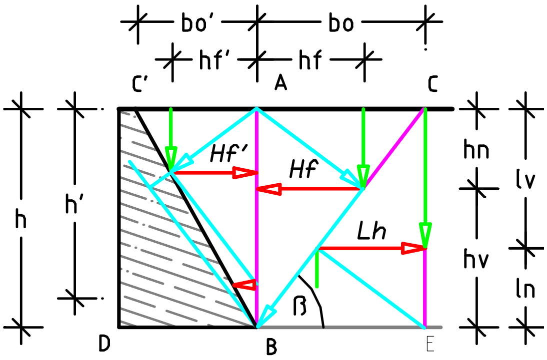


Abb. 28 zeigt eine geneigte Wand und dahinter die neue Art der Kraftverteilung.

Gleiches wie zuvor gilt für die Mantelreibung an einem Pfahlschaft. Sie wäre für den Augenblick vorstellbar, wo der Pfahl infolge einer Überlastung ‚durchsackt', d. h. seine Stabilität im Erdreich verliert und sich infolgedessen bewegt. Die neue Theorie hingegen sieht dauerhaft wirkende Kraftfelder im Erdreich, deren horizontale Kräfte einen Anpressdruck gegen die Wand oder den Pfahlschaft ausüben. Beim Pfahl wirken die Kräfte radial auf den Pfahlmantel und übernehmen, wie auch der Pfahlfuß, den Kraftabtrag der auf den Pfahl auftragenden

Kräfte, siehe auch Unterkapitel 4.8, S. 153ff. Es wird somit in Abrede gestellt, dass die Schräge einer Wandfläche oder ihre Rauigkeit den Winkel und die Größe der Spannung σ_α bestimmen können (Bild P03.20). Die durchgeführten Experimente zeigen, dass die anstehende Bodenart die Größe der Kraft und ihr Neigungswinkel die Kraftrichtung bestimmen und nicht die Schrägheit einer Wand, wie dargestellt im Unterkapitel 4.4, S. 131ff.
Die Lehre beschreibt hingegen die *Kohäsion* als haftende Wirkung bindiger, feuchter Böden und ordnet ihr Fähigkeiten zu, Kräfte und Kraftrichtungen im Erdreich beeinflussen zu können [1: I.5–I.8 und 1: S. P.11]. Die neue Theorie hingegen erkennt die haftende Wirkung der Kohäsion, bezweifelt aber deren Möglichkeit, auf Kräfte oder Kraftrichtungen Einfluss nehmen zu können. Eher wird die Kohäsion als Bestandteil der Gewichtskraft gesehen, die wohl Bodenbewegungen verlangsamen, aber nicht aufhalten kann (siehe Bodeneigenschaften und Bodenverhalten feuchter oder nasser Böden in Kapitel 3). Ebenso wird eine geringe Wandverschiebung oder Wanddrehung, wie die Lehre diese zur Mobilisierung der horizontalen Kräfte im Erdreich vorstellt, weder den Neigungswinkel β noch die Erddruckkraft beeinflussen können. Erst wenn ein deutliches Abrücken einer lotrechten Wand von dem anstehenden Boden oder eine gravierende Schrägstellung der Wand sich einstellen, können sich nach einer Auflockerung des Bodens hinter der Wand die Bodendichte und der Neigungswinkel ändern. Dieser Sachverhalt wird weiter behandelt in Kapitel 4.

2.8 Fließbedingung und Erddruck, Versuche 4 und 5.

Da dem Verfasser die Möglichkeit fehlt, die Originalfassung der Coulomb'schen Fließbedingung mit den Darstellungen der Erddruck-Lehre zur Fließbedingung [1: S. I.14ff.] zu vergleichen, sind Versuchsanordnungen in dem Glaskasten ausgeführt worden. Insbesondere sollen diese das Abgleiten von Böden aus einem stehenden in einen liegenden Erdkeil aufzeigen.

Versuchsanordnung 4

In eine Kammer des Glaskastens wurde schichtweise zunächst trockener und zuletzt nasser Basaltgrus eingebaut. Der Materialwechsel und einzelne Papierstreifen zwischen den Schichten sollte das Abgleiten des Gruses aus dem stehenden in den liegenden Erdkeil sichtbar machen.

Abb. 29 zeigt den schichtweisen Einbau des Basaltgruses.

Abb. 30 zeigt nach dem Ziehen der eingestellten Glasscheibe die Lage des Basaltgruses und der Papierstreifen.

Abb. 31 zeigt die Lage des Basaltgruses nach dem Ziehen der Papierstreifen aus der 2. und 3. Schichtebene.

Nach dem Ziehen der Glasscheibe und dem Abgleiten des Gruses legten sich die je Schicht eingefügten drei Papierstreifen in die Gleitrichtung. Um das Abgleiten des Basaltgruses weiter verfolgen zu können, wurden die Papierstreifen der oberen drei Schichten vorsichtig und horizontal aus dem Material gezogen. Hiernach stelle sich die Scherebene des Gruses unter dem Winkel s ein ($\tan s = \tan \beta /2$), vergleiche hierzu Abb. 15, Seite 41.

Nicht bestätigt hat sich ein Verformungszustand nach der Mohr-Coulomb'schen Fließbedingung' [1: S. I.14ff.] mit einer horizontalen Kraftentfaltung in dem unteren Drittel der Füllhöhe.

Versuchsanordnung 5

Bei dieser Versuchsanordnung wurden in die linke Kammer des Glaskastens unterschiedlich hohe Schichten aus Sand und Basaltgrus lose eingebaut. Auf die Einlage von Papierstreifen wurde verzichtet. Die Materialverteilung nach dem Ziehen der Glasscheibe wird in der Abbildung gezeigt.

Abb. 32 zeigt nach dem Abgleiten der Füllstoffe die Neigungsebene des Sandes und die Scherebene des Gruses.

Fazit:

Die Versuchsanordnung 4 mit dem Basaltgrus als Füllmaterial zeigt, dass sich der von Erddruck-Lehre beschriebene Reibungswinkel φ' beim Abgleiten, d. h. auch beim „Fließen des spröden Materials" nicht eingestellt hat, siehe hierzu Bild I06.20, Seite 28.

Gleiches Ergebnis bringt die Versuchsanordnung 5 mit den unterschiedlichen Schichthöhen von Sand und Basaltgrus. Auch hier ist kein Fließen der Materialen nachzuweisen, welches ansatzweise der Beschreibung des Bruchkriteriums der Erddruck-Lehre folgt. Vielmehr bestätigen die Versuchsergebnisse, dass die Fließbedingung keine Modifikation der Coulomb'schen Erddruck-Theorie darstellt, sondern die Fließbedingung und die Erddruck-Theorie von Coulomb offensichtlich unterschiedliche Sachverhalte beschreiben.

Zu der Versuchsanordnung 5 bleibt anzumerken, dass über die Coulomb'sche Erddruck-Theorie (Abb. 9, S. 25) der Nachweis über die Kraftverteilung in den Erdkörpern vor und nach dem Ziehen der eingestellten Glasscheibe erbracht werden kann, siehe Abschnitt 4.3.4, S. 124ff. Dort werden die Ebenen, Winkel und Kräfte errechnet, die das Abgleiten der Füllstoffe in der Abb. 32 erklären. Ein „Fließen der Füllstoffe", wie die Lehre dieses in ihrer Bruchbedingung beschreibt [1: S. I.14ff.], lässt sich weder durch die Versuchsanordnungen 4 und 5 noch durch die durchgeführten Berechnungen belegen, siehe Abb. 30 bis 32.

2.9 Silotheorie und Erddruck

Die Lehre weist auf einen Zusammenhang zwischen dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium und der Silotheorie hin. Sie begründet damit, dass die von ihr angenommene Wandreibung zwischen rückseitiger Wandfläche und dem anstehenden Boden hinter der Wand die Erddruckkraft gegen die Wand reduzieren kann [1: S. P.2]. Die Lehre zeigt ferner an, dass zur Ermittlung der Gewölbewirkung die Untersuchungen von Janssen für Getreidesilos herangezogen werden können und diese Vorgaben von Terzaghi und Houska für die Belastungszustände der Tunnelschale modifiziert wurden [1: S. 3.5]. Hierbei wird der Beiwert K_0 definiert über das Verhältnis der effektiven horizontalen zu der effektiven vertikalen Spannung.

Geht man von der reinen Physik aus, so kann sich eine Reibung an der Silowand nur einstellen, wenn das Füllgut an der Silowand in Bewegung gerät. Sieht man in ein Getreidesilo, wenn über eine Ablassvorrichtung in der Mitte des Behälterbodens Getreide entnommen wird, so lässt sich an der Oberfläche des Füllgutes mittig eine trichterförmige Senke erkennen. Diese Senke zeugt eher davon, dass sich die Getreidekörner von der Silowand zur Silomitte hinbewegen und damit für eine Wandreibung nicht mehr zur Verfügung stehen können. Dieser Hohlkegel stellt sich auch ein, wenn man losen, trockenen Sand in einen Trichter einfüllt und diesen über die untere Trichteröffnung ablässt. Gleiche Merkmale lassen sich erkennen, wenn Wasser aus einem Spülbecken abgelassen wird. Auch hier kann eher ein Hohlkegel in dem Wasser über dem Ablass beobachtet werden als ein Abfließen des Wassers über die Beckenwände zum Siphon. Es bestehen somit arge Zweifel, dass es die von der Lehre angesetzte Wandreibung überhaupt gibt und dass diese Reibung die Erddruckkraft mindern kann.

Fazit:

Wenn nach der reinen Physik eine Reibung nur bei einer gegenläufigen Bewegung zweier fester Körper entstehen kann [15: S. 98ff.], dann dürfte bei ruhenden Körpern weder eine Wandreibung noch eine Mantelreibung entstehen. Es bleibt somit der Lehre überlassen, die Richtigkeit des Beiwerts K_0 in ihrer Erddruckermittlung zu begründen. Bedenklich ist, wenn die gleichen Faktoren bei der Ermittlung einer Tunnelschale Anwendung finden [1: S. 3.3].

3 Berechnung von Bodeneigenschaften

3.1 Allgemeines zu den Bodeneigenschaften

Derzeit gibt es eine Vielzahl von Regelwerken und DIN-Normen, welche empirische Bodenkenngrößen für Erddruckermittlungen mit oft großen Wertdifferenzen in Tabellen vorhalten [1: S. J.2f.]. Werden aus diesen Tabellen Kenngrößen gewählt, die von den realen Bodenwerten abweichen, so vervielfältigen sich die Unstimmigkeiten in der Erddruckberechnung mit steigender Berechnungshöhe h. Letztlich kann dieser Mangel zu Unterbemessungen von Bauwerken, zu Bauschäden und ggf. zu verletzten und getöteten Personen führen. Um hier Abhilfe zu schaffen, stützt sich die neue Erddruck-Theorie auf Bodenkenngrößen, die auf einfachste Art vor Ort über den Wassergehalt und die Trockendichte des anstehenden Bodens ermittelt werden können. Die mit unterschiedlichen Böden durchgeführten Experimente führten zur eigenen Erweiterung des Mehrphasensystems der Festkörperphysik. Diese Neuerung erlaubt unter der Berücksichtigung von Raum- und Gewichtsteilen von Böden, die Bodendichte *ptg* (*pig, png, …*), die Reibungszahl μ, den Neigungswinkel β und den Scherwinkel s von allen Bodenarten eindeutig zu bestimmen.

Wie ausgeführt, werden die Bodenarten als Zerfallsprodukte ihrer Ursprungsgesteine gesehen. Eine immerwährende Erosion lässt ein hartes Felsgestein zu Staub und Druck lässt wieder Staub zu Fels werden. Jede Auflösungs- oder Verdichtungsphase vergrößert oder verkleinert das Porenvolumen in der Masse und erzeugt hierdurch eine neue Bodenart mit neuen Eigenschaften. Folglich bestehen ein trockenes erosives Felsgestein oder ein trockener Boden aus Feststoffen und Poren, wobei als ‚Poren' alle Hohlräume im Stein- oder Bodengefüge gemeint sind, egal ob diese Wasser aufnehmen können oder nicht. Das in das Porengefüge eindringende Wasser (Flüssigkeit) kann mittelfristig weder das Poren- noch das Feststoffvolumen verändern, sondern nur die Bodeneigenschaften beeinflussen, wie die Dichte, den Neigungswinkel und das Bodenverhalten. Da zur Ermittlung des Erddrucks nur die Bodendichte und der Neigungswinkel benötigt werden, können insbesondere bei steigender Berechnungshöhe alle weiteren Einflüsse auf die Bodenkennwerte unberücksichtigt bleiben, wie die Art des Ursprungsgesteins, das Gefüge des Steinverbundes sowie das Korn-, Richtungs- und Verteilungsgefüge [9: S. 3f.]. Auch mögliche

Zeitfaktoren sowie thermische Wirkungen auf Böden werden bei der Berechnung der Bodeneigenschaften übergangen.

Die Berechnung der Bodeneigenschaften basiert auf der Dichte und dem Neigungswinkel β eines ideellen Felsgesteins (Granit), das porenlos sein soll und nur vertikale Spannungen zulässt. Als Trockendichte wurde ptg_{90} = 3,0 t/m³ übernommen [6: S. 2.2–2 und 15: S. 605] und als Tangens des Neigungswinkels β die Reibungszahl μ = 100 gewählt. Somit lässt sich über die gewählte Reibungszahl eine Felssäule darstellen mit dem Neigungswinkel β = 89,4° ~ 90°, der Höhe $h*$ = 100 m, der Tiefe a = 1,00 m und der Breite $b*$ = 1,00 m. Mit dem Index $_{90}$ kann z. B. bei der Dichte ptg_{90} des Granitgesteins auf seinen Neigungswinkel β_{90} = 90° hingewiesen werden. Zudem war es zur Darstellung der Erddruck-Theorie notwendig neue Begriffe einzuführen, siehe Symbolverzeichnis und ‚Begriffe zur Erddruck-Theorie', S. 240.

Zur vereinfachten Verfolgung von Berechnungsergebnissen wird in dieser Studie für die Dichte die Einheit **t/m³** gewählt. Weil die Bodendichte und der Neigungswinkel die gleiche Bodenart beschreiben, lassen sich die Bodenarten über ihre Winkel von β = 0,6° (Urstaub) bis β = 89,4° (Granit) stufenlos in den sogenannten Halbkreis der Bodenarten einordnen. Den Winkeln bzw. den Ebenen wurde die derzeitige Benennung der Bodenarten zugeordnet. Über die innerhalb des Kreises gemessenen oder berechneten Kraftmeter *nv*, *hv* und *hf* – und diese multipliziert mit der jeweiligen Kraftzahl *gi* – lassen sich die Erdkräfte *FN*, *Nv, FH, Hv* und *Hf* ermitteln, siehe Abschnitt 2.3.2, Seite 20ff.

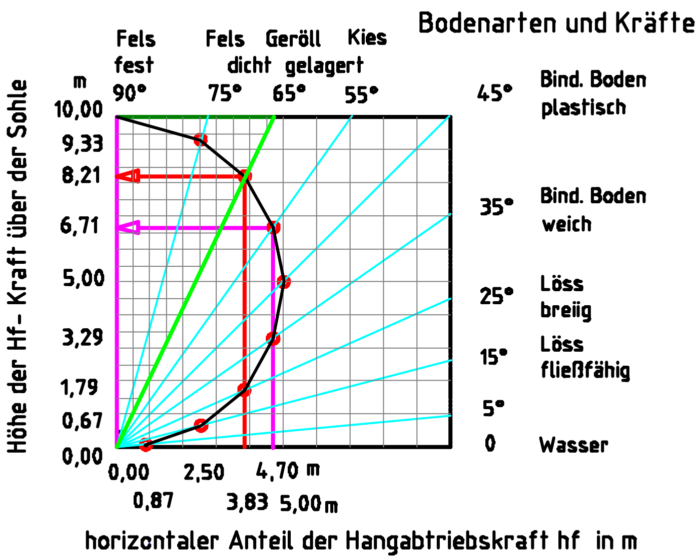


Abb. 33 zeigt die Kraftmeter der Böden in dem ‚Halbkreis der Bodenarten', wobei der ‚Urstaub' mit β = 0,6° oberhalb des Wassers anzuordnen wäre.

Für den ‚Halbkreis der Bodenarten' wurden die Ordinatenhöhe mit h = 10,0 m gewählt und die Neigungswinkel trockener Böden von dem Nullpunkt aus angetragen. Dort wo die Neigungsebene der Bodenart den Kreisbogen schneidet, steigt die Normalkraftebene zum oberen Punkt der Ordinate auf und die Hangabtriebsebene fällt zum Nullpunkt zurück. Die horizontale Ebene von dem Schnittpunkt zu der Ordinate entspricht dem Kraftmeter *hf.* Die horizontale Ebene unterteilt die Ordinate und damit die Keilhöhe in den Kraftmeter *nv* der vertikalen Komponente *Nv* der Normalkraft *FN* und unterhalb in den Kraftmeter *hv* der vertikalen Komponente *Hv* der Hangabtriebskraft *FH.* Für die gewählte Bodenart mit dem Winkel βt = 65° sind in dem Halbkreis die Kraftmeter *hv* = 8,21 m und *hf* = 3,83 m eingezeichnet. Vor der Ermittlung der Kräfte über die Kraftmeter ist die Kraftzahl *gi* (2.7) über die Keilbreite *bo* = $h/\tan \beta_{65}$, die Bodendichte ptg_{65} und die Fallbeschleunigung g zu berechnen.

Spiegelt man den im Halbkreis dargestellten Erdkeil mit seinen Kräften horizontal, entsteht die Kraftverteilung nach Abb. 34. Würde man ferner um den eingetragenen Mittelpunkt (M) einen Kreisbogen schlagen, so dass die Punkte C, C', D' und D auf dem Bogen zu liegen kommen, entspräche dieses Bild der Spannungsverteilung nach der Mohr'schen Theorie.

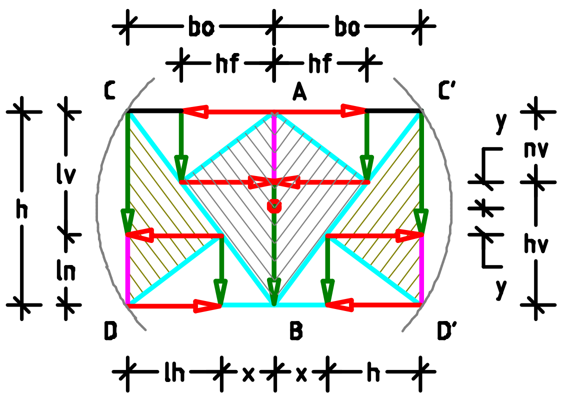


Abb. 34 zeigt konträre Erdblöcke mit der Höhe *h*, der Breite *bo* sowie den horizontalen (*hf*) und vertikalen (*nv und hv*) Kraftmetern.

Die Abbildungen 33 und 34 belegen, dass die Einordnung der ‚trockenen' Böden über die Dichte ptg_{90} = 3,00 t/m³ und die Reibungszahl μ = 100 des idealisierten harten Felsgesteins möglich ist und die Kraftverteilung nach neuer Erddruck-Theorie in unveränderter Weise der Erddruck-Theorie von Coulomb, der Spannungstheorie von Mohr und der Berechnungsart nach physikalischer Ebene folgt.

3.1.1 Berechnung der Eigenschaften trockener Böden

Über das Mehrphasensystem der Festkörperphysik werden Bodenklassifizierungen über die Festsubstanz (feste Phase), die Porenmenge (gasförmige Phase) sowie die vom Boden aufgenommene Flüssigkeitsmenge (flüssige Phase) abgeleitet. Derzeit dient das Mehrphasensystem insbesondere dazu, Messergebnisse der untersuchten Bodenarten in den einzelnen Phasen grafisch darzustellen [4: 1.4–1.8; 6: S. 2.2–2.3 und 8: S. 2–6] sowie deren Eigenschaften zu entwickeln.

Dieses Mehrphasensystem wurde von dem Verfasser dahingehend erweitert, dass die unterschiedlichsten Wandlungen von Bodeneigenschaften über und unter Wasser nachvollziehbar und berechenbar bleiben. Ausgegangen wird von einem Felswürfel (Granit) in trockenem Zustand, der die Höhe h = 1,00 m, die Breite b = 1,00 m und die Tiefe a = 1,00 m einnimmt. Wie bereits ausgeführt, soll der porenlose Fels unter dem Neigungswinkel $\beta \sim 90°$ die Dichte ptg_{90} = 3,0 t/m³ einnehmen. Damit gleicht das Volumen Vp_{90} = 1,00 m³ des Felswürfels dem Volumen der Festsubstanz oder neu des ‚Feststoffes Vf_{90}'. Ferner wird angenommen, dass sich durch Erosionsprozesse im Felsgestein ‚Poren' mit dem Volumen Vl bilden und die Poren das Felsgestein durchdringen. Mit jeder Porenmehrung entsteht so eine neue Bodenart, bis letztlich aus dem harten Felsgestein Staub geworden ist. Dieser Vorgang wird mit den Volumina $Vp' = Vf_{90} + Vl$ beschrieben. Würde man den Porenzuwachs nur in axialer Richtung zulassen, könnte das Volumen Vl über die Breite Δb ermittelt werden: $Vp' = h \cdot a \cdot (b + \Delta b)$. Die Grenze der Felsauflösung wird mit dem Begriff ‚Urstaub' angezeigt. Das Volumen Vp = 1,00 m³ des Urstaubs soll nach der Normierung aus dem Feststoffvolumen Vf = 0,01 m³ und dem Porenvolumen Vl = 0,99 m³ bestehen. Für den Urstaub errechnet sich aus dem Verhältnis Vf zu Vl die Reibungszahl $\mu = \tan \beta = 0{,}01$ und damit der Neigungswinkel $\beta t = 0{,}6°$. Trotz der aufgezeigten Porenmehrung Vl = 99 m³ bei dem Urstaub bleibt das Anfangsvolumen des Feststoffs Vf_{90} = 1,00 m³ unverändert.

Als Beispiel wird der Veränderung des Felsgesteins nachgegangen, welches seine ursprüngliche Würfelgröße Vp_{90} = 1,00 m³ infolge einer linearen Erosion durch den ansteigenden Porenzuwachs um die Breite Δb = 0,70 m dehnt. Um über das errechnete Bodenvolumen $V = h \cdot a \cdot (b + \Delta b)$ = 1,70 m³ alle weiteren

Eigenschaften der neuen Bodenart ermitteln zu können, ist zunächst über die Normierung das Verhältnis Vf zu Vl im Volumen $Vp_n = 1{,}00$ m³ darzustellen. In Abb. 35 bis 37 wird diese Umstellung auf das Volumen Vp_n gezeigt.

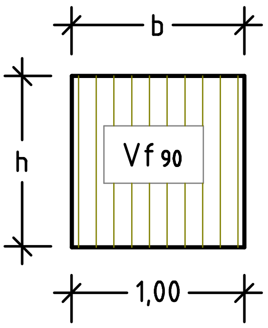


Abb. 35 zeigt den Fels mit dem Volumen Vf_{90}.

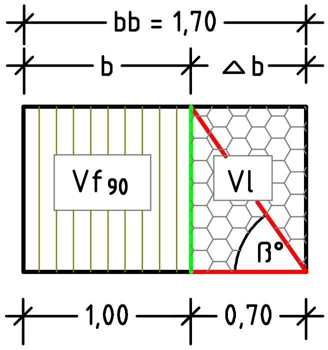


Abb. 36 zeigt die Felsanhaftung (Luftvolumen Vl) nach den Erosionsphasen.

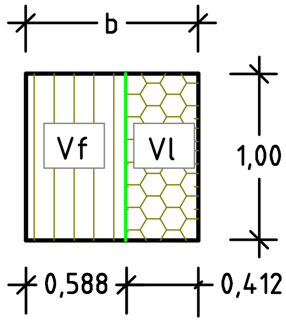


Abb. 37 zeigt das Volumen $Vp_n = Vf + Vl$ des Bodens mit dem Winkel $\beta t = 55°$.

Es werden berechnet:

Feststoffvolumen Vf_n der neuen Bodenart

$$Vf_n = Vf_{90} \cdot Vp/Vp'$$

$$Vf_n = 1{,}00 \cdot 1{,}00/1{,}70 = 0{,}588 \qquad \text{m}^3 \qquad 3.1$$

Porenvolumen Vl_n der neuen Bodenart

$$Vl_n = Vf_{90} - Vf_n \rightarrow 1{,}00 - 0{,}588 = 0{,}412 \qquad \text{m}^3 \qquad 3.2$$

Neigungswinkel βt

$$\tan \beta t = \mu = Vf_n/Vl_n \rightarrow 0{,}588/0{,}412 = 1{,}428 \qquad 3.3$$

$$\beta t = 55{,}0° \qquad [-] \qquad 3.4$$

oder Neigungswinkel βt

$$\tan \beta t = \mu = b/\Delta b \rightarrow 1{,}00/0{,}70 = 1{,}428 \qquad 3.5$$

$$\beta t = 55{,}0° \qquad [-] \qquad 3.6$$

Scherwinkel st

$$\tan st = (\tan \beta t)/2 = 1{,}428/2 = 0{,}714 \qquad 3.7$$

$$st = 35{,}5° \qquad [-] \qquad 3.8$$

In den Berechnungsansätzen kann zur Kennzeichnung der Volumina zunächst $_n$ eingesetzt und danach durch die Winkelgröße ersetzt werden, z. B. $Vf_n = Vf_{55}$ oder $Vlf_n = Vl_{55}$. Über das Feststoffvolumen $Vf_{55} = 0{,}588$ m³ (3.1), die Felsdichte $ptg_{90} = 3{,}00$ t/m³, das Porenvolumen $Vl_{55} = 0{,}412$ m³ und die Gasdichte $p_l = 0{,}00$ t/m³ lässt sich die Trockendichte ptg_{55} errechnen.

Trockendichte ptg_{55}

$$ptg_{55} = (Vf_{55} \cdot ptg_{90} + Vl_{55} \cdot p_l) / Vp_{90} \qquad (3.1)$$

$$ptg_{55} = (0{,}588 \cdot 3{,}00 + 0{,}0) / 1{,}00 = 1{,}764 \text{ t/m}^3 \qquad 3.9$$

Ergebnis:

Für den trockenen Boden mit den Raumteilen Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1) und Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2) sind der Neigungswinkel βt = 55,0° (3.4), der Scherwinkel st = 35,5° (3.8) und die Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9) berechnet worden. Diese Berechnungsart der Raumteile (Volumina), Winkel und Trockendichte lässt sich anwenden auf alle Bodenarten vom harten Felsgestein bis hin zum Urstaub. Der Neigungswinkel bildet die Grundlage des Systems, über das sich alle Bodenarten stufenlos einordnen lassen, siehe auch Abb. 33, S. 57.

3.1.2 Berechnung der Eigenschaften nasser Böden

Als ‚nass' wird nach neuer Theorie ein Boden bezeichnet, dessen Porengefüge *Vln* (*n* = nass) sich ausnahmslos, d. h. vollständig mit Wasser gefüllt hat. Wird Druck auf diesen nassen Boden ausgeübt, entweicht zumindest ein Teil des vom Boden aufgenommenen Porenwassers. Hieraus lässt sich ableiten, dass zum Kraftabtrag innerhalb eines nassen Bodens nur die Feststoffstruktur des belasteten Bodens herangezogen werden kann, d. h. anzusetzen sind die Feststoffe des Bodens im trockenen Zustand. Jedoch bleibt bei der Berechnung der Kraftfläche für den Kraftabtrag der Neigungswinkel des nassen bzw. feuchten Bodens unverändert. Selbst durchgeführte Experimente zeigten zudem, dass sich ein trockener Boden, der einmal vollständig vom Wasser überflutet und durch das Wasser verdichtet worden ist, bei erneuter Wasseraufnahme nicht weiter verdichtet, siehe Versuchsanordnung 3, S. 44ff. und nachstehendes Unterkapitel 3.1.3.

Da die Beweglichkeit ‚trockener' Böden abhängig ist von dem Verhältnis ‚Feststoff- zu Porenvolumen' und damit auch von ihrem Neigungswinkel βt, dürfte unter ähnlichen Bedingungen auch der Neigungswinkel βn eines ‚nassen' Bodens zu berechnen sein. Zu berücksichtigen wäre lediglich die treibende Wirkung des Wassers, welches von dem trockenen Boden aufgenommen worden ist. Wie bei der Bestimmung des Ausbreitmaßes bei Frischbeton [DIN 1045–2] dürfte die Wassermenge im Boden Einfluss darauf nehmen, ob sich der Neigungswinkels βn eines ‚nassen' oder eines ‚feuchten' Bodens einstellt. Bei der Winkelberechnung trockener Böden nimmt das Feststoffvolumen *Vf* die Stelle des Zählers und das Porenvolumen *Vl* die Stelle des Nenners ein. Weil der Feststoff kein Wasser aufnehmen kann, ist bei der Ermittlung des

Neigungswinkels βn nasser Böden die seitwärts strebende Kraft des Wassers auf der Nennerseite des Bruches zu finden. Geht man weiter davon aus, dass sich maximal das Porenvolumen Vl mit Wasser füllen kann und die Dichten von Fels ptg_{90} = 3,00 m³ und Wasser pwg = 1,00 m³ anzugleichen sind, so wird zu der Berücksichtigung dieser Fakten das ‚fiktive' Feststoffvolumen $Vfn = Vl \cdot pwg/ptg$ ergänzend in die Winkelberechnung trockener Böden eingeführt. Für das fiktive Feststoffvolumen Vfn nasser Böden ergeben sich die folgenden Abhängigkeiten:

$$Vfn = Vln \cdot pwg/ptg_{90} \rightarrow Vln/3 = Vl/3 \qquad \text{m}^3 \qquad 3.10$$

Mit den bereits errechneten Bodenkenngrößen Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1) und Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2) lässt sich der Neigungswinkel βn für die gleiche Bodenart im nassen Zustand wie folgt ermitteln:

Neigungswinkel βn

$$\tan \beta n = Vf / (Vl + Vfn) \qquad 3.11$$

$$\tan \beta n_{55} = 0{,}588 / (0{,}412 + 0{,}412/3) = 1{,}071$$

$$\beta n_{55} = 47{,}0° \qquad [-] \qquad 3.12$$

Scherwinkel sn

$$\tan sn = (\tan \beta t) / 2 = 1{,}071/2 = 0{,}536 \qquad 3.13$$

$$st = 28{,}2° \qquad [-] \qquad 3.14$$

Vergleiche hierzu auch die Ermittlung des Neigungswinkels βt des gleichen Bodens in trockenem Zustand (3.3) und die Abb. 36 mit den Abb. 38 und 39. Die Volumina des nassen Bodens werden am verbreiterten Erdwürfel gezeigt.

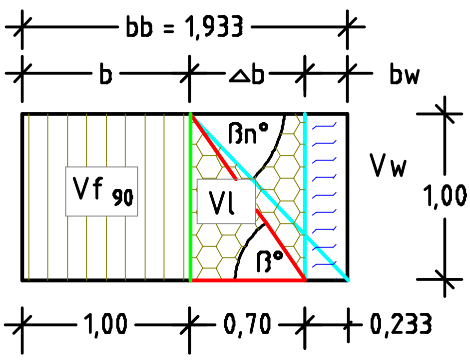


Abb. 38 zeigt die Erweiterung des Erdkörpers der Abb. 31 um das Wasservolumen Vw und den Neigungswinkel $\beta n°$.

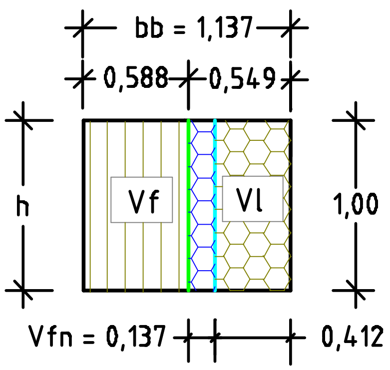


Abb. 39 zeigt die Erweiterung des Erdkörpers der Abb. 32 um das fiktive Feststoffvolumen Vfn.

Für den nassen Boden errechnet sich die Nassdichte png über die Trockendichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9) plus das Gewicht des Porenwassers, wobei das Wasservolumen mit $Vw = Vl$ bezeichnet wird.

Nassdichte *png*

$$png = (Vf_{55} \cdot ptg_{90} + Vl_{55} \cdot pwg) / Vp_{90}$$

$$png = (0{,}588 \cdot 3{,}00 + 0{,}412 \cdot 1{,}0) / 1{,}0 = 2{,}176 \quad \text{t/m}^3 \qquad 3.15$$

Ergebnis:

Es wurde gezeigt, dass sich der Neigungswinkel des nassen Bodens βn = 47,0° (3.12) über das Feststoffvolumen Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1) und das Porenvolumen Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2) des trockenen Bodens errechnen lässt. Um den Tangens des Neigungswinkels βn ermitteln zu können, wurde das fiktive Feststoffvolumen *Vfn* mit *Vl*/3 auf der Nennerseite des Bruches eingefügt. Die Nassdichte *png* = 2,176 t/m³ (3.15) leitet sich aus der Addition von Trockendichte *ptg* = 1,764 t/m³ (3.9) und Gewicht des aufgenommenen Porenwassers her.
Für den nassen Boden wird das Ordnungssystem dargestellt in der Abb. 40. Es zeigt in Abhängigkeit von den Dichten *ptg* und *pwg* das Feststoffvolumen *Vf*, das fiktive Feststoffvolumen *Vfn* und das Porenvolumen *Vl*. Es bleibt anzumerken, dass auch die Eigenschaften eines nassen Bodens in einem direkten Verhältnis zueinanderstehen, d. h. ändert sich die Dichte, so ändert sich auch der Winkel und umgekehrt. Jeder Wandel erzeugt eine andere Bodenart.

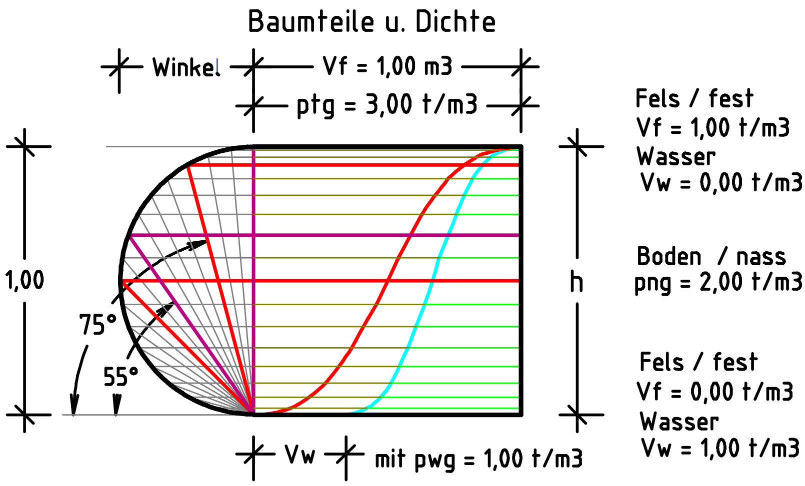


Abb. 40 zeigt, dass bei steigendem Winkel die Porenvolumina *Vl* und *Vfn* abnehmen und das Feststoffvolumen *Vf* zunimmt.

Die vorstehende Abbildung stellt ein Koordinatensystem dar. Links der Ordinate steigen die Neigungsebenen der trockenen Bodenarten unter ihrem Winkel βt vom Nullpunkt bis zum Halbkreis auf. Rechts der Achse ist die Ansichtsfläche eines Erdwürfels aufgetragen mit der Höhe *h* = 1,00 m und der Breite *b* = 1,00 m. Setzt man an den Schnittpunkten der Neigungsebenen mit dem Bogen horizontale Linien an und führt diese zur rechten Seite des Würfels, so lassen sich auf diesen Ebenen die Volumina Vf und Vl sowie Vfn als Breiten auftragen. Die Endpunkte der Breiten miteinander verbunden lassen die Kurven in der Abb. 40 entstehen. Die rote Kurve zeigt die Trennungslinie zwischen dem Feststoff- und dem Porenvolumen und die blaue Kurve fasst das Feststoffvolumen Vf und das fiktive Feststoffvolumen Vfn zusammen. In der Ansichtsfläche nimmt das Felsgestein mit dem Volumen Vf_{90} = 1,00 m³ und der Trockendichte ptg_{90} = 3,00 t/m den oberen Rand ein. Den unteren Rand belegt das Porenvolumen. Etwas oberhalb wäre der sog. Urstaub einzuordnen, der sich zusammensetzt aus dem Feststoffvolumen $Vf_{0,6}$ = 0,010 m³ und dem Porenvolumen Vl = 0,990 m³. Die Abb. 40 zeigt zudem, dass sich die Dichten trockener und nasser Böden auch grafisch bestimmen lassen.

3.1.3 Berechnung der Eigenschaften nasser Böden bei Bodenverdichtung

Dieses Beispiel stützt sich auf die Versuchsanordnung 3, Seite 44, wo loser Sand mit der Trockendichte ptg = 1,639 kg/dm³ (2.23) allein durch die Wasserzugabe verdichtet wurde.

Für die Berechnung werden übernommen:

Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1)	Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2)
Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9)
Winkel βn = 47,0° (3.12)	Dichte png = 2,176 t/m³ (3.15)
Vp_{90} = 1,00 m³ und Verdichtungsgrad λ = 14,2 Vol.-% (2.22)	

Es werden berechnet:

Porenvolumen Vl'

$$Vl' = Vl_{55} - Vp \cdot \lambda = 0,412 - 1,00 \cdot 0,147 = 0,265 \quad \text{m}^3 \qquad 3.16$$

Gesamtvolumen Vp'

$$Vp' = Vf_{55} + Vl' = 0,588 + 0,265 = 0,853 \quad \text{m}^3 \qquad 3.17$$

Feststoffvolumen Vf^* $\rightarrow$ normiert auf Vp_{90} = 1,00 m³

$$Vf^* = Vf_{55} \cdot Vp_{90} / Vp'$$

$$Vf^* = 0,588 \cdot 1,000/0,853 = 0,689 \quad \text{m}^3 \qquad 3.18$$

Porenvolumen Vl^* $\rightarrow$ normiert auf Vp = 1,00 m³

$$Vl^* = Vl' \cdot Vp_{90}/Vp'$$

$$Vl^* = 0,265 \cdot 1,000/0,853 = 0,311 \quad \text{m}^3 \qquad 3.19$$

Neigungswinkel βt^* $\rightarrow$ bei Trocknung des Bodens

$$\tan \beta t^* = Vf^*/Vl^* = 0,689/0,311 = 2,215 \qquad 3.20$$

$$\beta t^* = 65,7° \quad [-] \qquad 3.21$$

Neigungswinkel βn^* → des Bodens, nass und verdichtet

$$\tan \beta n^* = Vf^*/1{,}333 \cdot Vl^* \qquad 3.22$$

$$\tan \beta n^* = 0{,}689/1{,}333 \cdot 0{,}311 = 1{,}662 \qquad 3.22$$

$$\beta n^* = 59{,}0° \qquad [-] \qquad 3.23$$

Gewichtsteil des Wassers pwg^*

$$pwg^* = Vl^* \cdot p_w/Vp_{90} = 0{,}311 \cdot 1{,}0/1{,}0 = 0{,}311 \qquad t/m^3 \qquad 3.24$$

Nassdichte png^*

$$png^* = Vf^* \cdot ptg/Vp_{90} + pwg^*$$

$$png^* = 0{,}689 \cdot 3{,}0/1{,}0 + 0{,}311 = 2{,}378 \qquad t/m^3 \qquad 3.25$$

Ergebnis:

Der vorgegebene Boden hat durch den Ansatz des Verdichtungsfaktors von 14,2 Vol.-% (2.22) seine Raumteile und damit seine Eigenschaften verändert.

Vor der Verdichtung (trocken)	Nach der Verdichtung (nass)
Winkel βt = 55,0° (3.4) Winkel βn = 47,0° (3.12) Dichte png = 2,176 t/m³ (3.15)	Winkel βt^* = 65,7° (3.21) Winkel βn^* = 59,0° (3.23) Dichte png^* = 2,378 t/m³ (3.25)

3.1.4 Berechnung der Eigenschaften feuchter Böden

Als ‚feucht' werden Böden bezeichnet, deren Porengefüge eine vollständige Wasseraufnahme nicht gestattet. Die Struktur des Gesteins oder des Bodens erlaubt in diesen Fällen nicht, dass sich alle Poren vollständig mit Wasser anreichern können. Somit lassen sich feuchte Böden entsprechend ihrem Wassergehalt einordnen zwischen trockenen und nassen Böden. Das Porenvolumen *Vl* teilt sich auf in das vom Wasser unbesetzte Volumen *Vlt* und das vom Wasser besetzte Volumen *Vln*. Dem feuchten oder vom Wasser infiltrierten Boden werden der Neigungswinkel βi und die Feuchtdichte *pig* zugeordnet.

Die tatsächlich vom Boden aufgenommene Wassermenge sowie die Minimal- und Maximalwerte der Wasseraufnahmefähigkeit sind anhand ungestörter Bodenproben unter Laborbedingungen zu ermitteln [DIN 18121–1/–2].

Für das Berechnungsbeispiel werden übernommen:

Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1)	Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2)
Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg = 1,764 t/m³ (3.9)

Zudem wird vorgegeben, dass sich 75 Vol.-% des Porenvolumens *Vl* mit Wasser füllen können, d. h. 25 Vol.-% des Porenvolumens bleiben trocken.

Porenvolumen Vlt → vom Wasser unbesetzt → 25 Vol.-%

$$Vlt = Vl \cdot 0{,}25 = 0{,}412 \cdot 0{,}25 = 0{,}103 \qquad m^3 \qquad 3.26$$

Porenvolumen Vln → vom Wasser besetzt → 75 Vol.-%

$$Vln = Vl \cdot 0{,}75 = 0{,}412 \cdot 0{,}75 = 0{,}309 \qquad m^3 \qquad 3.27$$

Fiktives Feststoffvolumen Vfn

$$Vfn = Vln \cdot pwg/ptg_{90} = 0{,}309 \cdot 1/3 = 0{,}103 \qquad m^3 \qquad 3.28$$

Neigungswinkel βi

$$\tan \beta i = Vf / (Vl + Vfn) = 0{,}588 / (0{,}412 + 0{,}103) = 1{,}142 \qquad 3.29$$

$$\beta i = 48{,}8° \qquad [-] \qquad 3.30$$

Gewichtsteil des Wassers pwg

$$pwg = Vln \cdot p_w/Vp_{90} = 0{,}309 \cdot 1{,}0/1{,}0 = 0{,}309 \qquad t/m^3 \qquad 3.31$$

Nassdichte pig

$$pig = Vf \cdot ptg/Vp_{90} + pwg$$

$$pig = 0{,}588 \cdot 3{,}0/1{,}0 + 0{,}309 = 2{,}073 \qquad t/m^3 \qquad 3.32$$

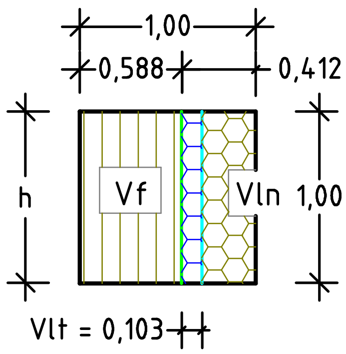


Abb. 41 zeigt die Teilung des Porenvolumens *Vl* in *Vlt* und *Vln.*

Ergebnis:

Über die Volumina Vlt = 0,103 m³ (3.26) und Vln = 0,309 m³ (3.27) konnten der Winkel βi und die Dichte pig des feuchten Bodens errechnet werden.

Vor der Wasseraufnahme	Nach der Wasseraufnahme
Winkel βt = 55,0° (3.4) Dichte ptg = 1,764 t/m³ (3.9)	Winkel βi = 48,8° (3.30) Dichte pig = 2,073 t/m³ (3.32)

Betrachtet man einerseits die unterschiedlichen Dichten und Neigungswinkel, die ein trockener Boden durch die Aufnahme von mehr oder weniger Porenwasser ausbildet, und stellt dagegen die pauschalierten empirischen Tabellenwerte der geltenden Regelwerke, so kann eine Erddruckberechnung unter Verwendung von Tabellenwerten nur ein nicht theoriekonformes Ergebnis bringen. Nicht nachvollziehbar bleibt, wie man eindeutige Bodenkennziffern über die „Fingerprobe“, den „Knetversuch“ oder die derzeitigen Bodenzustandsbe-

schreibungen erhält (fest, steif, weich, breiig, flüssig, schluffig usw.). Errechnen lässt sich, dass bei einem trockenen Boden eine Winkeldifferenz von 60° – 55° = 5° für die Gewichtskraft *G* bereits eine Abweichung von ca. 8 % bewirkt. Diese Kraftdifferenz mag bei niedrigen Berechnungshöhen $h < 3{,}0$ m noch überbrückbar sein, bei steigender Höhe *h* könnte sie möglicherweise zu Bauschäden führen. Zu finden sind die angeführten Tabellenwerte in den Normen [DIN 18196], [DIN 18300], [DIN 18301] sowie in [1: E.6ff. und 1: I.19].
Es bleibt festzustellen, dass durch die Berechnung der Bodeneigenschaften über die Erweiterung des Mehrphasensystems der Festkörperphysik weitestgehend auf die Verwendung der Tabellenwerte verzichtet werden könnte.

3.1.5 Ausbildung der Scherebene im feuchten Basaltgrus, Versuch 6

Aus der Versuchsreihe 6 wurde das nachstehende Experiment ausgewählt. Zuvor wurde in einem anderen Behälter trockener Basaltgrus 0/3 mm und Wasser gemischt und danach ohne Verdichtung in die linke Kammer des Glaskastens eingefüllt und die Oberfläche des Gemisches geglättet. Für die Versuchsanordnungen in dem Glaskasten wird die Einheit der Dichten von t/m³ auf kg/dm³ umgestellt. Für die Berechnung werden folgende Werte vorgegeben:

Gt = 30,5 kg Basaltgrus 0/3 mm	Dichte *ptg* = 1,808 kg/dm³
Gw = 3,0 kg Wasser	Einbauhöhe *hi* = 2,34 dm

Ermittelt werden zunächst die Eigenschaften des trockenen Bodens und hiernach über die Wasserzugabe zu dem trockenen Boden die Kennwerte des feuchten Bodens. Mit dem Neigungswinkel *βi* und dem Scherwinkel *si* des feuchten Bodens lassen sich dann die Breiten *bo* und *bu* errechnen, die sich nach dem Ziehen der trennenden Glasscheibe und dem Ableiten des Basaltgruses einstellen werden.

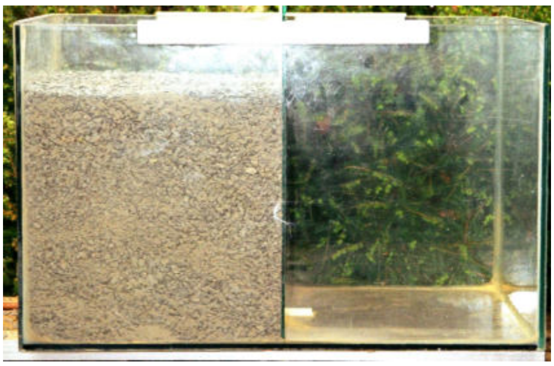


Abb. 42 zeigt den Glaskasten mit dem eingefüllten feuchten Basaltgrus.

Es werden berechnet:

Grundfläche Ak_I → der linken Kammer mit der Breite $bk_I = 2{,}44$ dm

$Ak_I = a \cdot b = 2{,}90 \cdot 2{,}44 = 7{,}08$ dm² 3.33

Volumen Vkt → des trockenen Basaltgruses

$Vkt = Gt/ptg = 30{,}5/1{,}808 = 16{,}87$ dm³ 3.34

Füllhöhe ht → des trockenen Basaltgruses

$ht = Vkt/Ak_I = 16{,}87/7{,}08 = 2{,}38$ dm 3.35

Volumen Vki → des feuchten Basaltgruses → $hi = 2{,}34$ dm gemessen

$Vki = Ak_I \cdot ht = 7{,}08 \cdot 2{,}34 = 16{,}57$ dm³ 3.36

Verdichtungsfaktor λ

$\lambda = Vkt\, / Vki = 16{,}87\, /16{,}57 = 1{,}017$ Vol.-% 3.37

Gewichtsteil des Wassers pwg

$pwg = Gw\, / Vki = 3{,}0\, /16{,}57 = 0{,}181$ kg/dm³ 3.38

Nassdichte pig

$pig = (Gt + Gw)\, / Vki = 33{,}5/16{,}57 = 2{,}022$ kg/dm³ 3.39

Fiktives Feststoffvolumen Vfn

$Vfn = pwg \cdot Vp_{90}\, / ptg_{90} = 0{,}181 \cdot 1{,}0/3{,}0 = 0{,}060$ dm³ 3.40

Feststoffvolumen Vf → des trockenen Basaltgruses

$Vf = Gt \cdot Vp_{90}\, / Vki \cdot ptg_{90}$

$Vf = 30{,}5 \cdot 1{,}0/16{,}58 \cdot 3{,}0 = 0{,}613$ dm³ 3.41

Porenvolumen Vl → des trockenen Basaltgruses

$Vl = Vp_{90} - Vf = 1{,}000 - 0{,}613 = 0{,}387$ dm³ 3.42

Neigungswinkel βi

$\tan \beta i = Vf\, / \,(Vl + Vfn) = 0{,}613\, / \,(0{,}387 + 0{,}060) = 1{,}371$ 3.43

$\beta i = 53{,}9°$ [-] 3.44

Scherwinkel si

$\tan si = (\tan \beta i)\, /2 = 1{,}371/2 = 0{,}686$ 3.45

$si = 34{,}4°$ [-] 3.46

Keilbreite $bo = bu$ → bei der gemessenen Einbauhöhe $hi = 2{,}34$ dm

$bo = hi\, / \tan \beta i = 2{,}34/1{,}371 = 1{,}71$ dm 3.47

Breite bue

$bue = bo + bu = 2 \cdot bo = 2 \cdot 1{,}71 = 3{,}42$ dm 3.48

Die Breite *bue* zeigt die horizontale Ebene der Scherebene an, welche sich addiert über die Breiten *bo* und *bu*, siehe Unterkapitel 2.4, S. 40ff. Lockert der Boden beim Abgleiten aus dem stehenden in den liegenden Erdkeil nicht auf, sind die Breiten *bo* und *bu* sowie die seitlichen Abstände zu den Behälterwänden *bl* und *br* gleich groß, siehe nachstehende Abb. 43.

Für die nachstehende Berechnung wird angenommen, dass der Basaltgrus beim Abgleiten nicht oder kaum merklich auflockert.

Breite $bl = br \rightarrow$ Kastenbreite b = 4,88 dm.

$$bl = (b - bue)/2 = (4{,}88 - 3{,}42)/2 = 0{,}73 \qquad \text{dm} \qquad 3.49$$

Aus der Abb. 43 wurden die Breite bl' = 0,70 dm und die Breite br' = 0,68 dm gemessen, so dass sich die neue Breite bue' ergibt. Über die Höhe hi = 2,34 dm und die Breite bue' lässt sich dann der Scherwinkel si' des feuchten Basaltgruses ermitteln.

Breite bue'

$$bue' = b - bl' - br' = 4{,}88 - 0{,}70 - 0{,}68 = 3{,}50 \qquad \text{dm} \qquad 3.50$$

Abb. 43 zeigt die Lage der Scherebene des feuchten Basaltgruses.

Scherwinkel si'

$$\tan si' = hi/bue' = 2{,}34/3{,}50 = 0{,}669 \qquad 3.51$$

$$si' = 33{,}8° \qquad [-] \qquad 3.52$$

Neigungswinkel $\beta i'$

$$\tan \beta i' = 2 \cdot \tan si' = 2 \cdot 0{,}669 = 1{,}337 \qquad 3.53$$

$$\beta i' = 53{,}2° \qquad [-] \qquad 3.54$$

Ergebnis:

Diese **Versuchsanordnung 6** zeigt, dass die eigene Erweiterung des Mehrphasensystems der Feststoffphysik zur Ermittlung von Bodeneigenschaften Anwendung finden kann. Die geringe Differenz zwischen den errechneten und gemessenen Winkeln kann im Zusammenhang stehen mit einer geringen Auflockerung des Gemisches beim Abgleiten, siehe nachstehende Tabelle.

.

Berechnet	**Gemessen**
Neigungswinkel βi = 53,9° (3.44) Scherwinkel *si* = 34,4° (3.46) Breite *bue* = 3,42 dm (3.48)	Neigungswinkel $\beta i'$ = 53,2° (3.54) Scherwinkel *si'* = 33,8° (3.52) Breite *bue'* = 3,50 dm (3.50)

Die Differenz bei den Neigungswinkeln βi = 53,9° (3.44) und $\beta i'$=53,2° (3.54) würde bei einer Erddruckberechnung mit vorgegebener Keilhöhe h = 5,00 m bei den Keilbreiten *bo* und *bo'* folgende Abweichung bringen:

Keilbreite *bo* bei h = 5,00 m

$$bo = h / \tan \beta i = 5{,}00/1{,}371 = 3{,}65 \quad \text{m} \qquad 3.55$$

Keilbreite *bo'* bei h = 5,00 m

$$bo' = h / \tan \beta i' = 5{,}00/1{,}337 = 3{,}74 \quad \text{m} \qquad 3.56$$

Bei der Höhe h = 5,00 m differieren die Keilbreiten *bo* und *bo'* um 0,09 m. Dieses Ergebnis ist selbst für die Bemessung einer Stützwand hinnehmbar!

3.2 Allgemeines zu Böden unter Wasser

Die zu diesem Komplex ausgeführten Experimente zeigen, dass sich die dargestellten Abhängigkeiten zwischen Dichte, Winkel und Raumteilen von Böden über Wasser auf nasse und feuchte Böden unter Wasser übertragen lassen. In den zuvor beschriebenen Formeln sind Ergänzungen erforderlich, die sich aus dem Bodenauftrieb nach dem archimedischen Prinzip ableiten [15: S. 148f.]. Wie in dem Unterkapitel 3.1.2 dargestellt, füllt sich bei einem nassen Boden das Porenvolumen *Vl* mit Wasser und erhält hiernach die Bezeichnung *Vln*. Zudem wird der Porenwasserdruck aus dem Volumen *Vln* durch den konträr wirkenden hydrostatischen Wasserdruck überlagert und das Ausbreitverhalten des nassen Bodens dadurch gemindert.

Da sich der hydrostatische Wasserdruck keilförmig unter dem Winkel 45° ausbildet, wird das Wasservolumen $Vw = h \cdot a \cdot b/2$ in der Ansichtsfläche $Aw = Vw/a$ des ‚Erdbandes' als Rechteck dargestellt, wobei als Erdband eine Erweiterung des Erdwürfels zu verstehen ist. Auch bei nassen Böden unter Wasser stellt der Tangens βnw das Verhältnis von Feststoffvolumen zu Porenvolumen dar. Jedoch teilt bei Böden unter Wasser der Auftrieb das Feststoffvolumen *Vf* entsprechend den Dichten p_w zu ptg_{90} auf in das Auftriebsvolumen $Vfa = Vf/3$ und das verbleibende Feststoffvolumen unter Wasser $Vfw = 2 \cdot Vf/3$, welches den Zähler bildet. Auf der Nennerseite des Bruches stehen das Porenvolumen *Vl* und das vom Wasser besetzte Porenvolumen $Vln = Vl$. Das Volumen *Vln* ist wieder über die Dichten p_w/ptg_{90} umzuwandeln in das fiktive Feststoffvolumen $Vfn = Vln \cdot 1{,}0/3{,}0$. Somit bildet sich der ‚Erddruck unter Wasser' aus dem fiktiven Feststoffvolumen Vfn und dem Volumen $Vw = Vln/2$ der seitlich strebenden Kraft nasser Böden unter Wasser.

Konträr zu dem Erddruck steht der Wasserdruck mit dem Volumen $Vw = Vl/2$ aus der Wassersäule. Über die vorstehenden Volumina lässt sich der Tangens des nassen Bodens unter Wasser wie folgt errechnen:

$$\tan \beta nw = 2/3 \cdot Vf\,/\,(Vl + Vfn - Vw) = 2/3 \cdot Vf\,/(Vl \cdot 5/6)$$

Da in dem Kraftsystem ‚Boden unter Wasser' im Regelfall der Erddruck den Wasserdruck übersteigt, wird für die statische Berechnung von Bauteilen der Erddruck maßgebend. In gleicher Weise können daher Auflasten auf Böden unter Wasser nur über die Bodenstruktur abgeleitet werden.

Zu den Dichten nasser und feuchter Böden unter Wasser (*pnwg* und *piwg*) bleibt anzumerken, dass diese wegen des scheinbaren Gewichtsverlustes durch den Auftrieb nur für die Kraftermittlung unter Wasser gelten.

3.2.1 Berechnung der Eigenschaften nasser Böden unter Wasser

Bei dieser Berechnung der Bodeneigenschaften wird angenommen, dass der Boden durch das Wasser bereits verdichtet worden ist und somit keinen neuen Volumenverlust durch das Wasser mehr erleidet.

Es werden folgende Werte übernommen:

Feststoff-Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1)	Poren-Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2)
Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg = 1,764 t/m³ (3.9)

Es werden berechnet:

Feststoffvolumen Vfw → unter Auftrieb

$$Vfw = 2 \cdot Vf/3 = 2 \cdot 0{,}588/3 = 0{,}392 \quad \text{m}^3 \qquad 3.57$$

Wasservolumen Vw

$$Vw = Vln/2 = 0{,}412/2 = 0{,}206 \quad \text{m}^3 \qquad 3.58$$

Besetztes Porenvolumen Vln → bei nassem Boden

$$Vln = Vl = 0{,}412 \quad \text{m}^3 \qquad 3.59$$

Fiktives Feststoffvolumen Vfn

$$Vfn = Vln \cdot p_w/ptg_{90} = 0{,}412 \cdot 1/3 = 0{,}137 \quad \text{m}^3 \qquad 3.60$$

Bei dem nassen Boden unter Wasser wirkt der horizontale Anteil der Gewichtskraft des aufgenommenen Porenwassers mit dem fiktiven Feststoffvolumen *Vfn* konträr zum hydrostatischen Wasserdruck, dessen Volumen mit *Vln*/2 angesetzt wird.

Im nachstehenden Erdband werden dargestellt: Wasservolumen *Vnw* = *Vw* (3.58) minus *Vfn* (3.60), Volumen *Vfa* des Bodenauftriebs, Volumen *Vfw* zur Ermittlung der Bodendichte aus dem Feststoff und das Porenvolumen *Vln* des Bodens. Daraus lässt sich ableiten, dass der Erddruck und der Wasserdruck gegen eine Wand nicht getrennt voneinander berechnet werden müssen, sondern als ein Lastfall behandelt werden kann.

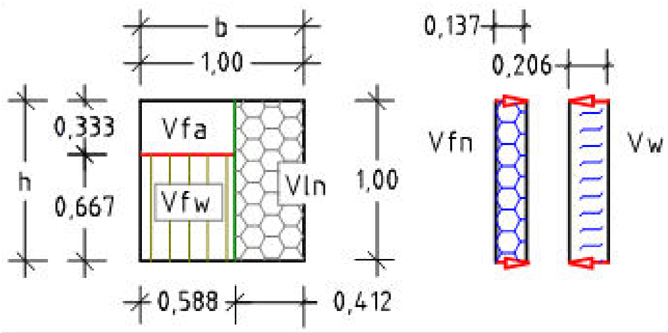


Abb. 44 zeigt das Erdband des nassen Bodens unter Wasser und seine Volumina *Vfw* (3.57), *Vfn* (3.60) und *Vfa* = 0,333 · 0,588 = 0,196 m³.

Es werden berechnet:

Neigungswinkel *βnw*

$$\tan \beta nw = Vfw \,/\, (Vl + Vfn - Vw) \qquad 3.61$$

$$\tan \beta nw = 0{,}392 \,/\, (0{,}412 + 0{,}137 - 0{,}206) = 1{,}143$$

$$\beta nw = 48{,}8° \qquad [-] \qquad 3.62$$

Scherwinkel *snw*

$$\tan snw = (\tan \beta nw) \,/\, 2 = 1{,}143/2 = 0{,}571 \qquad 3.63$$

$$snw = 29{,}7° \qquad [-] \qquad 3.64$$

Gewichtsteil des Wassers *Gw*

$$Gw = Vln \cdot pwg \,/ Vp_{90} = 0{,}412 \cdot 1{,}0 = 0{,}412 \qquad t/m^3 \qquad 3.65$$

Nassdichte *pnwg*

$$pnwg = (Vfw \cdot ptg_{90} + Vln \cdot p_w) \,/\, Vp_{90}$$

$$pnwg = (0{,}392 \cdot 3{,}0 + 0{,}412 \cdot 1{,}0) \,/1{,}0 = 1{,}588 \qquad t/m^3 \qquad 3.66$$

Ergebnis:

Die Berechnungswerte sind nachstehend zusammengefasst und in dem Erdkörper in Abb. 45 dargestellt:

Neigungswinkel *βnw*	= 48,8° (3.62)
Scherwinkel *snw*	= 29,7° (3.64)
Nassdichte *pnwg*	= 1,588 t/m³ (3.66)

Die im Erdband in Abb. 44 dargestellten Volumina werden durch die Normierung umgewandelt und ergeben den Erdwürfel der neuen Bodenart, Abb. 45. Das verbleibende Wasservoloumen errechnet sich $Vnw = Vw - Vfn = 0{,}206 - 0{,}137 = 0{,}069$ dm³.

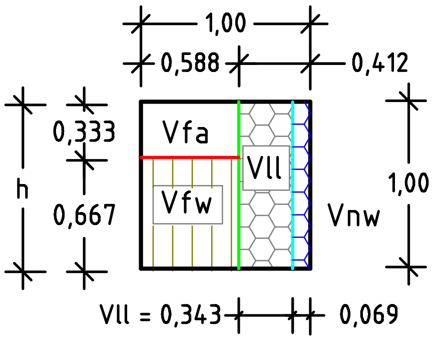


Abb. 45 zeigt den Erdwürfel des nassen Bodens unter Wasser und dessen Raumteile nach der Normierung.

3.2.2 Experiment mit nassem Basaltgrus unter Wasser, Versuch 7

Das nachstehende Experiment der Versuchsreihe 7 ist angelegt, die über die Raum- und Gewichtsteile errechneten Winkel und Dichten von nassen Böden unter Wasser zu überprüfen. Hierzu werden eingesetzt:

Basaltgrus, *Gt* = 30,0 kg	Einbauhöhe *ht* = 2,34 dm
Wasser, *Gw* = 22,0 kg	Einfüllhöhe *hw* = 2,28 dm
Gemessene Höhe *hb* = 2,14 dm, siehe Abb. 46 und 48.	

Der trockene Grus 0/3 mm wurde bis zur Füllhöhe *ht* = 2,34 in die linke Kammer des Glaskastens eingebaut, die Oberfläche abgeglichen und danach das Wasser in die rechte Kammer behutsam eingefüllt.

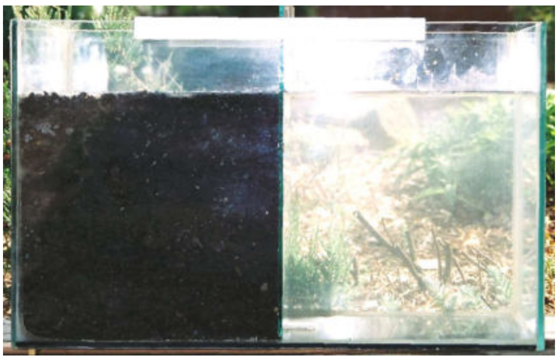


Abb. 46 zeigt die Höhe *hw* = 2,28 dm des Wasserspiegels an, der sich nach Beendigung des Füllvorgangs eingestellt hat.

Da das Wasser durch die Fugen zwischen den Behälterwänden und der eingestellten Glasscheibe in den Basaltgrus einsickern konnte, wurde nach einer vierstündigen Wartezeit davon ausgegangen, dass sich alle Poren des Basaltgruses zwischenzeitlich mit Wasser angereichert haben. Hiernach wurden die Höhe des Wasserspiegels hw = 2,28 dm und die Höhe hb = 2,14 dm des verdichteten nassen Basaltgruses unter Wasser gemessen und die trennende Glasscheibe gezogen. Die Wartezeit wurde gewählt, weil aus ähnlichen Versuchsanordnungen mit Basaltgrus unter Wasser bekannt war, dass sich dieser nach der benannten Zeitspanne nicht weiter absetzte.

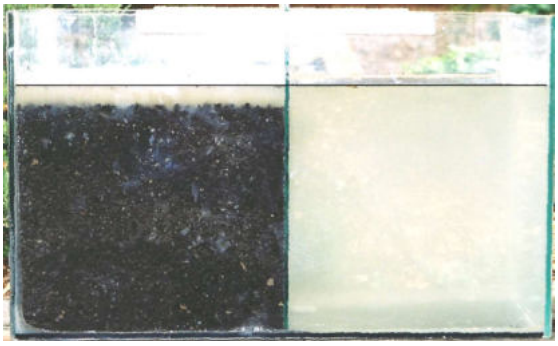


Abb. 47 zeigt die gemessene Höhe hb = 2,14 dm des durch das Wasser verdichteten Gruses vor dem Ziehen der Glasscheibe.

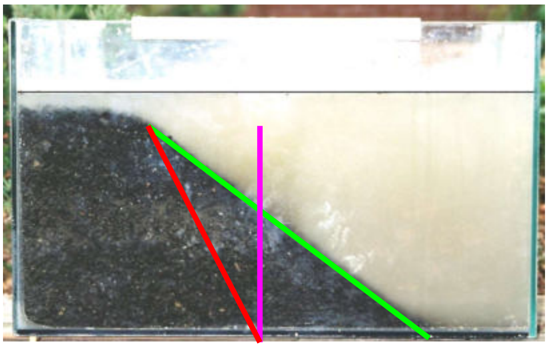


Abb. 48 zeigt die Scherebene des Basaltgruses unter Wasser.

Nach dem Abgleiten des nassen Basaltgruses in die rechte Kammer wurden die Breiten bl = 1,06 dm und br = 1,06 dm gemessen und die Breite bue berechnet.

$$bue = b - bl - br = 4{,}88 - 1{,}06 - 1{,}06 = 2{,}76 \quad \text{dm} \qquad 3.67$$

Die Breite bue entspricht der horizontalen Ebene der geneigten Oberfläche des Basaltgruses. Sie wird in die Breite bo links der vertikalen Mittelachse und in die Breite bu rechts davon unterteilt. Bilden sich Breiten bo und bu nach dem Abgleiten des Füllmaterials ungleich aus, deutet die Differenzbreite bx auf eine Materialauflockerung.

Breite bo → gemessen an dem Glasbehälter

$bo = bk_1 - bl = 2{,}44 - 1{,}06 = 1{,}38$ dm 3.68

Breite bu → gemessen

$bu = bk_1 - br = 2{,}44 - 1{,}06 = 1{,}38$ dm 3.69

Breite bx → Auflockerungsbreite

$bx = bo - bu = 1{,}06 - 1{,}06 = 0{,}00$ dm 3.70

Um die Eigenschaften des nassen Gruses unter Wasser errechnen zu können, sind zunächst die Eigenschaften des trockenen Basaltgruses zu ermitteln.

Zu errechnende Eigenschaften des trockenen Basaltgruses

Volumen Vkt → ht = 2,34 dm, Ak_1 = 7,08 dm³ (3.33)

$Vkt = ht \cdot Ak_1 = 2{,}34 \cdot 7{,}08 = 16{,}57$ dm³ 3.71

Trockendichte ptg

$ptg = Gt/Vkt = 30{,}0/16{,}57 = 1{,}811$ kg/dm³ 3.72

Feststoffvolumen Vf_n → Index n kann durch Winkel βt ersetzt werden.

$Vf_n = Vf_{90} \cdot ptg/ptg_{90} = 1{,}0 \cdot 1{,}811/3{,}0 = 0{,}604$ dm³ 3.73

Porenvolumen Vl_n

$Vl_n = Vp_{90} - Vf_n = 1{,}000 - 0{,}604 = 0{,}396$ dm³ 3.74

Neigungswinkel βt

$\tan \beta t = Vf_n/Vl_n = 0{,}604/0{,}396 = 1{,}525$ 3.75

$\beta t = 56{,}7°$ [-] 3.76

Scherwinkel st

$\tan st = (\tan \beta t) / 2 = 1{,}525/2 = 0{,}763$ 3.77

$st = 37{,}3°$ [-] 3.78

Die Trockenmasse im Glaskasten mit dem Volumen Vkt setzt sich zusammen aus dem Feststoffvolumen $\sum Vf_{57}$ und dem Porenvolumen $\sum Vl_{57}$, die nachstehend berechnet werden.

Feststoffvolumen $\sum Vf_{57}$

$\sum Vf_{57} = Vkt \cdot Vf_n/Vpf_{90} = 16{,}57 \cdot 0{,}604/1{,}0 = 10{,}01$ dm³ 3.79

Porenvolumen $\sum Vl_{57}$

$\sum Vl_{57} = Vkt \cdot Vl_n/Vp_{90} = 16{,}57 \cdot 0{,}396/1{,}0 = 6{,}56$ dm³ 3.80

Teilergebnis:

Eigenschaften des trockenen Basaltgruses (unverdichtet)	
Feststoffv. Vf = 0,604 dm³ (3.73)	Porenvol. Vl = 0,396 dm³ (3.74)
Volumen Vkt = 16,57 dm³ (3.71)	Dichte ptg = 1,811 kg/dm³ (3.72)
Gesamt $\sum Vf$ = 10,01 dm³ (3.79)	Winkel βt = 56,7° (3.76)
Gesamt $\sum Vl$ = 6,56 dm³ (3.80)	Winkel st = 37,3° (3.78)

Zu errechnende Eigenschaften des nassen Basaltgruses unter Wasser

Neben den zuvor ermittelten Werten des trockenen Basaltgruses sind die Eigenschaften des nassen Gruses unter Wasser zu ermitteln über die Wassermenge von 22,0 l (gleich dem Volumen $\sum Vw$ = 22,0 dm³), die Höhe hw = 2,28 dm des Wassers und die Höhe hb = 2,14 dm des durch das Wasser verdichteten Basaltgruses.

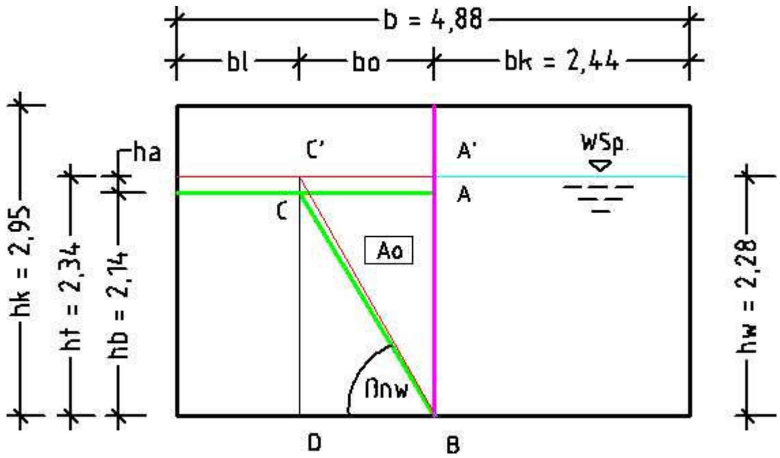


Abb. 49 zeigt die Füllhöhe des Gruses $h = ht$ = 2,34 dm, die Höhe des Wassers hw = 2,28 dm und die Höhe des verdichteten Gruses hb = 2,14 dm.

Da die Höhe hw des Wasserspiegels vor dem Ziehen der Glasscheibe gemessen wurde, erfolgt nun die Reduzierung der Höhe hw um den Höhenanteil, der sich aus dem Volumen Vg der Glasscheibe ergibt, siehe Abb. 49. Die neue Höhe erhält die Bezeichnung hw'.

Volumen Vg der Glasscheibe mit bg = 0,04 dm und der Höhe hw = 2,28 dm

$$Vg = hw \cdot a \cdot bg = 2{,}28 \cdot 2{,}90 \cdot 0{,}04 = 0{,}26 \quad \text{dm}^3 \quad 3.81$$

Höhe hw'

$$hw' = hw - Vg/a \cdot b = 2{,}28 - 0{,}26/2{,}90 \cdot 4{,}88 = 2{,}26 \quad \text{dm} \quad 3.82$$

Die Verteilung des Wassers lässt sich wie folgt nachvollziehen:

a) Linke Kammer: Das Porenwasser im verdichteten Grus mit dem Volumen Vw_1 kann über die Höhendifferenz (hw' = 2,26 dm minus hb = 2,14 dm), die Tiefe a = 2,90 dm und das vom Wasser verdichtete Porenvolumen $\sum Vl^*$ berechnet werden.

b) Rechte Kammer: Das Wasservolumen Vw_2 lässt sich ermitteln über die Breite bk_1 = 2,44 dm, die Höhe hw' = 2,26 dm und die Tiefe a = 2,90 dm.

Es werden ermittelt nach der Verdichtung des Gruses:

Volumen $Vkn \rightarrow hb$ = 2,14 dm, Ak_1 = 7,08 dm³ (3.33)

$$Vkn = hb \cdot Ak_1 = 2{,}14 \cdot 7{,}08 = 15{,}15 \quad \text{dm}^3 \quad 3.83$$

Gesamtporenvolumen $\sum Vl_{57}*$

$$\sum Vl* = Vkn - \sum Vf_{57} = 15{,}15 - 10{,}01 = 5{,}14 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.84$$

Volumen Vw_1 → Wasser in der linken Kammer

$$Vw_1 = (hw' - hb) \cdot a \cdot bk_1 + \sum Vl*$$

$$Vw_1 = (2{,}26 - 2{,}14) \cdot 2{,}90 \cdot 2{,}44 + 5{,}14 = 5{,}99 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.85$$

Volumen Vw_2 → Wasser in der rechten Kammer

$$Vw_2 = hw' \cdot a \cdot bk_1 = 2{,}26 \cdot 2{,}90 \cdot 2{,}44 = 15{,}99 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.86$$

Mit der nachstehenden Berechnung wird geprüft, ob die Füllmenge des Wassers mit 22,0 l der Höhe hw' = 2,26 dm entspricht und wie viele Basaltporen $\sum Vln$ sich tatsächlich mit Wasser gefüllt haben.

Volumen $\sum Vln$

$$\sum Vln = Vw_1 + Vw_2 = 5{,}99 + 15{,}99 = 21{,}98 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.87$$

Volumen $\sum Vlt$

$$\sum Vlt = \sum Vw - \sum Vln = 22{,}00 - 21{,}98 = 0{,}02 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.88$$

Der Überhang an Porenvolumen $\sum Vlt$ = 0,02 dm³ kann entweder auf Messungenauigkeiten hinweisen, auf eine Bodenauflockerung beim Abgleiten oder auf ein Porenvolumen Vlt, das vom Wasser nicht besetzt werden konnte. Bei der Ermittlung der Eigenschaften des nassen Basaltgruses bleibt das Volumen $\sum Vlt$ unberücksichtigt.

Es werden berechnet:

Porenvolumen $Vl*$

$$Vl* = \sum Vl*/Vkn = 5{,}14/15{,}15 = 0{,}339 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.89$$

Feststoffvolumen $Vf*$

$$Vf* = Vp_{90} - Vl* = 1{,}00 - 0{,}339 = 0{,}661 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.90$$

Feststoffvolumen Vfw → unter Auftrieb

$$Vfw = 2 \cdot Vf*/3 = 2 \cdot 0{,}661/3 = 0{,}441 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.91$$

Wasservolumen Vw

$$Vw = Vl*/2 = 0{,}339/2 = 0{,}170 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.92$$

Besetztes Porenvolumen $Vln = Vl*$ → mit Wasser, beim nassen Boden

$$Vln = Vl* = 0{,}339 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.93$$

Fiktives Feststoffvolumen Vfn

$$Vfn = Vln \cdot p_w/ptg_{90} = 0{,}339 \cdot 1/3 = 0{,}113 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.94$$

Neigungswinkel βnw

$$\tan \beta nw = Vfw \,/\, (Vl* + Vfn - Vw)$$

$$\tan \beta nw = 0{,}441 \,/\, (0{,}339 + 0{,}113 - 0{,}170) = 1{,}564 \qquad 3.95$$

$$\beta nw = 57{,}4° \qquad [-] \qquad 3.96$$

Scherwinkel *snw*

$$\tan snw = (\tan \beta nw)/2 = 1{,}564/2 = 0{,}782 \qquad 3.97$$

$$snw = 38{,}0° \qquad [-] \qquad 3.98$$

Gewichtsteil des Wassers *pwg*

$$pwg = Vln \cdot p_w / Vp_{90} = 0{,}339 \cdot 1/1 = 0{,}339 \qquad \text{kg/dm}^3 \qquad 3.99$$

Nassdichte *pnwg*

$$pnwg = Vfw \cdot ptg_{90}/Vp_{90} + pwg$$

$$pnwg = 0{,}441 \cdot 3{,}0/1{,}0 + 0{,}339 = 1{,}662 \qquad \text{kg/dm}^3 \qquad 3.100$$

Das Volumen *Vkt* = 16,57 dm³ (3.71) des trockenen Gruses in Relation zum Volumen *Vkn* = 15,15 dm (3.83) des nassen Gruses zeigt das Verdichtungsverhältnis an, welches sich durch die Zugabe des Wassers eingestellt hat.

Lagerdichte *dBt*

$$dBt = Vkt/Vkn = 16{,}57/15{,}15 = 1{,}094 \qquad [-] \qquad 3.101$$

Verdichtungsfaktor λ in Vol.-%

$$\lambda = (dBt - 1{,}0) \cdot 100 = 9{,}4 \qquad \text{Vol.-\%} \qquad 3.102$$

Nach dem Ziehen der trennenden Glasscheibe rutschte der nasse verdichtete Basaltgrus unter Wasser aus dem linken stehenden Erdkeil in den rechten liegenden Erdkeil und bildete hierbei die Böschungsebene (C–L) aus, siehe Abb. 50.

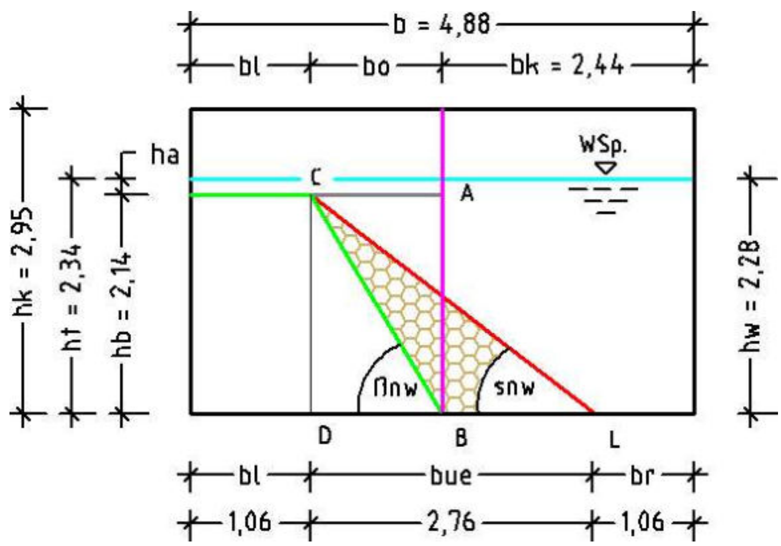


Abb. 50 zeigt den abgeglittenen Erdkeil (C–L–B) und seine Bemaßung.

Darstellung der berechneten Böschungsebene (C–L)

über die zuvor errechneten Bodeneigenschaften:

Breite *bo** → über die Höhe *hb* = 2,14 dm und den Winkel *βnw* = 57,0° (3.96)

$$bo^* = hb / \tan \beta nw = 2{,}14/1{,}564 = 1{,}37 \qquad \text{dm} \qquad 3.103$$

Breite bue^*

$$bue^* = 2 \cdot bo^* = 2 \cdot 1{,}37 = 2{,}74 \qquad \text{dm} \qquad 3.104$$

Breite bl^*

$$bl^* = (bk_I - bo^*) = (2{,}44 - 1{,}37) = 1{,}07 \qquad \text{dm} \qquad 3.105$$

Breite br^*

$$br^* = b - bl^* - bue^* = 4{,}88 - 1{,}07 - 2{,}74) = 1{,}07 \qquad \text{dm} \qquad 3.106$$

Ergebnis:

Die gemessenen Höhen wurden in die Berechnung der Bodenwerte übertragen. Im Ergebnis stehen den gemessenen Breiten $bl + bue + br = 1{,}06 + 2{,}76 + 1{,}06 = 4{,}88$ dm die errechneten Breiten $bl^* + bue^* + br^* = 1{,}07 + 2{,}74 + 1{,}07 = 4{,}88$ dm gegenüber. Die geringen Abweichungen sind für den Erdbau hinnehmbar. Der Wandel der Eigenschaften des trockenen Basaltgruses hin zu jenen des nassen Basaltgruses unter Wasser lässt sich über die nachstehenden Tabellenwerte verfolgen.

Tabelle

Vor der Wasseraufnahme (trocken)	Nach der Wasseraufnahme (nass)
Feststoffv. Vf_{57} = 0,604 dm³ (3.73)	Feststoffv. Vf^* = 0,661 dm³ (3.90)
Porenvol. Vl_{57} = 0,396 dm³ (3.74)	Porenvol. Vl^* = 0,339 dm³ (3.89)
Volumen Vkt = 16,57 dm³ (3.71)	Volumen Vkn = 15,15 dm³ (3.83)
Gesamt $\sum Vf_{57}$ = 10,01 dm³ (3.79)	Gesamt $\sum Vf^*$ = 10,01 dm³ (3.79)
Gesamt $\sum Vl_{57}$ = 6,56 dm³ (3.80)	Gesamt $\sum Vl^*$ = 5,14 dm³ (3.84)
Winkel βt_{57} = 56,7° (3.76)	Winkel βnw = 57,4° (3.96)
Winkel st_{57} = 37,3° (3.78)	Winkel snw = 38,0° (3.98)
Dichte ptg = 1,811 kg/dm³ (3.72)	Dichte $pnwg$ = 1,662 kg/dm³ (3.100)

Es kann aufgezeigt werden, dass sich die Eigenschaften eines trockenen Bodens bis hin zu einem nassen Boden unter Wasser berechnen lassen.

3.2.3 Berechnung der Eigenschaften feuchter Böden unter Wasser

Als feuchte Böden werden jene betrachtet, deren Struktur eine vollständige Anreicherung der Poren mit Wasser verhindert (Gaseinschluss) oder bei welchen der vorhandene Wasservorrat nicht ausreicht, alle Bodenporen zu füllen. Damit teilt sich das Porenvolumen Vl eines feuchten Bodens auf in das von Wasser besetzte Porenvolumen Vln und in das von Wasser unbesetzte Porenvolumen Vlt. Während bei einem nassen Boden unter Wasser nur 1/3 des Feststoffvolumens Vf dem Auftrieb unterliegt, erhöht das mit Gas angereicherte Porenvolumen Vlt den Auftrieb erheblich. Wählt man die Volumina des nassen Bodens unter Wasser als Basis, so sind diese zu ergänzen durch die Volumina, welche den Auftrieb und die Teilfüllung der Poren berücksichtigen.

Die Volumina feuchter Böden lassen sich wie folgt berechnen:

Auftriebsvolumen $Vfa = (Vf + Vlt)/3$	Porenvolumen $Vln = Vl - Vlt$
Feststoffvolumen $Vfw = (2 \cdot Vf - Vlt)/3$	Fiktives Feststoffvolumen $Vfn = Vln/6$.

Wie in den vorstehenden Berechnungsansätzen dargestellt, erhöht das von Wasser unbesetzte Porenvolumen Vlt den Auftrieb, mindert das Feststoffvolumen Vf und das besetzte Porenvolumen Vln und hebt den Ausdehnungsdrang des Porenwassers $Vfn = Vln/6$ weitestgehend auf. Für den feuchten Boden unter Wasser errechnet sich der Tangens des Neigungswinkels βiw über den Ansatz:

$$\tan \beta iw = Vfw\,/\,(Vl - Vfn) \quad \text{oder} \quad \tan \beta iw = Vfw\,/\,(Vl - Vln/6).$$

Um zu erkunden, wie sich der voll gesättigte Basaltgrus verhält, wenn ihm Wasser entzogen wird, wurde aus dem Glasbehälter das freie Wasser mittels eines Schlauchs $Øi = 6$ mm entfernt.

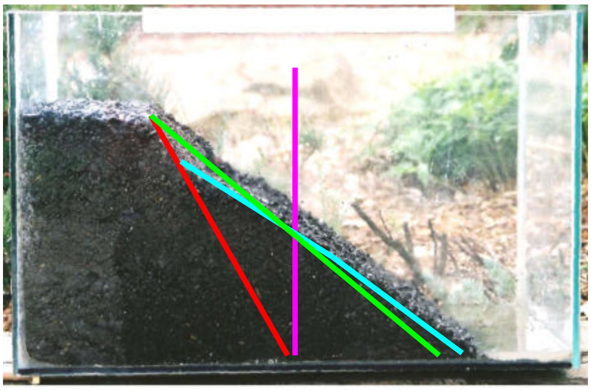


Abb. 51 zeigt die Ausbreitung des Gruses nach dem Absaugen des Wassers.

Während des Wasserentzugs veränderte sich die Scherebene (grün) des Basaltgruses (Abb. 48, S. 74) und nahm teilweise die flachere Scherebene (cyan) des feuchten Bodens über Wasser an (Abb. 43, S. 69). Diese Umformung des Erdkörpers liegt offensichtlich darin begründet, dass dem Basaltgrus der Wasserdruck aus dem freien Wasser entzogen worden ist, siehe Abb. 51.
Zur weiteren Darstellung des Bodenverhaltens feuchter Böden unter Wasser werden ein Berechnungsbeispiel mit Boden und danach ein Experiment mit Basaltgrus unter Wasser ausgeführt und beschrieben.

Für das Berechnungsbeispiel mit Boden werden angesetzt:

Feststoff-Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1)	Poren-Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2)
Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg = 1,764 t/m³ (3.9)
Porenvolumen Vlt = 5,8 Vol.-%	vom Porenvolumen Vl_{55} (3.2)

Unbesetztes Porenvolumen $Vlt \rightarrow$ gewählt mit 5,8 Vol.-% von $Vl = 0{,}412$ m³

$$Vlt = Vl \cdot 0{,}058 = 0{,}412 \cdot 0{,}058 = 0{,}024 \quad \text{m}^3 \quad 3.107$$

Besetztes Porenvolumen Vln

$$Vln = Vl - Vlt = 0{,}412 - 0{,}024 = 0{,}388 \quad \text{m}^3 \quad 3.108$$

Volumen des Auftriebs Vfa'

$$Vfa = (Vf + Vlt) \cdot pwg/ptg_{90} = (0{,}588 + 0{,}024)/3 = 0{,}204 \text{ m}^3 \quad 3.109$$

Feststoffvolumen Vfw

$$Vfw = (2 \cdot Vf - Vlt)/3 = (2 \cdot 0{,}588 - 0{,}024)/3 = 0{,}384 \quad \text{m}^3 \quad 3.110$$

Fiktives Feststoffvolumen $Vfn \rightarrow Vw = Vln/2$

$$Vfn = Vln/3 - Vln/2 = 0{,}388/6 = 0{,}065 \quad \text{m}^3 \quad 3.111$$

Neigungswinkel βiw

$$\tan \beta iw = Vfw/(Vl - Vfn) = 0{,}384/(0{,}412 - 0{,}065) = 1{,}107 \quad 3.112$$

$$\beta iw = 47{,}9° \quad [-] \quad 3.113$$

Scherwinkel siw

$$\tan siw = (\tan \beta iw)/2 = 1{,}107/2 = 0{,}553 \quad 3.114$$

$$\beta iw = 29{,}0° \quad [-] \quad 3.115$$

Dichte $piwg$

$$piwg = Vfw \cdot ptg_{90}/Vp_{90} + Vln \cdot p_w/Vp_{90}$$

$$piwg = 0{,}384 \cdot 3{,}0/1{,}0 + 0{,}388 \cdot 1{,}0/1{,}0 = 1{,}540 \quad \text{t/m}^3 \quad 3.116$$

Ergebnis:

Die berechneten Volumina/Raumteile werden in der Abb. 52 als Erdwürfel gezeigt und nachstehend in der Abb. 53 als Erdband mit den Erweiterungen des Erdwürfels durch die Volumina *Vln* und *Vw* (vor der Normierung).

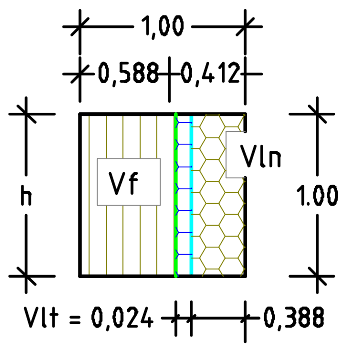


Abb. 52 zeigt die Raumteile eines feuchten Bodens über Wasser.

Die wichtigsten Eigenschaften des feuchten Basaltgruses sind nachstehend dargestellt, siehe auch Abb. 53:

Neigungswinkel βiw	= 47,9°	(3.113)
Scherwinkel siw	= 29,0°	(3.115)
Nassdichte $piwg$	= 1,540 t/m³	(3.116)

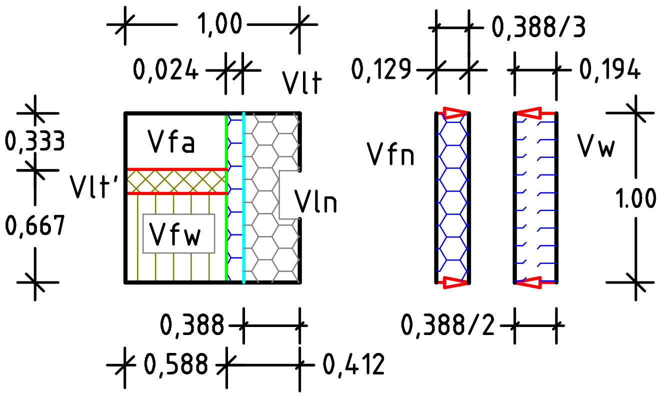


Abb. 53 zeigt den Wandel der Raumteile eines feuchten Bodens über Wasser zu einem feuchten Boden unter Wasser.

3.2.4 Experiment mit feuchtem Basaltgrus unter Wasser, Versuch 8

Das Experiment gehört zur Versuchsreihe 8. Es wurde ausgeführt, um die Richtigkeit der zuvor berechneten Eigenschaften des feuchten Basaltgruses über und unter Wasser zu überprüfen. Um einen feuchten Basaltgrus unter Wasser zu erhalten, wurden nach der Wasserzugabe in den Glaskasten die zunächst erforderlichen Messungen durchgeführt und nach insgesamt ca. 30 Minuten die trennende Glasscheibe gezogen. Mit diesem Vorgehen wurde erreicht, dass sich nicht alle Poren des trockenen Basaltgruses mit Wasser füllen konnten.

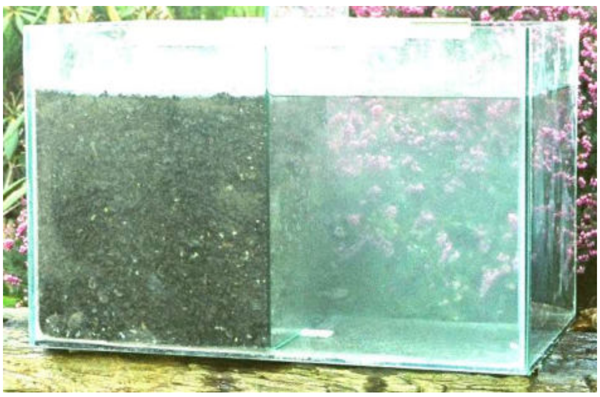


Abb. 54 zeigt die gleiche Füllhöhe *hb* von Basaltgrus und Wasser vor dem Ziehen der Glasscheibe.

Der trockene Grus 0/3 mm wurde bis zur Füllhöhe *ht* = 2,56 dm in die linke Kammer des Glaskastens eingebaut, die Oberfläche abgeglichen und danach in die rechte Kammer 20 Liter Wasser eingefüllt. Durch die Wasserzugabe verdichtet sich der Basaltgrus bis zu der Höhe hb = 2,35 dm und der Wasserspiegel pendelte sich auf die gleiche Höhe hw = 2,35 dm ein. Nach dem Ziehen der Scheibe senkte sich der Wasserspiegel um 2 mm, damit Höhe hw' = 2,33 dm. Die Versuchsanordnung basiert auf folgenden Werten:

Basaltgrus Gt = 33,0 kg	Einbauhöhe ht = 2,56 dm
Wasser Gw = 20,0 kg	Einfüllhöhe hw = 2,35 dm
Gemessene Höhe hb = 2,35 dm, siehe Abb. 53 und 57.	

Zu errechnende Eigenschaften des trockenen Basaltgruses

Volumen $Vkt \rightarrow ht$ = 2,56 dm, Ak_1 = 7,08 dm³ (3.33)

$$Vkt = ht \cdot Ak_1 = 2{,}56 \cdot 7{,}08 = 18{,}12 \quad \text{dm}^3 \qquad 3.117$$

Trockendichte ptg

$$ptg = Gt/Vkt = 33{,}0/18{,}12 = 1{,}821 \quad \text{kg/dm}^3 \qquad 3.118$$

Feststoffvolumen Vf_n → Index n kann durch Winkel βt = 57° ersetzt werden.

$$Vf_n = Vf_{90} \cdot ptg/ptg_{90} = 1{,}0 \cdot 1{,}821 /3{,}0 = 0{,}607 \quad \text{dm}^3 \qquad 3.119$$

Porenvolumen Vl_n

$$Vl_n = Vp_{90} - Vf_n = 1{,}000 - 0{,}607 = 0{,}393 \quad \text{dm}^3 \qquad 3.120$$

Neigungswinkel βt

$$\tan \beta t = Vf_n/Vl_n = 0{,}607 /0{,}393 = 1{,}544 \qquad 3.121$$

$$\beta t = 57{,}0° \quad [-] \qquad 3.122$$

Scherwinkel st

$$\tan st = (\tan \beta t) / 2 = 1{,}544 /2 = 0{,}772 \qquad 3.123$$

$$st = 37{,}7° \quad [-] \qquad 3.124$$

Die Trockenmasse im Glaskasten mit dem Volumen Vkt setzt sich zusammen aus dem Feststoffvolumen $\sum Vf_{57}$ und dem Porenvolumen $\sum Vl_{57}$.

Feststoffvolumen $\sum Vf_{57}$

$$\sum Vf_{57} = Vkt \cdot Vf_n/Vpf_{90} = 18{,}12 \cdot 0{,}607 /1.0 = 11{,}00 \text{ dm}^3 \qquad 3.125$$

Porenvolumen $\sum Vl_{57}$

$$\sum Vl_{57} = Vkt \cdot Vl_n/Vp_{90} = 18{,}12 \cdot 0{,}393 /1.0 = 7{,}12 \text{ dm}^3 \qquad 3.126$$

Teilergebnis:

Eigenschaften des trockenen Basaltgruses	
Feststoff-Vf = 0,607 dm³ (3.119)	Volumen Vkt = 18,12 dm³ (3.117)
Poren-Vl = 0,393 dm³ (3.120)	Dichte ptg = 1,821 kg/dm³ (3.118)
Gesamt $\sum Vf$ = 11,00 dm³ (3.125)	Winkel βt = 57,0° (3.122)
Gesamt $\sum Vl$ = 7,12 dm³ (3.126)	Winkel st = 37,7° (3.124)

Zu errechnende Eigenschaften des feuchten, verdichteten Basaltgruses

Vorab zu ermitteln ist die Absenkung des Wasserspiegels durch das Ziehen der trennenden Glasscheibe.

Volumen Vg der Glasscheibe mit $bg = 0{,}04$ dm und Höhe $hw = 2{,}35$ dm

$$Vg = hw \cdot a \cdot bg = 2{,}35 \cdot 2{,}90 \cdot 0{,}04 = 0{,}27 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.127$$

Höhe hw'

$$hw' = hw - Vg/(a \cdot b) = 2{,}35 - 0{,}27/(2{,}90 \cdot 4{,}88) = 2{,}33 \text{ dm} \qquad 3.128$$

Für den verdichteten Basaltgrus unter Wasser bleibt die Höhe $hb = 2{,}35$ dm, während sich die Höhe des ursprünglichen Wasserspiegels hw um die Höhe $hoo = 0{,}02$ dm auf die Höhe $hw' = 2{,}33$ dm reduziert. Ferner wird angenommen, dass sich das Wasser durch die Kapillarwirkung in dem gesamten Porenvolumen $\sum Vl^*$ ausbreiten wird und nicht nur in dem Volumen (Vw_1) unterhalb des Wasserspiegels.

Volumen $\sum Vkn \rightarrow hb = 2{,}35$ dm, $Ak_1 = 7{,}08$ dm³ (3.33)

$$\sum Vkn = hb \cdot Ak_1 = 2{,}35 \cdot 7{,}08 = 16{,}64 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.129$$

Gesamtporenvolumen $\sum Vl_{57}^* \rightarrow$ nach der Verdichtung des Gruses

$$\sum Vl^* = Vw_1 = Vkn - \sum Vf = 16{,}64 - 11{,}00 = 5{,}64 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.130$$

Die Verteilung des Wassers lässt sich in der linken Kammer über das Volumen $\sum Vl^*$ des verdichteten Gruses nachvollziehen und in der rechten Kammer über die Grundfläche $Ak_1 = 7{,}08$ dm³ (3.33) und die Höhe des Wasserspiegels hw'.

Volumen Vw_2

$$Vw_2 = hw' \cdot Ak_1 = 2{,}33 \cdot 7{,}08 = 16{,}50 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.131$$

Nachstehend wird ermittelt, ob die Füllmenge des Wassers der gemessenen Höhe $hw' = 2{,}33$ dm entspricht und wie viel Basaltporen $\sum Vln$ sich tatsächlich mit Wasser gefüllt haben.

Volumen $\sum Vln$

$$\sum Vln = \sum Vl^* + Vw_2 = 5{,}64 + 16{,}50 = 22{,}14 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.132$$

Volumen $\sum Vlt \rightarrow$ Wasserzugabe $Gw = 20{,}00$ kg

$$\sum Vlt = \sum Vw - \sum Vln = 20{,}00 - 22{,}14 = -2{,}14 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.133$$

Zur vollständigen Porenfüllung fehlen 2,14 dm³ Wasser, d. h. der Basaltgrus kann als feucht eingestuft und die Bodeneigenschaften mit den vorstehenden Werten ermittelt werden.

Porenvolumen Vl^*

$$Vl^* = \sum Vl^*/Vkn = 5{,}64/16{,}64 = 0{,}339 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.134$$

Feststoffvolumen Vf^*

$$Vf^* = Vp_{90} - Vl^* = 1{,}000 - 0{,}339 = 0{,}661 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.135$$

Porenvolumen $Vlt \rightarrow$ ohne Wasser

$$Vlt = \sum Vlt\,/Vkn = 2{,}14/16{,}64 = 0{,}129 \qquad \text{dm}^3 \qquad 3.136$$

Besetztes Porenvolumen $Vln = Vl^* - Vlt$ → beim feuchten Boden

$$Vln = Vl^* - Vlt = 0{,}339 - 0{,}129 = 0{,}210 \quad \text{dm}^3 \quad 3.137$$

Feststoffvolumen Vfa → unter Auftrieb

$$Vfa = (Vf^* + Vlt)\ /3 = (0{,}661 + 0{,}129)\ /3 = 0{,}263 \quad \text{dm}^3 \quad 3.138$$

Feststoffvolumen Vfw → beim feuchten Boden unter Auftrieb

$$Vfw = (2 \cdot Vf^* - Vlt)\ /3$$

$$Vfw = (2 \cdot 0{,}661 - 0{,}129)\ /3 = 0{,}398 \quad \text{dm}^3 \quad 3.139$$

Wasservolumen Vw → $Vln/2$

$$Vw = Vln/2 = 0{,}210\ /2 = 0{,}105 \quad \text{dm}^3 \quad 3.140$$

Fiktives Feststoffvolumen Vfn

$$Vfn = Vln \cdot p_w\ /ptg_{90} - Vln\ /2$$

$$Vfn = 0{,}210 \cdot 1/3 - 0{,}210\ /2 = -0{,}035 \quad \text{dm}^3 \quad 3.141$$

Neigungswinkel βiw → des feuchten Gruses

$$\tan \beta iw = Vfw\ /\ (Vl^* - Vfn)$$

$$\tan \beta iw = 0{,}398\ /\ (0{,}339 - 0{,}035) = 1{,}309 \quad 3.142$$

$$\beta iw = 52{,}6° \quad [-] \quad 3.143$$

Scherwinkel siw

$$\tan siw = (\tan \beta iw)\ /2 = 1{,}309/2 = 0{,}655 \quad 3.144$$

$$siw = 33{,}2° \quad [-] \quad 3.145$$

Neigungswinkel βnw → nasser, verdichteter Grus

$$\tan \beta nw = 2/3 \cdot Vf\ /\ (Vl \cdot 5/6)$$

$$\tan \beta nw = (2/3 \cdot 0{,}661)\ /\ (0{,}339 \cdot 5/6) = 1{,}560 \quad 3.146$$

$$\beta nw = 57{,}3° \quad [-] \quad 3.147$$

Scherwinkel snw → nasser, verdichteter Grus

$$\tan snw = (\tan \beta nw)\ /2 = 1{,}560/2 = 0{,}780 \quad 3.148$$

$$snw = 38{,}0° \quad [-] \quad 3.149$$

Gewichtsteil des Wassers pwg

$$pwg = Vln \cdot p_w\ /Vp_{90} = 0{,}210 \cdot 1{,}0\ /1{,}0 = 0{,}210 \quad \text{kg/dm}^3 \quad 3.150$$

Feuchtdichte $piwg$

$$piwg = Vfw \cdot ptg_{90}/Vp_{90} + pwg$$

$$piwg = 0{,}398 \cdot 3{,}0/1{,}0 + 0{,}210 = 1{,}404 \quad \text{kg/dm}^3 \quad 3.151$$

Das Volumen Vkt = 18,12 dm³ (3.117) des trockenen Gruses in Relation gesetzt zum Volumen Vkn = 16,64 dm (3.129) des feuchten verdichteten Gruses zeigt das Verdichtungsverhältnis an, welches die Wasserzugabe bewirkt hat.

Lagerdichte dBt

$$dBt = Vkt/Vkn = 18{,}12/16{,}64 = 1{,}089 \quad [-] \quad 3.152$$

Verdichtungsgrad λ

$$\lambda = (dBt - 1{,}0) \cdot 100 = 8{,}9 \quad \text{Vol.-\%} \quad 3.153$$

Die Eigenschaften eines feuchten Basaltgruses unter Wasser sind in der Abb. 55 dargestellt und in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

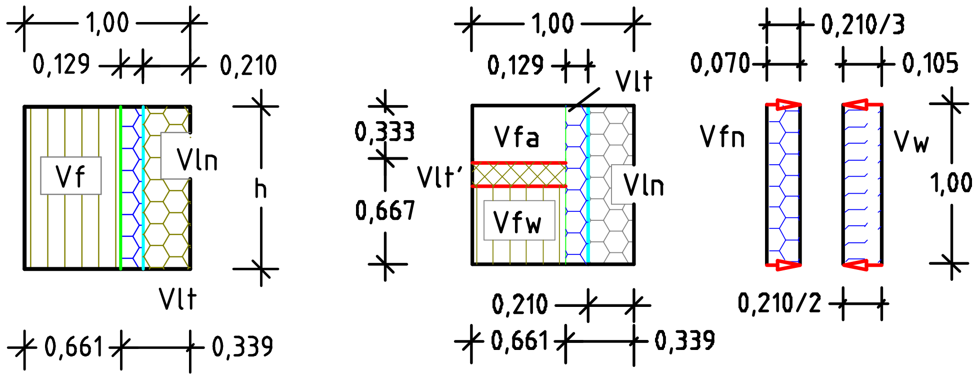


Abb. 55 zeigt die Bildung der Volumina eines feuchten Bodens unter Wasser.

Teilergebnis:

Vor der Wasseraufnahme (trocken)	Nach der Wasseraufnahme (feucht)
Feststoffv. Vf_{57} = 0,607 dm³ (3.119)	Feststoffv. Vf^* = 0,661 dm³ (3.135)
Porenvol. Vl_{57} = 0,393 dm³ (3.120)	Porenvol. Vl^* = 0,339 dm³ (3.134)
Volumen Vkt = 18,12 dm³ (3.117)	Volumen Vkn = 16,64 dm³ (3.129)
Gesamt $\sum Vf_{57}$ = 11,00 dm³ (3.125)	Gesamt $\sum Vf^*$ = 11,00 dm³ (3.125)
Gesamt $\sum Vl_{57}$ = 7,12 dm³ (3.126)	Gesamt $\sum Vl^*$ = 5,64 dm³ (3.130)
Winkel βt_{57} = 57,0 ° (3.122)	Winkel βiw = 52,6° (3.143)
Winkel st_{57} = 37,7° (3.124)	Winkel siw = 33,2° (3145)
Dichte ptg = 1,821 kg/dm³ (3.118)	Winkel βnw = 57,3° (3147)
Verdichtung λ = 8,9 Vol.-% (3.153)	Dichte $piwg$ = 1,404 kg/dm³ (3.151)

Darstellung der gemessenen Böschungsebene (C–L)

Nach dem Abgleiten des Basaltgruses wurde die Böschungsebene aufgemessen (Abb. 56) und die Maße wurden übertragen in die Abb. 57 auf Seite 87. Gemessen wurden in der Höhe hb = 2,35 dm die Breite bl = 0,38 dm, in der Behältermitte die Höhe hmu = 0,99 dm, im Abstand der Breite bru = 0,45 dm von der rechten Behälterwand die Höhe hri = 0,31 dm und an der Behälterwand die Höhe hs = 0,20 dm. In den Fotos können farbig nachgezogene Ebenen geringfügig infolge der Pixelabstände von den realen Ebenen abweichen. Diese Abweichungen beeinflussen die Auswertung des Experiments jedoch nicht.

Vorab ist über das Gesamtvolumen Vkn = 16,64 dm³ (3.129) zu prüfen, ob sich der Basaltgrus beim Abgleiten aufgelockert hat. Eine Auflockerung hat stattgefunden, wenn das Volumen des abgeglittenen Bodens rechts der Achse ungleich ist zu dem Volumen des aufgestauten Bodens links der Achse.

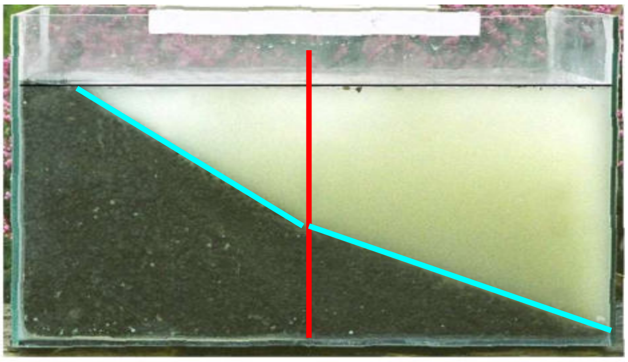


Abb. 56 zeigt die Versuchsanordnung nach dem Ziehen der Glasscheibe.

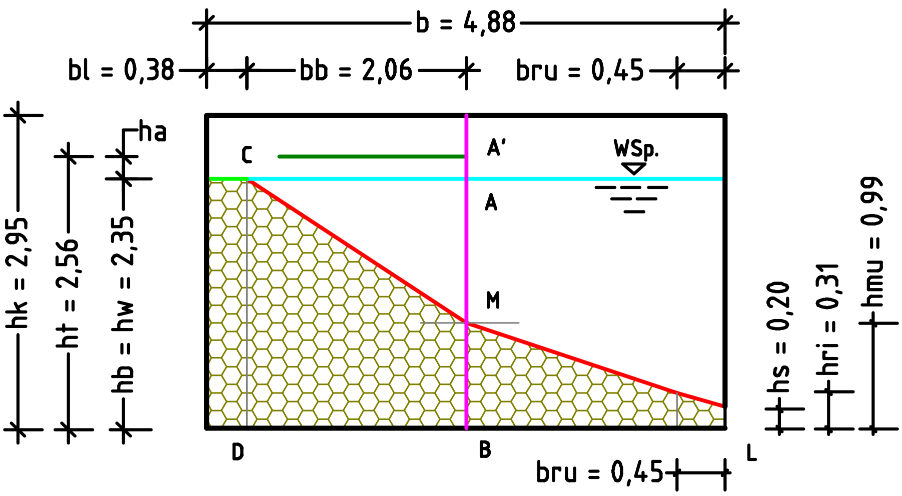


Abb. 57 zeigt die an dem Glaskasten gemessenen Maße.

Fläche $Akn' \rightarrow Vkn$ = 16,64 dm³ (3.129)

$Akn' = Vkn/a = 16{,}64/2{,}90 = 5{,}74$ dm² 3.154

Linke Fläche $Akn^{*}{'}$

$Akn^{*} = bl \cdot hb + (bk_1 - bl) \cdot (hb + hmu) / 2$

$Akn^{*} = 0{,}38 \cdot 2{,}35 + (2{,}44 - 0{,}38) \cdot (2{,}35 + 0{,}99) / 2$

$Akn^{*} = 0{,}89 + 3{,}44 = 4{,}33$ dm² 3.155

In die rechte Kammer sind danach abgeglitten:

$Aknl = Akn' - Akn^{*} = 5{,}74 - 4{,}33 = 1{,}41$ dm² 3.156

Rechte Fläche $Aknr$

$Aknr = (bk_1 - bru) \cdot (hmu + hru) + bro \cdot (hru + hs) / 2$

$Aknr = (2{,}44 - 0{,}45) \cdot (0{,}99 + 0{,}31) / 2 \ldots$

$\ldots + 0{,}45 \cdot (0{,}31 + 0{,}20) / 2 = 1{,}40$ dm² 3.157

Bei der Fläche $Aknl$ = 1,41 dm² (3.156) lässt sich nicht abklären, ob die gemessene Breite bl die Abrisskante des Basaltgruses anzeigt oder die Breite eine geringe Materialmenge einschließt, die wegen fehlender Horizontalkräfte in der Fläche der Kraft Nv nicht ableiten konnte, siehe hierzu Abb. 12, S. 31.

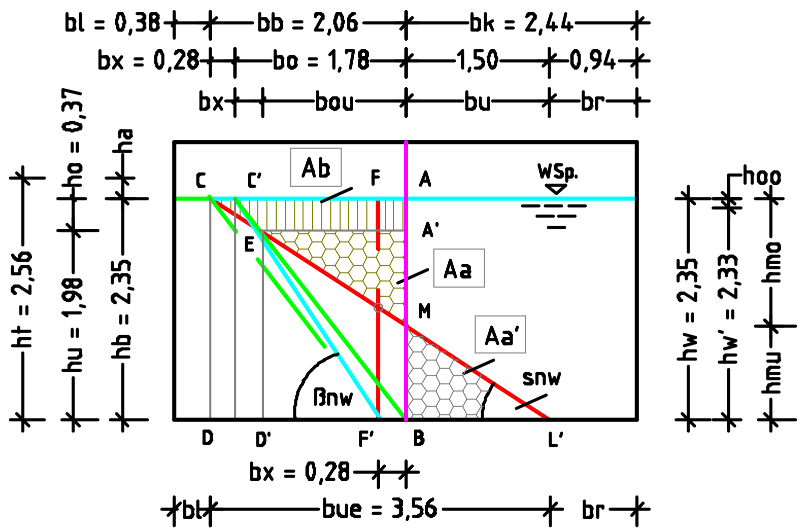


Abb. 58 zeigt in der Fläche *Ab* das unbesetzte Porenvolumen *Aknl* und den hierdurch ausgelösten Versatz der Neigungsebene um die Breite *bx.*

Über die gemessene Breite $bb = bk_l - bl$ = 2,44 – 0,38 = 2,06 dm und die Höhe *hmo* = 1,36 dm werden der Scherwinkel *siw** und mit dem Winkel die weiteren Abmessungen ermittelt.

Scherwinkel *siw** → feuchter Grus, über die gemessene Höhe und Breite

$$\tan siw^* = hmo/bb = 1{,}36/2{,}06 = 0{,}660 \qquad 3.158$$

$$siw^* = 33{,}4° \qquad [-] \qquad 3.159$$

Neigungswinkel *βiw**

$$\tan \beta iw^* = 2 \cdot \tan siw = 2 \cdot 0{,}660 = 1{,}320 \qquad 3.160$$

$$\beta iw^* = 52{,}9° \qquad [-] \qquad 3.161$$

Mit den nachstehenden Abmessungen lässt sich das Bodenverhalten bei dem Abgleiten des Bodens aus dem stehenden in den liegenden Erdkeil ergründen.

Breite *bue*

$$bue = hb / \tan siw^* = 2{,}35/0{,}660 = 3{,}56 \qquad \text{dm} \qquad 3.162$$

Breite *bo*

$$bo = hp / \tan \beta iw^* = 2{,}35/1{,}320 = 1{,}78 \qquad \text{dm} \qquad 3.163$$

Breite *bx*

$$bx = bb - bo = 2{,}06 - 1{,}78 = 0{,}28 \qquad \text{dm} \qquad 3.164$$

Breite *bou*

$$bou = bo - bx = 1{,}78 - 0{,}28 = 1{,}50 \qquad \text{dm} \qquad 3.165$$

Breite *bu*

$$bu = hmu / \tan siw^* = 0{,}99/0{,}660 = 1{,}50 \qquad \text{dm} \qquad 3.166$$

Breite *br*

$$br = b - bl - bue = 4{,}88 - 0{,}38 - 3{,}56 = 0{,}94 \qquad \text{dm} \qquad 3.167$$

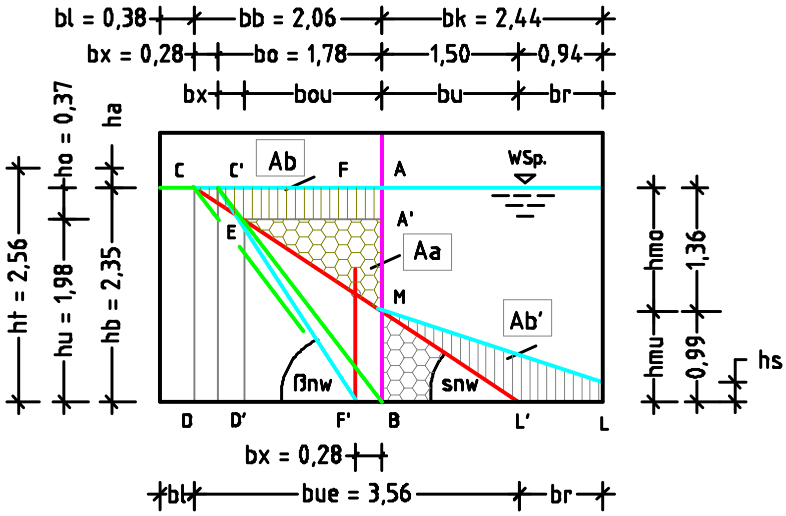


Abb. 59 zeigt die Flächenverteilung nach dem Abgleiten des Bodens (Fläche Ab).

Höhe *ho*

$$ho = bx \cdot \tan \beta iw^* = 0{,}28 \cdot 1{,}320 = 0{,}37 \qquad \text{dm} \qquad 3.168$$

Höhe *hu*

$$hu = bou \cdot \tan \beta iw^* = 1{,}50 \cdot 1{,}320 = 1{,}98 \qquad \text{dm} \qquad 3.169$$

Fläche *Ac*

$$Ac = hmo \cdot bb/2 = 1{,}36 \cdot 2{,}06/2 = 1{,}40 \qquad \text{dm}^2 \qquad 3.170$$

Fläche *Aa* = *Aa'*

$$Aa = hmu \cdot bu/2 = 0{,}99 \cdot 1{,}50/2 = 0{,}74 \qquad \text{dm}^2 \qquad 3.171$$

Fläche *Ab* = *Ab'*

$$Ab = Ac - Aa' = 1{,}40 - 0{,}74 = 0{,}66 \qquad \text{dm}^2 \qquad 3.172$$

Darstellung der berechneten Böschungsebene (C–L)

Wie zuvor, werden zur grafischen Darstellung der Bodenbewegungen im Glaskasten weitere Abmessungen für den feuchten Boden unter Wasser über die Höhe *hb* = 2,35 dm und die errechneten Winkel *βiw* = 52,6° (3.144) mit tan *βiw* = 1,309 sowie *siw* = 33,2° (3.146) mit tan *siw* = 0,655 (3.145) ermittelt.

Höhe *ho** → Volumen *Vlt* = 0,129 dm³ (3.137)

$$ho^* = hb \cdot Vlt/Vp = 2{,}35 \cdot 0{,}129/1{,}00 = 0{,}30 \qquad \text{dm} \qquad 3.173$$

Höhe *hu**

$$hu^* = hb - ho^* = 2{,}35 - 0{,}30 = 2{,}05 \qquad \text{dm} \qquad 3.174$$

Breite *bo**

$$bo^* = hb / \tan \beta iw = 2{,}35/1{,}309 = 1{,}80 \qquad \text{dm} \qquad 3.175$$

Breite *bx**

$$bx^* = ho^* / \tan \beta iw = 0{,}30/1{,}309 = 0{,}23 \qquad \text{dm} \qquad 3.176$$

Breite *bb**

$$bb^* = bo^* + bx^* = 1{,}80 + 0{,}23 = 2{,}03 \qquad \text{dm} \qquad 3.177$$

Breite bl^*

$$bl^* = bk_1 - bb^* = 2{,}44 - 2{,}03 = 0{,}41 \qquad \text{dm} \qquad 3.178$$

Breite bue^*

$$bue^* = hb\ /\ \tan siw = 2{,}35/0{,}655 = 3{,}59 \qquad \text{dm} \qquad 3.179$$

Breite bou^*

$$bou^* = bo^* - bx^* = 1{,}80 - 0{,}23 = 1{,}57 \qquad \text{dm} \qquad 3.180$$

Breite bu^*

$$bu^* = bue^* - bo^* = 3{,}59 - 2{,}03 = 1{,}56 \qquad \text{dm} \qquad 3.181$$

Breite br^*

$$br^* = bk_1 - bu^* = 2{,}44 - 1{,}56 = 0{,}88 \qquad \text{dm} \qquad 3.182$$

Höhe hmo^*

$$hmo^* = bb \cdot \tan siw = 2{,}03 \cdot 0{,}665 = 1{,}35 \qquad \text{dm} \qquad 3.183$$

Höhe hmu^*

$$hmu^* = hb - hmo^* = 2{,}35 - 1{,}35 = 1{,}00 \qquad \text{dm} \qquad 3.184$$

Fläche Ac^*

$$Ac^* = bb \cdot hmo^*/2 = 2{,}03 \cdot 1{,}35/2 = 1{,}37 \qquad \text{dm}^2 \qquad 3.185$$

Fläche Aa^*

$$Aa^* = bu^* \cdot (hp - hmo^*)\ /\ 2$$

$$Aa^* = 1{,}56 \cdot (2{,}35 - 1{,}35)\ /\ 2 = 0{,}78 \qquad \text{dm}^2 \qquad 3.186$$

Fläche Ab^*

$$Ab^* = Ac - Aa' = 1{,}37 - 0{,}78 = 0{,}59 \qquad \text{dm}^2 \qquad 3.187$$

Ergebnis:

Die gemessenen und errechneten Abmessungen des feuchten Basaltgruses unter Wasser werden nachstehend als Tabelle zusammengefasst. Die Aufstellung ist unterteilt in die Maße, die an dem Erdkörper messbar sind, und in jene, die benötigt wurden, um den Umbau der Bodeneigenschaften von einem trockenen in einen feuchten Boden unter Wasser verfolgen zu können. Bei den letztgenannten Maßen zeigen sich geringe Differenzen zwischen den experimentellen Werten und denen, die über die Volumina des Basaltgruses errechnet worden sind. Die Abweichungen lassen sich möglicherweise begründen mit der Vorgehensweise, einen trockenen Grus ohne vorhergehende Mischung über die bloße Wasserzugabe in einem feuchten Boden umwandeln zu wollen. Die geringen Ungenauigkeiten bei den Berechnungen wären ggf. auch bei einer vorhergehenden Mischung von Grus und Wasser aufgetreten, weil durch das Einfüllen des Wassers in die rechte Kammer eine weitere Wasseranreicherung des feuchten Basaltgruses möglich war. Letztlich zeigt auch dieses Experiment, dass sich das Verhalten eines feuchten Bodens unter Wasser über seine Raum- und Gewichtsteile ermitteln lässt.

Auflistung der Ergebnisse:

Maße am Glaskasten gemessen	Maße errechnet
Breite *bl* = 0,39 dm	Breite *bl** = 0,41 dm (3.178)
Breite *bo* = 1,78 dm (3.164)	Breite *bo** = 1,80 dm (3.175)
Höhe *hmo* = 1,36 dm	Höhe *hmo* = 1,35 dm (3.182)
Maße innerhalb des Erdkörpers	Maße innerhalb des Erdkörpers
Höhe *ho* = 0,37 dm (3.169)	Höhe *ho** = 0,30 dm (3.173)
Breite *bx* = 0,28 dm (3.165)	Breite *bx** = 0,23 dm (3.176)
Breite *bb* = 2,05 dm	Breite *bb** = 2,03 dm (3.177)
Breite *bue* = 3,56 dm (3.163)	Breite *bue** = 3,59 dm (3.179)
Breite *bou* = 1,50 dm (3.166)	Breite *bou** = 1,57 dm (3.180)
Breite *bu* = 1,50 dm (3.167)	Breite *bu** = 1,56 dm (3.181)
Breite *br* = 0,94 dm (3.168)	Breite *br** = 0,88 dm (3.182)
Fläche Ac = 1,40 dm² (3.170)	Fläche Ac* = 1,37 dm² (3.184)
Fläche Aa = 0,74 dm² (3.171)	Fläche Aa* = 0,78 dm² (3.185)
Fläche Ab = 0,66 dm² (3.172)	Fläche Ab* = 0,59 dm² (3.186)

3.3 Bodenkenngrößen in tabellarischer Zusammenfassung

Um den zuvor geschilderten Wandel der Bodenkenngrößen trockener, nasser und nasser Boden unter Wasser besser verfolgen zu können, wurde eine Tabelle erstellt. Die Berechnungsergebnisse für den Boden mit dem Neigungswinkel *βt* = 45° sind rot markiert. Siehe beigefügte Anlage 1, S. 247.

Spalte 1 der Tabelle beinhaltet die unterschiedlichen Bodenarten mit der herkömmlichen Bezeichnung, wobei unterhalb der Bodenbezeichnung ‚Löß, wässrig' mehrfach ‚Urstaub unter Wasser' aufgeführt wurde. Die Mehrfachnennung wird genutzt, um dem Boden-Wasser-Gemisch unterschiedliche Feststoffanteile *Vf* zuordnen zu können.

Spalte 2: In ihr sind den Bodenarten die Neigungswinkel *βt* zugeordnet.

Spalte 3: Hier steht der Tangens des Neigungswinkels *βt*.

Spalten 4 und 5: Sie beinhalten die Scherwinkel *st* und den jeweiligen Tangens.

Spalten 6 und 7: Sie zeigen die Höhe und Breite des Erdwürfels unter Berücksichtigung der Berechnungstiefe a = 1,00 m.

Spalte 8: Hier ist die Breite Δb eingefügt, über welche mit der Berechnungstiefe a = 1,00 m die Volumenmehrung ΔV errechnet wird (Spalte 10).

Spalte 9: Das Anfangsvolumen Vo = 1,00 m³ plus Volumen ΔV ergibt das Gesamtvolumen Vp (Spalte 11).

Spalten 12 und 13: Sie beinhalten die Feststoff- und Porenvolumina (*Vf* und *Vl*) der jeweiligen Bodenart.

Spalten 14 bis 18: In ihnen sind die Gewichtteile der Böden und darüber ihre Berechnungsansätze aufgeführt.

Spalten 19 bis 24: Hier sind den Bodenarten die Winkel nasser Böden und nasser Böden unter Wasser zugeordnet.

Spalte 25: Sie beinhaltet die Fallbeschleunigung g.

In ähnlicher Weise, wie die Tabelle der Anlage 1, soll die nachstehende grafische Darstellung der Kräfte trockener und nasser Böden helfen, die Veränderungen der Kräfte innerhalb trockener Böden durch die Wasseraufnahme nachvollziehbar zu gestalten. Für den Aufbau der Grafik (Abb. 60, S. 93) sind aus den Tabellen der beigefügten Anlagen 2 und 3 die errechneten Werte der Bodenarten mit den Neigungswinkeln *βt* (75°, 65°, 55° bis 5°) entnommen und alle übrigen Werte über den jeweiligen Neigungswinkel *βt* bzw. *βt* der Bodenart errechnet worden, siehe Anlagen, S. 247ff.

Auf der Ordinatenachse wurden die Wandhöhe h = 10,00 m und die Angriffshöhen *hv* des Erddrucks aufgetragen. Die horizontale Kraft *Hf* und ihr Kraftmeter *hf* wurden in die Abszissenachse gelegt. Das Höhe/Kraft-Verhältnis wurde mit 1 : 50 gewählt. Die Verbindung der aufgetragenen Erddruckkräfte *Hf* der trockenen Böden lässt die rote Kurve entstehen und die blaue Kurve zeigt die Erddruckkräfte des nassen Bodens an. Empirische Beiwerte oder angenommene Bodendichten benötigt dieses Berechnungsverfahren nicht.

Der aufgezeigte Unterschied zwischen den Erddruckkräften trockener und nasser Böden verdeutlicht, dass der Wassergehalt eines Bodens ausschlaggebend ist bei der Winkel- und Dichtebestimmung von Böden. Um verlässliche Werte für eine Erddruckberechnung zu erhalten, würde es ausreichen, im Baufeld ungestörte Bodenproben zu nehmen und deren Wassergehalt und die Trockendichte zu bestimmen. Über diese beiden Faktoren lassen sich alle weiteren Eigenschaften des Bodens und ggf. Eingriffe in die Eigenschaften nachvollziehen, welche aus Verdichtung, Belastung, Überbelastung u. a. der Böden entstehen können.

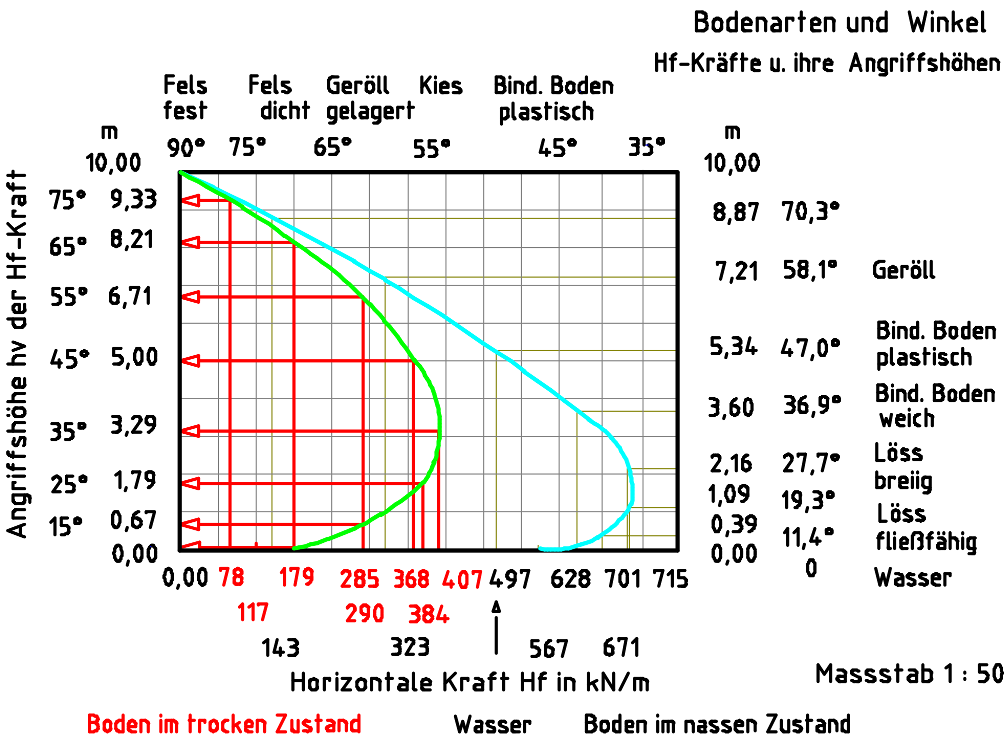


Abb. 60 zeigt bei einer Wandhöhe h = 10,0 m die Erddruckkräfte gleicher Bodenarten im trockenen Zustand (rot) und im nassen Zustand (cyan).

3.4 Fazit zum Kapitel 3

Das Mehrphasensystem der Festkörperphysik mit dem Feststoffvolumen Vf (feste Phase), dem Porenvolumen Vl (gasförmige Phase) und dem Wasservolumen Vln (flüssige Phase) wird derzeit genutzt, um die Volumina einer Bodenart grafisch darzustellen. Der Verfasser hat Verhältnisgrößen mit der Felsdichte ptg_{90} = 3,00 t/m³ und der Reibungszahl μ = tan βt = 100 für den idealisierten porenlosen Granit gewählt, über die sich die Raum- und Gewichtsteile aller Bodenarten errechnen lassen. Hierbei zeigte sich, dass bei trockenen Böden die Reibungszahl μ der inneren Reibung und der Tangens des Neigungswinkels βt dem Proportionalitätsfaktor Vf/Vl entsprechen. Mit dieser Erkenntnis konnte ein Ordnungssystem frei von empirischen Beiwerten aufgebaut werden, in das sich alle Bodenarten vom angewitterten Felsgestein bis hin zum ‚Urstaub' stufenlos über den Neigungswinkel von β = 89,4° bis 0,6° einfügen lassen. Mit dem Porenvolumen Vl des Bodens als Wasserreservoir entstand eine weitere Ordnung, die es erlaubt, zwischen den Polen ‚trockener Boden' und ‚nasser Boden' feuchte Böden entsprechend ihrem Wassergehalt einzugliedern. Während sich bei einem nassen Boden alle Poren vollständig mit Wasser füllen, verhindert bei einem feuchten Boden entweder das Korngefüge des Bodens oder der Wassermangel im Umfeld des Bodens eine völlige Wasseraufnahme. Folglich entspricht bei einem nassen Boden das Porenvolumen *Vl* dem vom Wasser besetzten Volumen *Vln*, während sich beim feuchten Boden das Porenvolumen unterteilt in das vom Wasser unbesetzte Volumen *Vlt* und in das vom Wasser besetzte Volumen $Vln = Vl - Vlt$. Die Unterteilung des Porenvolumens unterstützt die Winkelberechnung und die Ermittlung der Bodendichten, wie sie in den einzelnen Unterkapiteln dargestellt worden ist.

Die Vielzahl der durchgeführten Versuchsanordnungen im Glaskasten mit feuchten (teilgesättigten) und nassen Böden (vollgesättigten) und mit Böden unter Wasser haben zudem erkennen lassen, dass:

- sich das Bodenvolumen reduziert, wenn trockener Boden lose in einen Behälter eingefüllt und Wasser zugegeben wird;
- das Bodenvolumen konstant bleibt, wenn ein durch Wasser verdichteter trockener Boden wieder getrocknet und danach abermals unter Wasser gesetzt wird, d. h. Böden in freier Natur, die wiederholt dem Grundwasser ausgesetzt sind, werden ihr Volumen nicht mehr reduzieren;
- das Bodenverhalten berechenbar ist und ein nasser Boden unter Wasser geringere Horizontalkräfte aufbaut als ein feuchter Boden unter Wasser;
- ein Boden, der auf einer geneigten Felsschicht lagert, seinen Scherwinkel beim Abgleiten der Erdmasse auf eine horizontale Ebene nicht wandelt. Diese Feststellung ändert sich, wenn Auflasten auf den Boden aufgetragen werden, deren vertikale Kräfte sich bis zum Erreichen der Felsschicht nicht vollständig abbauen und somit in horizontale Kräfte übergehen.

4 Bodenverhalten und Kraftaufbau nach neuer Sicht

In Kapitel 2 wurde gezeigt, dass die Erddruck-Lehre das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium für die Ermittlung von Erdspannungen fördert. Sie gibt vor, dass dieses Verfahren konform sei mit der Coulomb'schen Erddruck-Lehre, der Mohr'schen Spannungstheorie und den Regeln der physikalischen Ebene. Dieser dargestellten Analogie zwischen den Berechnungsverfahren wurde nachgegangen mit dem Ergebnis, dass für den Verfasser eine theoriekonforme Verbindung zwischen dem Bruchkriterium und den anderen Regelwerken nicht erkennbar ist. Des Weiteren stützt sich die Lehre auf empirisch ermittelte Bodenkenngrößen, die, wie das Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium, zu ungenauen Erddruckermittlungen und damit zu Bauschäden führen können. Im Rahmen der vorstehenden Erörterung wurden die Grundlagen der neuen Erddruck-Theorie vorgestellt, die der Erddruck-Lehre von Coulomb folgen.

Bei der Erddruckermittlung nach neuer Art wird gänzlich auf empirische Werte verzichtet und stattdessen die Bodeneigenschaften über die ‚Raum- und Gewichtsteilen von Böden' ermittelt. Nach diesem Verfahren lassen sich die Bodenkennziffern, Dichten und Winkel aller Bodenarten im trockenen, feuchten und nassen Zustand über und unter Wasser errechnen. Dieses Berechnungssystem wird als eine Erweiterung des Mehrphasensystems der Festkörperphysik vorgestellt, siehe Kapitel 3.

Zur Vertiefung der neuen Erddruck-Theorie folgen Anwendungsbeispiele, die teilweise durch Experimente begleitet werden. Gewählt für die Versuchsanordnungen wurden unterschiedliche Bodenarten, um damit auch auf die Übereinstimmung der gemessenen und errechneten Bodenkenngrößen hinweisen zu können.

4.1 Allgemeines zu der neuen Erddruck-Theorie

Die neue Erddruck-Theorie folgt den Grundlagen der Physik und stützt sich auf das Verhalten der Böden in freier Natur. Zudem wurde erkannt, dass sich alle Bodenarten entsprechend ihrem Neigungswinkel β = 89,4° bis β = 0,6° in den ‚Halbkreis der Bodenarten' stufenlos einordnen lassen (Abb. 33). Auf die bisherige Unterteilung der Böden nach ihren magmatischen, metamorphen oder sedimentären Ursprungsgesteinen kann ebenso verzichtet werden wie auf die Einteilung nichtbindige und bindige Böden. Die Berechnung der Bodenkenngrößen macht es zudem möglich, die Belastbarkeit von Böden zu ermitteln.

4.2 Ableitung der Belastbarkeit von Böden – Erdwiderstand –

Die Ermittlung der Belastbarkeit/Tragfähigkeit von Böden wird analog zur Berechnung der Bodeneigenschaften über das fiktive, spannungsfreie und trockene Felsgestein mit der Dichte ptg_{90} = 3,00 t/m³ geführt. Anstatt des Würfels wird hier als Basis eine quadratische Felssäule mit der Höhe $h*$ = 100 m, der ‚Aufstandsfläche' $Ad = b \cdot a$ = 1,00 m² und dem Volumen $V*$ = 100 m³ gewählt. Die Steinsäule erzeugt auf ein Felsmassiv gestellt über die Gewichtskraft G in der Aufstandsfläche Ad die zulässige Pressung $\sigma_{D\ zul}$

$$\sigma_{Dzul} = G/Ad \quad \text{in kN/m}^2.$$

Der Berechnungsansatz zur Ermittlung von σ_{Dzul} bliebe unverändert, wenn man anstatt der Felssäule eine Erdsäule auf die Geländeebene auftragen würde. Lediglich die geringere Dichte des Bodens würde zur Reduzierung der Gewichtskraft G und damit zu einer geringeren Pressung führen. Da der Boden – im Gegensatz zum Fels – seine äußere Form aufgeben und sich nach allen Seiten unter dem Scherwinkel ausbreiten kann, wird sich mit zunehmender Breite die Säulenhöhe reduzieren.

Würde man unterhalb der Geländefläche in das anstehende Erdreich eine Aussparung fertigen und eine gleichgroße Felssäule einfügen können, so würde der die Säule umgebende Boden horizontale Kräfte entwickeln und die Säule fest in dem Boden einspannen. Die Situation würde sich ändern, wenn anstatt der Felssäule eine Erdsäule in das Erdreich eingesetzt werden könnte. Der Boden der Säule würde seine Fähigkeit nutzen und horizontale Kräfte gegen das anstehende Erdreich entwickeln. In gleicher Weise würde das anstehende Erdreich horizontale Kräfte gegen die Erdsäule ausbilden und damit einen Ausgleich zwischen den aufgezeigten entgegengerichteten Kräften herstellen. Wie ausgeführt, entstehen horizontale Kräfte dadurch, dass vertikale Kräfte aus Erdeigengewicht und Gravitation, über die Neigungsebenen der Böden in horizontale Kräfte umgewandelt werden. Dieses Kräftespiel hält das Gleichgewicht in dem Erdreich.

Geht man bei der Belastbarkeit von Böden davon aus, dass eine Erdsäule, die auf eine Geländeoberfläche gestellt wird, ihre Form nicht verändern kann, so wird unterhalb der Geländeoberfläche, bei ansonsten gleichen Bedingungen, nur eine gleich hohe Säule die Auflast übernehmen können. Gibt man anschließend der unteren Säule die Möglichkeit, ihre Last über eine einseitige

Kraftableitung abzutragen, so wird sich zunächst eine diagonal verlaufende Neigungsebene in der Säule einstellen. Diese unterteilt die Ansichtsfläche $A = V^*/a$ der Säule in eine aktive und eine reaktive Keilfläche, so dass jede dieser Flächen die gleiche Größe $Aa = Ar = A/2$ einnimmt. In der Abb. 61 wird eine Felssäule gezeigt mit der Höhe $hx = 100$ m, der Breite $bx = 1{,}00$ m und der Berechnungstiefe $a = 1{,}00$ m.

Wählt man anstatt der Felssäule eine Erdsäule gleichen Inhalts und lässt bei dem Lastabtrag eine einseitige Kraftausbreitung zu, so wird sich die Breite *bx* zu der Breite *b* wandeln und die Höhe $hx = 100$ m sich über den Neigungswinkel der Bodenart reduzieren zu der Höhe *h*, siehe Abb. 62 und 63.

Die Abmessungen der neuen Kraftfläche errechnen sich:

$$\text{Höhe } h = \sqrt{(A \cdot \tan\beta)} \quad \text{und} \quad \text{Breite } b = \sqrt{(A / \tan\beta)}.$$

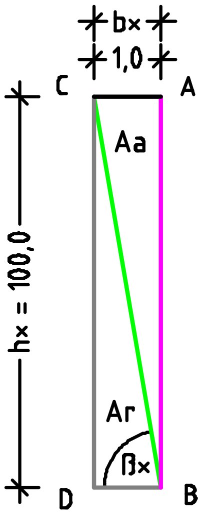


Abb. 61

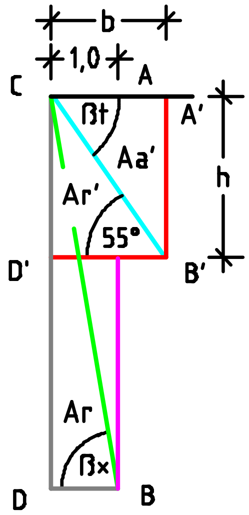


Abb. 62

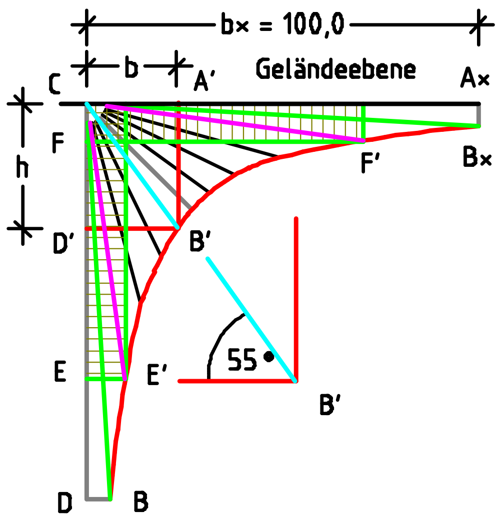


Abb. 63

Abb. 61 zeigt die Felssäule mit der Höhe h^*, der Breite b^* und der Neigungsebene.
Abb. 62 zeigt die Umwandlung der Lastfläche *A* in die Kraftflächen *Aa'* und *Ar'*.
Abb. 63 zeigt den Wandel der stehenden Felssäule in die Säulen der Bodenarten.

Die beiden Keilflächen *Aa'* und *Ar'* bilden gegenläufig Horizontalkräfte aus, die nach dem Grundsatz actio = reactio das Gleichgewicht in dem Fels- bzw. Erdblock halten. In der Abb. 62 wird eine einseitige Kraftausbreitung dargestellt innerhalb des harten Felsgesteins mit dem Neigungswinkel $\beta = 89{,}4° \rightarrow \mu = 100$ und innerhalb des Bodens mit dem Neigungswinkel $\beta = 55{,}0°$. In der Abb. 63 wird der Wandel gezeigt, der eine vertikale Steinsäule über die Neigungswinkel der unterschiedlichen Bodenarten zu einer liegenden Säule des Urstaubs mit dem Neigungswinkel $\beta = 0{,}6°$ werden lässt.

In gleicher Weise, wie der Ansatz des Neigungswinkels die Höhe h der Erdsäule zugunsten ihrer Breite b reduziert, so nimmt auf den Quadratmeter bezogen die Gewichtskraft und damit auch die zulässige Pressung $\sigma_{Dzul} = Ge/Ad$ ab. Schiebt man die Auflast, die über den Neigungswinkel auf die Breite b verteilt worden ist, wieder auf das Quadrat mit der Breite $b^* = 1{,}00$ m zusammen, so stellt sich die ursprüngliche Last der 100 m hohen Erdsäule über dem Quadrat wieder ein. Für die Berechnung der zulässigen Pressung σ_{Dzul} wird die Bodenart mit dem Neigungswinkel $\beta = 55{,}0°$ gewählt. Ihre Bodenkenngrößen wurden bereits ermittelt (S. 60 und werden hierher übertragen:

Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1)	Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2)
Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9)
Fläche A = 100 m²	Fläche Ad = 1,00 m²

Es werden berechnet:

Höhe h

$$h = \sqrt{(A \cdot \tan \beta)} = \sqrt{(100 \cdot 1{,}428)} = 11{,}95 \quad \text{m} \qquad 4.1$$

Breite b

$$b = \sqrt{(A / \tan \beta)} = \sqrt{(100 / 1{,}428)} = 8{,}37 \quad \text{m} \qquad 4.2$$

Volumen Vt_{55}

$$Vt_{55} = Ad \cdot h = 1{,}00 \cdot 11{,}95 = 11{,}95 \quad \text{m}^3 \qquad 4.3$$

Gewichtskraft Gt → mit g = 9,807m/s²

$$Gt = Vt_{55} \cdot ptg_{55} \cdot g = 11{,}95 \cdot 1{,}764 \cdot 9{,}807 = 206{,}7 \quad \text{kN} \qquad 4.4$$

Bodenpressung σ_{Dzul}

$$\sigma_{Dzul} = Gt/Ad = 206{,}7/1{,}00 = 206{,}7 \quad \text{kN/m}^2 \qquad 4.5$$

Ergebnis:

Mit dem Berechnungsbeispiel wird auch gezeigt, dass nach neuer Erddruck-Theorie für jede Bodenart die zulässige Bodenpressung σ_{Dzul} = 206,7 kN/m² (4.5) über den Neigungswinkel βt = 55°, die Säulenhöhe h = 11,95 m (4.1) und die Trockendichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9) exakt errechnet werden kann. In Gegensatz dazu verwendet die DIN 1054 ‚Zulässige Belastung des Baugrundes' für die Bodenpressung empirische Werte, welche den einzelnen Böden über die Konsistenz steif, halbfest und fest zuzuordnen sind. Ein direkter Vergleich der errechneten zulässigen Bodenpressung mit den entsprechenden Tabellenwerten der DIN lässt sich somit nicht durchführen [vgl. 1: S. K.4]. Insbesondere fehlen in der DIN die Angaben zu dem Neigungswinkel des Bodens, der Bodendichte und des Wassergehalts in dem Boden.

4.2.1 Belastbarkeit von Böden bei einseitiger Kraftausbreitung

Nach der Berechnung der zulässigen Tragfähigkeit von Böden wird der Kraftverteilung im Boden nachgegangen, die durch das Aufbringen von Lasten oder Kräften auf die Geländeoberfläche entstehen. Zum vereinfachten Nachvollziehen der Kraftverteilung im Erdreich wird wieder nur eine einseitige Kraftausbreitung im Boden zugelassen. Als Auflast auf die Geländeoberfläche wird die zuvor ermittelte Erdsäule gestellt, mit der Höhe h = 11,95 m (4.1), der Breite b^* = 1,00 m, der quadratischen Aufstandsfläche Ad = 1,00 m² und der Kraft Gt = 206,7 kN (4.4), siehe nachstehende Abb. 64.

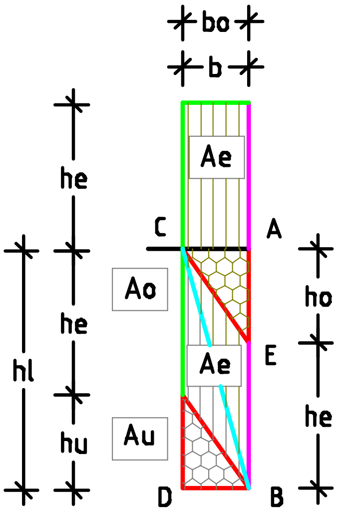


Abb. 64

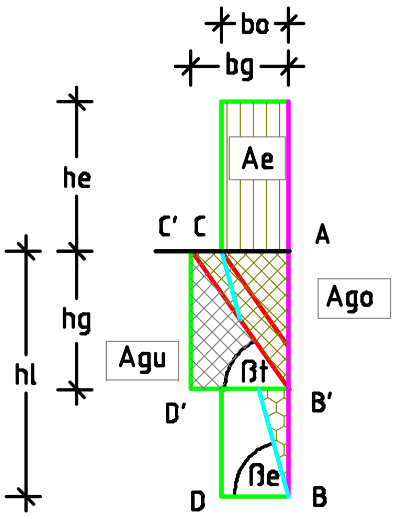


Abb. 65

Abb. 64 zeigt unterhalb der Geländeebene die Auflastfläche *Ae,* die Flächen des Erdeigengewichtes *Ao* und *Au* sowie die Säulenhöhe *hl.*

Abb. 65 zeigt bei einseitiger Kraftausbreitung den Umbau der Kraftflächen *Ae*, *Ao* und *Au* in die Flächen *Aae* und *Agu* mit der Höhe *hg*.

Um Begriffsverwechslungen zwischen den Begriffen zur Ermittlung der Bodenpressung und zur Darstellung des Kraftabtrags im Erdreich zu vermeiden, werden die Höhe h zur Lasthöhe *he,* die Breite b^* zur Fundamentbreite *bf* und die Gewichtskraft *Gt* zu *Ge* umbenannt. Dem Erdeigengewicht unterhalb der Auflastfläche *Ad* wird das Volumen *V* mit der Tiefe *a*, der Breite *bo* bzw. *bu* und der Höhe *ho* zugeordnet. Die Neigungsebene teilt das Volumen *V* in das aktive Volumen *Vo* und in das reaktive Volumen *Vu*. Die Volumina *Vo* und *Vu* lassen durch die Berechnungstiefe a = 1,00 m dividiert die Ansichtsflächen $Ao = Au = V / a$ entstehen. Addiert man die Flächen *Ao*, *Au* und *Ae*, so bildet sich unterhalb der Aufstandsfläche *Ad* = 1,00 m² eine quadratische Erdsäule mit der Höhe $hl = ho + he$ (Abb. 64 und 65).

Setzt man für die Bodenart mit der Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9) die maximale Erdlast mit der Höhe *he* = *h* = 11,95 m (4.1) an, so bildet sich unterhalb der Aufstandsfläche *Ad* eine Erdsäule aus. Setzt man als Berechnungstiefe *a* = 1,00 m an, so können der Fläche *Ae* die Gewichtskraft und den Flächen *Ao* und *Au* das Erdeigengewicht zugeordnet werden. Da sich die zulässige Bodenpressung in der Aufstandsfläche einstellt, ist das Fundamenteigengewicht *Gf* von der zulässigen Gewichtskraft *Ge* der Auflast in Abzug zu bringen. Als Nutzlast verbleibt *Ee* = (*Ge* – *Gf*) / g. Durch die Auflast vergrößert sich die lastabtragende Kraftfläche im anstehenden Erdreich. Sie ist aufzuteilen in die aktive *Ago* = *Ao* + *Ae*/2 und in die reaktive Kraftfläche *Agu* = *Au* + *Ae*/2. Durch die horizontale Ausdehnung der Kraftfläche unter dem natürlichen Neigungswinkel *βt* wird die Breite *b** zur Breite *bg* und die Höhe *hl* zur Höhe *hg*. Der Flächeninhalt bleibt unverändert, siehe Abb. 65.

4.2.2 Belastbarkeit von Böden bei mehrseitiger Kraftausbreitung

Wird für den Kraftabbau im Erdreich mehr als nur eine Kraftrichtung zugelassen, so ist auch hier die Gewichtskraft *Ge* über die zulässige Pressung σ_{Dzul} des belasteten Bodens multipliziert mit der Aufstandsfläche *Ad* zu ermitteln.

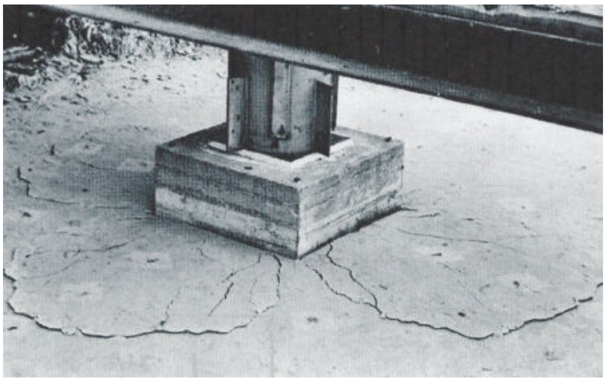


Abb. 66 zeigt die sichtbaren Spuren einer allseitigen Kraftausbreitung im Erdreich nach dem Belastungsversuch der Degebo [A].

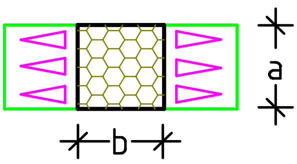


Abb. 67 zeigt eine zweiseitige Kraftausbreitung.

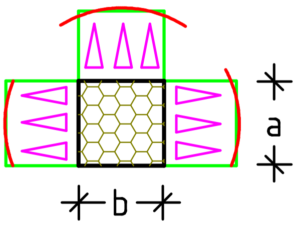


Abb. 68 zeigt eine dreiseitige Kraftausbreitung.

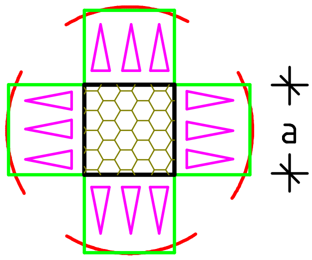


Abb. 69 zeigt eine allseitige Kraftausbreitung.

Die Anzahl der zugelassenen Kraftrichtungen ist nicht frei wählbar, sondern wird von den örtlichen Gegebenheiten vorgegeben. Wände oder zu geringe Fundamentabstände können die Kraftausbreitung und damit auch den Kraftabbau im Erdreich einschränken und zur Minderung der Tragfähigkeit des Bodens führen. Die Draufsichten mehrseitiger Kraftausbreitungen in Erdreich sind dargestellt in den Abb. 67 bis 69.

Werden Nutzlasten *Ee* oder Gewichtskräfte *Ge* zum Abtrag in den anstehenden Baugrund genannt, sind diese in fiktive Erdkörper über die Dichte des belasteten Bodens umzurechnen und ihre Volumina in die weiteren Kraftermittlungen aufzunehmen. Für die Umrechnung ist die Trockendichte *ptg* des belasteten Bodens zu wählen, weil bei feuchten oder nassen Böden das aufgenommene Porenwasser zwar die Bodendichte erhöht, aber unter Druck ausweicht. Wasser ist somit für einen Kraftabtrag ungeeignet. Im Erdreich übernimmt jede Kraftrichtung mit ihrem Volumen $V = a \cdot b \cdot h$ den Kraftabbau. Bei einem quadratischen Einzelfundament mit vierseitiger Kraftabstrahlung könnte, ausgehend von dem Beispiel mit der Trockendichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9), der Höhe h = 11,95 m (4.1) und der Breite b = 8,37 m (4.2), die maximale Aufstandsfläche $Ad = 4 \cdot 8{,}37 = 33{,}48$ m² oder die Seitenlänge $bf = \sqrt{(Ad/a)} = \sqrt{(33{,}48/1{,}0)}$ = 5,78 m zugelassen werden. Multipliziert man die Fläche Ad = 33,48 m² mit der zulässigen Höhe h = 11,95 m (4.1), so ergibt dies für jede der vier Erdsäulen wieder das Volumen V^* = 100 m³. Mit jeder Überschreitung der maximalen Flächengröße *Ad* nimmt die Tragfähigkeit des Bodens ab. Um die Ausgewogenheit der Kräfte im Erdreich zu erhalten, wäre dann die zulässige Gewichtskraft der Auflast zu berechnen über den Ansatz $Ge' = Ad \cdot \sigma_{Dzul} / Ad'$, wobei Ad' die neue Fundamentgröße beschreibt.

Zum Nachvollziehen einer zweiseitigen Kraftausbreitung im Erdreich wird das Beispiel eines Streifenfundamentes gewählt. Für den Kraftabtrag unterhalb des Fundaments ist mittig der Fundamentbreite bf = 1,00 m eine vertikale Achse einzufügen, an der beidseitig die Kraftflächen A mit der Höhe h und der Breite b anzulegen sind. Über die zulässige Bodenpressung σ_{Dzul} = 206,7 kN/m² (4.5) des gewählten Bodens kann die maximal aufzutragende Gewichtskraft Gt = 206,7 kN (4.4) je zur Hälfte über den Boden links und rechts der Bezugsachse abgetragen werden, siehe Abb. 67, S. 100 und Abb. 70, S. 102.

Berechnungsbeispiel: Streifenfundament, hierzu werden übernommen:

Vf_{55} = 0,588 m³ (3.1)	Vl_{55} = 0,412 m³ (3.2)
Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9)
Breite b = 8,37 m (4.2)	Höhe $h = he$ = 11,95 m (4.1)
Fläche Ad = 1,00 m²	Fundamentbreite bf = 1,00 m
Gewichtskraft $Ge = Gt$ = 206,7 kN (4.4)	

Es werden nachstehend berechnet:

Fläche *Ae*

$Ae = he \cdot bf/2 = 1{,}00 \cdot 11{,}95/2 = 5{,}98$ m² 4.6

Breite *bo*

$bo = bf/2 = 1{,}00/2 = 0{,}50$ m 4.7

Höhe *ho*

$ho = bo \cdot \tan \beta = 0{,}50 \cdot 1{,}428 = 0{,}71$ m 4.8

Fläche *Ao*= *Au*

$Ao = bo \cdot ho/2 = 0{,}50 \cdot 0{,}71/2 = 0{,}18$ m² 4.9

Fläche *Ago* = *Agu*

$Ago = Ao + Ae/2 = 0{,}18 + 5{,}98/2 = 3{,}17$ m² 4.10

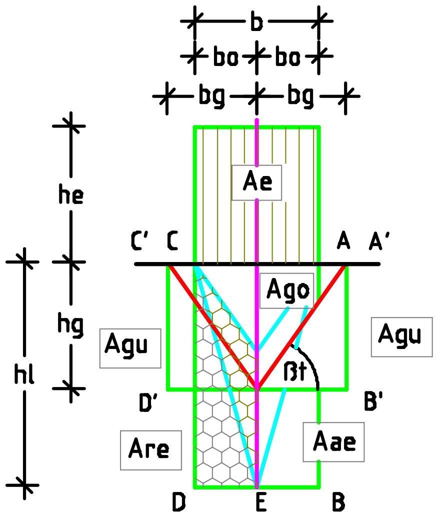


Abb. 70 zeigt die Auflastverteilung bei biaxialer Kraftausbreitung im Erdreich und der Tiefe a = 1,0 m in die Flächen *Aae*, *Are*, *Ago* und *Agu*

Die Keilflächen *Ago* = *Agu* stellen die lastabtragende aktive und reaktive Fläche dar. Über diese Flächen und den Neigungswinkel β lassen sich die Höhe *hg* und die Breite *bg* der erforderlichen Kraftfläche zum Kraftabtrag bestimmen.

Höhe *hg*

$hg = \sqrt{(2 \cdot Ago \cdot \tan \beta t_{55})} = \sqrt{(2 \cdot 3{,}17 \cdot 1{,}428)} = 3{,}01$ m 4.11

Breite *bg*

$bg = \sqrt{(2 \cdot Ago / \tan \beta t_{55})} = \sqrt{(2 \cdot 3{,}17/1{,}428)} = 2{,}11$ m 4.12

Ergebnis:

Kraftabtrag unter einem Streifenfundament	
Neigungswinkel βt = 55,0° (3.4)	Höhe hg = 3,01 m (4.11)
Gewichtskraft Gt = 206,7 kN (4.4)	Breite bg = 2,11 m (4.12)
Fläche $Ago = Agu$ = 3,17 m² (4.10)	

Für den Kraftabtrag in Erdreich bildet sich links und rechts der Bezugsachse die Fläche $Ago = Agu$ = 3,17 m² (4.10) mit der Höhe hg = 3,01 m (4.11) und der Breite bg = 2,11 m (4.12) aus. Da die Gewichtskraft $Ge = Gt$ = 206,7 kN (4.4) der zulässigen Belastung entspricht (Nutzlast plus Fundamenteigengewicht), wird sich eine Bodensetzung unter dem Fundament nicht einstellen. Um den Wandel der Kraftfelder im Boden bei einer Fundamentüberlastung aufzeigen zu können, wird in dem folgenden Beispiel eine Bodensetzung zugelassen.

4.2.3 Belastbarkeit von Fundamenten bei zugelassener Bodensetzung

Bodensetzungen, egal ob unter Fundamenten oder Pfählen, stellen eine Überbelastung des Erdreichs dar. In ihrem Einflussbereich reduzieren sie das Porenvolumen des Bodens und ändern damit dessen Eigenschaften, wie Neigungswinkel, Reibungszahl und Dichte. Dieser Umbau der Bodenstruktur unterliegt keinem Zeitdiktat, d. h. die Bodensetzung sowie ihre Folgen können zeitversetzt und damit erst Jahre später auftreten.

Nachstehend wird die Gewichtskraft Ge ermittelt, die bei einem Streifenfundament mit der Breite bf = 1,00 m und den vorherigen Bodenkenngrößen eine Setzung um die Höhe Δh = 0,08 m verursacht.

Es werden übernommen:

Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9)
Breite bg = 2,11 m (4.12)	Fundamentbreite bf = 1,00 m
Höhe hg = 3,01 m (4.11)	Höhe Δh = = 0,08 m
Bodenpressung σ_{Dzul} = 206,7 kN/m² (4.5)	

In der Abb. 70 sind links der lotrechten Bezugsachse die aktive Fläche Ago und die reaktive Fläche Agu dargestellt: Über diese Flächen trägt sich die Gewichtskraft $Ge = Gt$ = 206,7 kN (4.4) ab, ohne dass sich das Fundament setzt. Wird der Boden durch eine höhere Gewichtskraft $Ge' = Ge + \Delta Ge$ belastet und damit die zulässige Bodenpressung überschritten, setzt sich das Erdreich unter dem Fundament um die angenommene Höhe Δh.

Für die Ermittlung der Nutzlasterhöhung ΔGe bieten sich zwei Berechnungsverfahren an, auf die noch näher über Berechnungsbeispiele eingegangen wird. Der erste Weg – mit eher überschlägigen Ergebnissen – führt über die Fläche $As = bg \cdot \Delta h$, die zwischen den Kraftflächen *Ago* und *Ags* liegt und diese anteilmäßig vergrößert. Bei dieser Berechnungsart bleiben die Bodenkenngrößen konstant. Die Flächen werden rechts der Achse in Abb. 71 gezeigt.
Der andere Weg zur Ermittlung der Kraft ΔGe führt über die Bodenverdichtung in der lastabtragenden Erdsäule, d. h. über den Wandel des Neigungswinkels und der Raumteile in dem Boden unter dem Fundament. In der nachstehenden Abbildung werden links der Achse (A–B) die Kraftflächen *Ago* und *Agu* gezeigt, die sich bei Einhaltung der zulässigen Bodenpressung ausbilden. Rechts der Achse wird das Eindringen der Auflast um die Höhe Δh in den Untergrund angedeutet. Die Höhe Δh führt über die Breite *bg* zu der Kraftfläche *As*, die anteilmäßig zu verteilen ist auf die Kraftflächen *Ago* und *Agu*. Für den Berechnungsweg über die Bodenverdichtung ist zunächst der Winkel der Neigungsebene (C'–B') zu bestimmen und darüber die weiteren Kennwerte des verdichteten Bodens. In Abb. 71 ist die Höhe *he* in einem anderen Maßstab als die Höhen unterhalb der Geländeebene dargestellt.

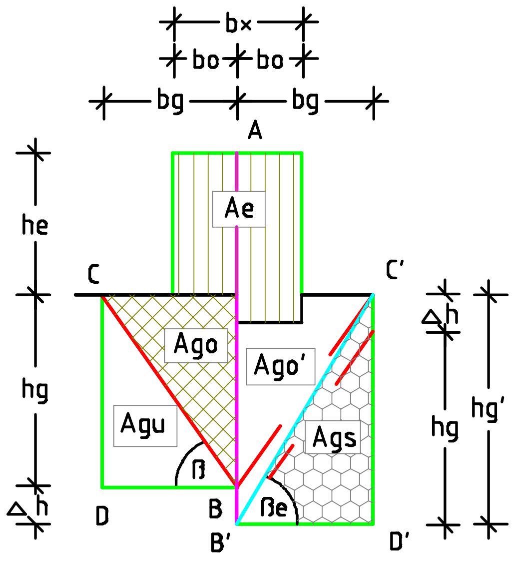


Abb. 71 zeigt die Kraftflächen, links der Achse bei zulässiger Bodenpressung und rechts bei Überschreitung und Bodensetzung um Δh.

Berechnung der Gewichtskraft ΔGe über die Flächenmehrung
Höhe *hg'*

$$hg' = hg + \Delta h = 3{,}01 + 0{,}08 = 3{,}09 \quad \text{m} \qquad 4.13$$

Fläche *Ago'* = *Agu'* → mit der Breite *bg* = 2,11 m (4.12)

$$Ago' = bg \cdot hg'/2 = 2{,}11 \cdot 3{,}09/2 = 3{,}26 \quad \text{m}^2 \qquad 4.14$$

Fläche Ae'

$Ae' = 2 \cdot (Ago' - Ao) = 2 \cdot (3{,}26 - 0{,}18) = 6{,}16$ m² 4.15

Gewichtskraft $Ge \rightarrow ptg_{55} = 1{,}764$ t/m³ (3.9)

$Ge = 2 \cdot Ae' \cdot ptg \cdot \mathrm{g} = 2 \cdot 6{,}16 \cdot 1{,}764 \cdot \mathrm{g} = 213{,}1$ kN 4.16

Gewichtskraft $\Delta Ge \rightarrow Gt = 206{,}7$ kN (4.4)

$\Delta Ge = Ge - Gt = 213{,}1 - 206{,}7 = 6{,}4$ kN 4.17

Berechnung der Gewichtskraft ΔGe über die Bodenverdichtung

Setzt man für die gewählte Bodenart die Erdsäule mit der Höhe $h = 11{,}95$ m als Gewichtskraft $Ge = Gt = 206{,}7$ kN (4.4) an und lässt eine Bodensetzung um die Höhe $\Delta h = 0{,}08$ m zu, so mindert sich die Säulenhöhe h um $2 \cdot \Delta h = 0{,}16$ m (aktiver und reaktiver Anteil). Die Höhenreduzierung verändert auch das Feststoffvolumen $Vf = 0{,}588$ m³ (3.1) und das Porenvolumen $Vl = 0{,}412$ m³ (3.2) der gewählten Bodenart.

Volumen $\sum Vf \rightarrow$ innerhalb des Volumens $Ve = Ad \cdot h = 11{,}95$ m³

$\sum Vf = Ve \cdot Vf/V_{90} = 11{,}95 \cdot 0{,}588 = 7{,}027$ m³ 4.18

Volumen $Ve^* \rightarrow$ der komprimierten Erdsäule

$Ve^* = Ad \cdot (h - 2 \cdot \Delta h) = 1 \cdot (11{,}95 - 0{,}16) = 11{,}79$ m³ 4.19

Volumen $Vf^* \rightarrow$ neu

$Vf^* = \sum Vf \cdot V_{90}/Ve^* = 7{,}027/11{,}79 = 0{,}596$ m³ 4.20

Neigungswinkel βe^*

$\tan \beta e^* = Vf^*/\ (1{,}00 - Vf^*) = 0{,}596/\ (1{,}00 - 0{,}596) = 1{,}475$ 4.21

$\beta e^* = 55{,}9°$ [-] 4.22

Dichte ptg^*

$ptg^* = Vf^* \cdot ptg_{90}/V_{90} = 0{,}596 \cdot 3{,}00\ /1{,}0 = 1{,}788$ t/m³ 4.23

Über den Neigungswinkel βe^* lässt sich die Höhe h der neuen Erdsäule bestimmen, siehe Abb. 62, S. 97.

Höhe h

$h = \sqrt{\ V^* \cdot \tan \beta e^*\ } / a = \sqrt{\ 100 \cdot 1{,}475\ /1{,}0} = 12{,}14$ m 4.24

Gewichtskraft $Ge^* \rightarrow$ mit ptg^* und $\mathrm{g} = 9{,}807\mathrm{m/s^2}$.

$Ge^* = Ad \cdot h \cdot ptg^* \cdot \mathrm{g} = 12{,}14 \cdot 1{,}788 \cdot \mathrm{g} = 212{,}9$ kN 4.25

Gewichtskraft ΔGe^*

$\Delta Ge^* = Ge^* - Ge = 212{,}9 - 206{,}7 = 6{,}2$ kN 4.26

Ergebnis:

Die Gewichtskräfte $\Delta Ge = 6{,}4$ kN (4.17) und $\Delta Ge^* = 6{,}2$ kN (4.26) zeigen an, dass bereits eine geringe Bodenüberlastung zu einer erheblichen Fundamentsetzung $\Delta h = 0{,}08$ m führen kann. Zudem ändern sich die Bodenkenngrößen wie folgt, siehe nachstehende Tabelle:

bei zul. Auflast, ohne Setzung	bei zul. Auflast mit gewählter Setzung
Neigungswinkel βt_{55} = 55,0° (3.4) Gewichtskraft Gt = 206,7 kN (3.9)	Neigungswinkel $\beta e'$ = 55,9° (4.22) Gewichtskraft Ge^* = 212,9 kN (4.25)

4.2.4 Belastbarkeit von Fundamenten mit Einbindetiefen

Die DIN 1054 lässt bei Fundamenten mit Einbindetiefen eine Erhöhung der in den Tabellen angegebenen Sohldrücke σ_D zu. Nach eigener Sicht erscheint diese Anhebung der zulässigen Baugrundbelastung als bedenklich, da sich die Auflasten generell über die Auflastfläche Ad unterhalb des Fundamentes in den Baugrund abtragen und weniger über horizontale Kräfte des seitlich anstehenden Bodens. Soll die Anrechnung horizontaler Kräfte zum Lastabtrag gewählt werden, muss sichergestellt sein, dass der Boden neben Fundament einen horizontalen Anpressdruck gegen die Fundamentseiten aufbauen und ihn – ähnlich einem Schraubstock – auf Dauer auch halten kann. Nachträgliche Abgrabungen an dem Fundament sowie Erschütterungen des Fundaments sind danach auszuschließen. Das nachstehende Fundament wurde links der Achse ohne Einbindung in das anstehende Erdreich und rechts mit einer Einbindung gezeigt.

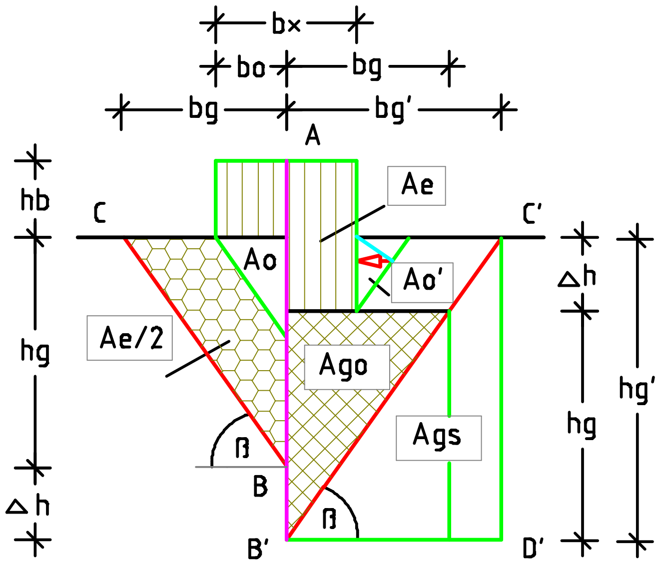


Abb. 72 zeigt ein Streifenfundament mit den aktiven Kraftflächen, links ohne und rechts mit Einbindetiefe Δh.

Berechnungsbeispiel: Fundament mit Einbindetiefe

Hierzu werden folgende Berechnungsvorgaben übernommen:

Winkel βt = 55,0° (3.4)	Dichte ptg_{55} = 1,764 t/m³ (3.9)
Kraft Ge = 206,7 kN (4.4)	Fundamentbreite bf = 1,00 m

Vorgegeben ist die Einbindetiefe des Fundaments Δh = 1,00 m. Zu berechnen ist die Gewichtskraft ΔGt aus den Kraftflächen *Ao* neben dem Fundament. Die Kraft ΔGt entspricht der vertikalen Kraftkomponenten *Hv* der Hangabtriebskraft *FH,* die beidseitig der Achse anzusetzen ist, siehe Abb. 72.

Es werden berechnet:

Breite *bo*

$$bo = \Delta h \,/\, \tan \beta_{55} = 1{,}00/1{,}428 = 0{,}70 \qquad \text{m} \qquad 4.27$$

Fläche *Ao*

$$Ao = bo \cdot \Delta h/2 = 0{,}70 \cdot 1{,}00/2 = 0{,}35 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.28$$

Gewichtskraft ΔGt → aus dem Erdeigengewicht mit der Trockendichte

$$\Delta Gt = Ao \cdot ptg_{55} \cdot \mathrm{g} = 0{,}35 \cdot 1{,}764 \cdot 9{,}807 = 6{,}0 \qquad \text{kN} \qquad 4.29$$

Kraft *Hf*

$$Hf = \Delta Gt \cdot \sin \beta_{55} \cdot \cos \beta_{55} = 6{,}0 \cdot 0{,}470 = 2{,}8 \qquad \text{kN} \qquad 4.30$$

Kraft *Hv*

$$Hv = \Delta Gt \cdot \sin^2 \beta_{55} = 6{,}0 \cdot 0{,}671 = 4{,}0 \qquad \text{kN} \qquad 4.31$$

Gewichtskraft ΔGt → doppelte Kraft *Hv*

$$\Delta Gt = 2 \cdot Hv = 2 \cdot 4{,}0 = 8{,}0 \qquad \text{kN} \qquad 4.32$$

Gewichtskraft $\sum Gt$

$$\sum Gt = Gt + \Delta Gt = 206{,}7 + 8{,}0 = 214{,}7 \qquad \text{kN} \qquad 4.33$$

Ergebnis:
zum Streifenfundament mit Einbindetiefe Δh = 1,00 m.

Kraftabtrag unter dem Streifenfundament	
Neigungswinkel βt_{55} =	55,0° (3.4)
Gewichtskraft *Gt* =	206,7 kN (4.4)
Gewichtskraft ΔGt =	8,0 kN (4.32)
Gewichtskraft $\sum Gt$ =	214,7 kN (4.33)

In der Kraft $\sum Gt$ ist das Fundamenteigengewicht enthalten. Die Erhöhung der Gewichtskraft *Gt* um die Kraft ΔGt setzt einen kraftschlüssigen Übergang von dem anstehenden Boden zum Fundament voraus. Zudem sind Erschütterungen im Fundamentbereich auszuschließen.

4.3 Erddruck bei Böden mit geneigter Oberfläche

Als geneigte Oberfläche wird die aufsteigende oder abfallende Geländeoberfläche eines Erdkörpers bezeichnet. Eingeschlossen in diese Betrachtung wird ein Erdkörper, der durch eine lotrechte Wand (Bezugsachse) gestützt wird und dessen Geländeoberfläche unter dem Winkel *x* ansteigt.

Um den Erddruck aus derartigen Körpern gegen die Wand ermitteln und das Abgleiten von Erdmassen aus einem Hang beurteilen zu können, sind Kenntnisse über die Lage der Neigungs- und der Scherebene in den Erdkörpern mit geneigter Oberfläche erforderlich. Die Lehre zeigt hierzu Bilder, über die sie den Winkel φ' und den Wert K_{ah} ableitet [1: S. P.12ff., Bilder P05.70, P05.80, P05.90, P08.10 und P08.30]. Die neue Theorie sieht andere Zusammenhänge bei der Ausbildung der Winkel und weist diese über die nachstehenden Versuchsanordnungen mit Sand in dem Glaskasten nach. Den Experimenten folgen Kraftermittlungen.

4.3.1 Scherebene in Böden mit geneigter Oberfläche, Versuch 9

Behandelt wurden bisher Erdblöcke mit horizontaler Oberfläche, die durch eine reale oder fiktive Wand (Bezugsachse) gehalten wurden. Die horizontale Geländeebene soll nun ersetzt werden durch eine geneigte Oberfläche. Somit fügt sich die Ansichtsfläche eines Erdkörpers zusammen aus einer rechteckigen Grundfläche und einer keilförmigen Auflastfläche. Da hier davon auszugehen ist, dass der Boden in der Keilfläche als Auflast auf den unteren Erdkörper wirkt, wird diese Auflast, ähnlich wie bei rechteckigen Auflastflächen, die natürlichen Winkel der Neigungs- und Scherebene verändern. Dem Wandel der Winkel bei Erdkörpern mit horizontaler Oberfläche wurde nachgegangen in dem Unterkapitel 2.5, S. 46ff., siehe Abb. 22.

Die Abbildung 22 zeigt einen Erdkörper und eine rechteckige Auflastfläche mit der Höhe *he* und der Berechnungstiefe a = 1,00 m. Für den Lastabtrag wurde eine gleichgroße Fläche unterhalb der Geländeebene angeordnet, die diagonal in den aktiven und den reaktiven Anteil der Auflast zu unterteilen war. Diese Teilung bestimmte die Lage der ‚Neigungsebene unter Auflast'. Wie vor, kann der Neigungswinkel *βe* auch bei keilflächiger Auflast über die Breite *bx* und die Höhe *he* = *hx*/4 ermittelt werden. Die Höhe *hx* ist vorzugeben oder über den Böschungswinkel *s'* des Geländeanstiegs zu berechnen. Die Viertelung der Höhe *hx* ergibt sich aus der Halbierung der rechteckigen Auflastfläche und der Teilung der Auflast in die aktiven und reaktiven Anteile der Auflast. Ist eine Bodenschicht als Auflast anzusetzen, ist abzuklären, ob der Abtrag der Auflast in der lastabtragenden Bodenschicht oder bereits in der Auflastfläche beginnen kann, d. h. in der Keilfläche oberhalb des Erdblocks.

Wählt man die Blockhöhe *hm,* die Höhe *hx* und die Breite $bo = bx = hm / \tan \beta$, so errechnet sich der Winkel βe unter Auflast: $\tan \beta e = (hm + hx/4) / bo$.

Zur Bestätigung der vorstehenden Annahmen und um ggf. Unterschiede beim Abgleiten von Böden aus einem Erdblock (Abb. 15: S. 41) und einem Erdblock mit keilförmiger Erdlast zu erkennen, wurde die Versuchsreihe 9 mit Sand und Basaltgrus in dem Glaskasten durchgeführt. Aus der Versuchsreihe werden drei Versuchsanordnungen mit trockenem Sand beschrieben, wobei das Experiment 9.1 zur Erhebung von Grunddaten für die Versuche 9.2 und 9.3 angelegt worden ist. Durchgeführt werden die Experimente mit gleicher Sandmenge, jedoch mit unterschiedlichen Einbauhöhen des Sandes und abweichenden Geländeneigungen. Für die Berechnungen wurde an der bodenseitigen Wandfläche der herausnehmbaren Glasscheibe eine Bezugsachse gelegt und dort, wo die geneigte Oberfläche auf die Bezugsachse trifft, eine horizontale Ebene eingefügt. Der Sand in der Keilfläche mit der Höhe *hx* und der Breite *bx* wird als Auflast auf den darunter liegenden Erdblock angesehen.

Versuchsanordnung 9.1

Für den Versuch wurden 26,5 kg trockener Sand bis zur Höhe *ht* = 2,28 dm in die linke Kammer des Glaskastens eingefüllt, die Oberfläche des Sandkörpers horizontal geebnet und dann die trennende Glasscheibe gezogen. Nach dem Abgleiten des Sandes stellten sich zwischen der geneigten Oberfläche und der linken Glaswand die Breite *bl'* = 0,56 dm und zu der rechten Glaswand die Breite *br'* = 0,54 dm ein. Die nahezu identischen Breiten zeigen an, dass die Geländeebene als ‚natürliche Scherebene' des Sandes bezeichnet werden kann, siehe Unterkapitel 2.4, S. 40ff.

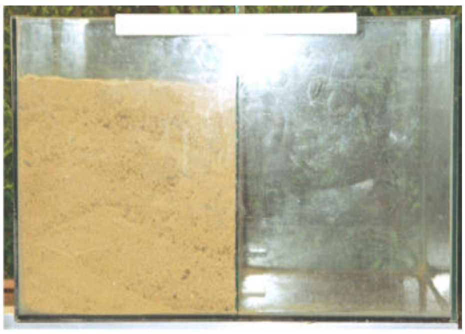


Abb. 73 zeigt den Sandeinbau mit horizontaler Oberfläche als Ausgangsbasis.

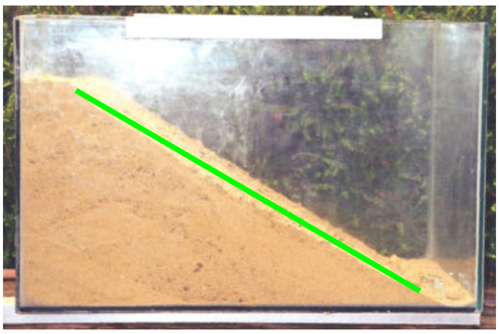


Abb. 74 zeigt die Scherebene (grün) und den Scherwinkel *s* des Sandes.

Folgende Grunddaten werden ermittelt:

Volumen Vkt → Grundfläche $Ak_1 = 7{,}08$ dm^2 (3.33)

$$Vkt = Ak_1 \cdot ht = 7{,}08 \cdot 2{,}28 = 16{,}14 \quad dm^3 \qquad 4.34$$

Trockendichte ptg

$$ptg = Gt/Vkt = 26{,}5/16{,}14 = 1{,}642 \quad kg/dm^3 \qquad 4.35$$

Feststoffvolumen Vf

$$Vf = ptg \cdot Vp_{90}/ptg_{90} = 1{,}642 \cdot 1{,}0/3{,}0 = 0{,}547 \quad dm^3 \qquad 4.36$$

Porenvolumen Vl

$$Vl = Vp_{90} - Vf = 1{,}000 - 0{,}547 = 0{,}453 \quad dm^3 \qquad 4.37$$

Neigungswinkel βt

$$\tan \beta t = Vf/Vl = 0{,}547/0{,}453 = 1{,}208 \qquad 4.38$$

$$\beta t = 50{,}4° \quad [-] \qquad 4.39$$

Scherwinkel st

$$\tan st = (\tan \beta t) / 2 = 1{,}208/2 = 0{,}604 \qquad 4.40$$

$$st = 31{,}1° \quad [-] \qquad 4.41$$

Breite $bo = bu$

$$bo = ht / \tan \beta t = 2{,}28/1{,}208 = 1{,}89 \quad dm \qquad 4.42$$

Breite bl

$$bl = bk_1 - bo = 2{,}44 - 1{,}89 = 0{,}55 \quad dm \qquad 4.43$$

Breite bue

$$bue = ht / \tan st = 2{,}28/0{,}604 = 3{,}77 \quad dm \qquad 4.44$$

Breite br

$$br = bk_1 - bue/2 = 2{,}44 - 3{,}77/2 = 0{,}56 \quad dm \qquad 4.45$$

Höhe $hmu = hmo$

$$hmu = hmo = ht/2 = 2{,}28/2 = 1{,}14 \quad dm \qquad 4.46$$

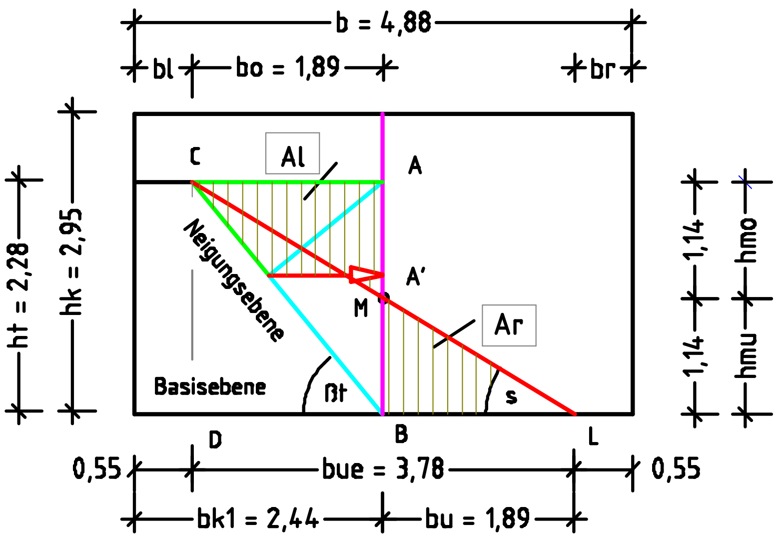


Abb. 75 zeigt die natürliche Scherebene (C–L), auf welcher der Boden aus der Fläche *Al* in die Fläche *Ar* abgleitet.

Die zuvor über die Raumteile des Sandes ermittelten Winkel (4.39) und (4.41) sind vergleichbar mit den Winkeln, die über die gemessene Höhe *ht* = 2,28 dm und die Keilbreite *bue* = 3,78 dm berechnet werden.

Scherwinkel *st'*

$$\tan st' = ht/bue' = 2{,}28/3{,}78 = 0{,}603 \qquad 4.47$$

$$st' = 31{,}1° \qquad [-] \qquad 4.48$$

Neigungswinkel *βt'*

$$\tan \beta t' = 2 \cdot \tan st' = 2 \cdot 0{,}603 = 1{,}206 \qquad 4.49$$

$$\beta t' = 50{,}3° \qquad [-] \qquad 4.50$$

Die berechneten und die gemessenen Winkel werden als gleich betrachtet. Für die weiteren Experimente werden die Winkel (4.39) und (4.41) herangezogen.

Kraftermittlungen zu 9.1:

Mit den folgenden Werten werden die Erddruckkraft *Hf* und ihre Angriffshöhe *hv* über die Keilfläche (C–A–B) ermittelt:

Füllhöhe *ht* = 2,28 dm	Breite *bo* = 1,89 dm (4.42)
Winkel *βt* = 50,4° (4.39)	Dichte ptg_{50} = 1,642 kg/dm³

Es werden berechnet:

Volumen *Vo* → über die Berechnungstiefe *a* = 2,90 dm

$$Vo = ht \cdot bo \cdot a/2 = 2{,}28 \cdot 1{,}89 \cdot 2{,}9/2 = 6{,}25 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.51$$

Gewichtskraft *Gt*

$$Gt = Vo \cdot ptg_{50} \cdot \text{g} = 6{,}25 \cdot 1{,}642 \cdot 9{,}807 = 100{,}6 \qquad \text{N} \qquad 4.52$$

Kraft *Nv* → mit dem Neigungswinkel *βt* = 50,4° (4.39)

$$Nv = Gt \cdot \cos^2 \beta t = 100{,}6 \cdot 0{,}406 = 40{,}8 \qquad \text{N} \qquad 4.53$$

Kraft *Hv*

$$Hv = Gt \cdot \sin^2 \beta t = 100{,}6 \cdot 0{,}594 = 59{,}8 \qquad \text{N} \qquad 4.54$$

Erddruckkraft *Hf*

$$Hf = Gt \cdot \sin \beta t \cdot \cos \beta t = 100{,}6 \cdot 0{,}491 = 49{,}4 \qquad \text{N} \qquad 4.55$$

Die Kraft *Hf* (4.55) ist in der Abb. 75 als roter Pfeil dargestellt.

Kraftzahl *git*

$$git = bo \cdot a \cdot ptg_{50} \cdot \text{g}/2 = 15{,}2$$

$$git = 1{,}89 \cdot 2{,}90 \cdot 1{,}642 \cdot 9{,}807/2 = 44{,}1 \qquad \text{N/dm}^2 \qquad 4.56$$

Angriffshöhe *hv* der Kraft *Hf* gegen die Wand

$$hv = Hv/git = 59{,}8/44{,}1 = 1{,}35 \qquad \text{dm} \qquad 4.57$$

Versuchsanordnung 9.2

Für diesen Versuch wurde der Sand der Versuchsanordnung 9.1 verwandt und in die linke Kammer des Glaskastens bis zur Füllhöhe *ht* = 2,58 dm lose eingefüllt. Eventuelle Streuverluste und Sandanhaftungen an den Glasscheiben wurden nicht weiterverfolgt. Diese können bei Bedarf über die gemessenen Erdkörper vor und nach dem Abgleiten des Sandes errechnet und ggf. von dem ursprünglichen Füllgewicht in Abzug gebracht werden.

Wie in der Abb. 76 dargestellt, wurde unterhalb der Füllebene eine Keilfläche ausgespart. Die horizontale und die geneigte Oberfläche des Erdkörpers wurden mittels Spitzkelle geglättet und danach die Keilhöhe *hx* = 1,02 dm und die Keilbreite *bx* = 1,54 dm gemessen. Nach dem Ziehen der Glasscheibe stellten sich bei der Füllhöhe *ht* = 2,58 dm die Breiten *bl* = 0,21 dm, *bue* = 3,77 dm sowie *br* = 0,90 dm ein. Die Maße zeigen, dass sich die Scherebene aus der Mittellage (Abb. 77) nach links um die Breite *bm* verschoben hat, siehe Abb. 78, S. 114. Für die Einpassung der natürlichen Neigungs- und Scherebene in die neue Körperform und die Berechnung der Winkel unter Auflast wird vorerst das Volumen *Vkt'* des eingebauten Sandes über die Füllhöhe *ht* = 2,58 dm und die ausgesparte Fläche *Ax* = *hx* · *bx* /2 errechnet.

Abb. 76 zeigt den Sandkörper mit teilweise geneigter Oberfläche.

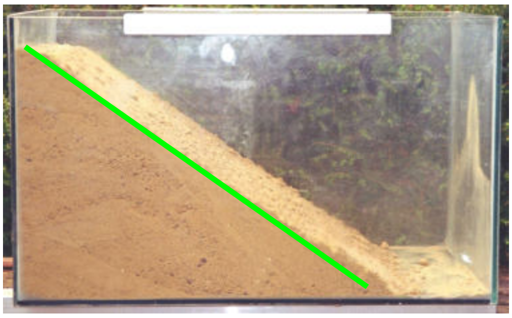


Abb. 77 zeigt die Scherebene nach dem Abgleiten des Sandes.

Es werden berechnet:

Ansichtsfläche *A* → des gemessenen Sandkörpers mit der Höhe *ht*

$$A = bk_1 \cdot ht = 2{,}44 \cdot 2{,}58 = 6{,}295 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.58$$

Ansichtsfläche *Ax* → sandfreie Fläche

$$Ax = bx \cdot hx/2 = 1{,}54 \cdot 1{,}02/2 = 0{,}785 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.59$$

Volumen *Vkt'* → *a* = 2,90 dm Behältertiefe

$$Vkt' = (A - Ax) \cdot a = (6{,}295 - 0{,}785) \cdot 2{,}9 = 15{,}98 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.60$$

Da die Volumenminderung von *Vkt* zu *Vkt'* nicht verdichtungsbedingt, sondern durch Streuverlust eingetreten ist, bleiben die Dichte *ptg* = 1,653 kg/dm³ (4.35) und die Winkel βt = 50,4° (4.39) und *st* = 31,1° (4.41) unverändert. Für die Ermittlung des ‚Neigungswinkels βe unter Auflast' ist zunächst ein Erdblock mit der Breite *bx* und der Höhe *hm'* zu bilden.

Höhe *hm'*

$$hm' = bx \cdot \tan \beta t = 1{,}54 \cdot 1{,}208 = 1{,}86 \qquad \text{dm} \qquad 4.61$$

Für die Winkelberechnung ist zu der Höhe *hm'* die Höhe *hx*/4 zu addieren.

Neigungswinkel βe

$$\tan \beta e = (hm' + hx/4) / bx = (1{,}86 + 1{,}02/4) / 1{,}54 = 1{,}373 \qquad 4.62$$

$$\beta e = 53{,}9° \qquad [-] \qquad 4.63$$

Scherwinkel *se*

$$\tan se = (\tan \beta e) / 2 = 1{,}373 = 0{,}687 \qquad 4.64$$

$$se = 34{,}5° \qquad [-] \qquad 4.65$$

Wird dem Sand durch das Ziehen der trennenden Glasscheibe der Halt genommen, gleitet er auf der ‚Scherebene unter Auflast' ab und bildet einen liegenden Erdkeil aus (Abb. 77). Hierdurch entsteht zwischen dem abgleitenden und dem aufstauenden Sand eine Mengenausgleich (Abtrag = Auftrag), der zur Absenkung der Scherebene um die Höhe *hy* führt. Für deren Berechnung sind bekannt: die Höhen *hx* = 1,02 dm und *hm* = *ht* – *hx*, die Fläche *Ax* = 0,785 dm² (4.59) sowie der Winkel *se* = 34,5° (4.65).

Höhe *hm*

$$hm = ht - hx = 2{,}58 - 1{,}02 = 1{,}56 \qquad \text{dm} \qquad 4.66$$

Höhe *hy*

$$(hx + hy)^2/(2 \cdot \tan se) = (hm - hy)^2/(2 \cdot \tan se) + Ax$$

$$(1{,}02 + hy)^2/(2 \cdot 0{,}687) = (1{,}56 - hy)^2/(2 \cdot 0{,}687) + 0{,}785$$

$$hy^2 + 2{,}04\, hy + 1{,}04 = hy^2 - 3{,}12\, hy + 2{,}42 + 1{,}08$$

$$hy = 2{,}46 / 5{,}16 = 0{,}48 \qquad \text{dm} \qquad 4.67$$

Höhe *ho*

$$ho = hx + hy = 1{,}02 + 0{,}48 = 1{,}50 \qquad \text{dm} \qquad 4.68$$

Höhe *hu*

$$hu = ht - ho = 2{,}58 - 1{,}50 = 1{,}08 \qquad \text{dm} \qquad 4.69$$

Breite *bo*

$$bo = ho / \tan se = 1{,}50 / 0{,}687 = 2{,}18 \qquad \text{dm} \qquad 4.70$$

Breite *bl'*

$$bl' = bk_1 - bo = 2{,}44 - 2{,}18 = 0{,}26 \qquad \text{dm} \qquad 4.71$$

Breite *bu*

$bu = hu \,/\, \tan se = 1{,}08/0{,}687 = 1{,}57$ dm 4.72

Fläche *Al* → des abgeglittenen Bodens

$Al = (bo' \cdot ho) \,/\, 2 - Ax =$

$Al = (2{,}18 \cdot 1{,}50) \,/\, 2 - 0{,}785 = 0{,}85$ dm² 4.73

Fläche *Ar* → des aufgestauten Bodens

$Ar = bu \cdot hu/2 = 1{,}57 \cdot 1{,}08/2 = 0{,}85$ dm² 4.74

Breite *br'*

$br' = bk_1 - bu = 2{,}44 - 1{,}57 = 0{,}87$ dm 4.75

Breite *bm*

$bm = (bo' - bu) \,/\, 2 = (2{,}18 - 1{,}57) \,/2 = 0{,}31$ dm 4.76

Breite *bue'*

$bue' = ht \,/\, \tan se = 2{,}58/0{,}687 = 3{,}76$ dm 4.77

Höhe *hs*

$hs = bo \cdot \tan \beta e = 2{,}18 \cdot 1{,}373 = 2{,}99$ dm 4.78

Höhe *hz*

$hz = hs - ht = 2{,}99 - 2{,}58 = 0{,}41$ dm 4.79

Höhe *hu'*

$hu' = hs - hx = 2{,}99 - 1{,}02 = 1{,}97$ dm 4.80

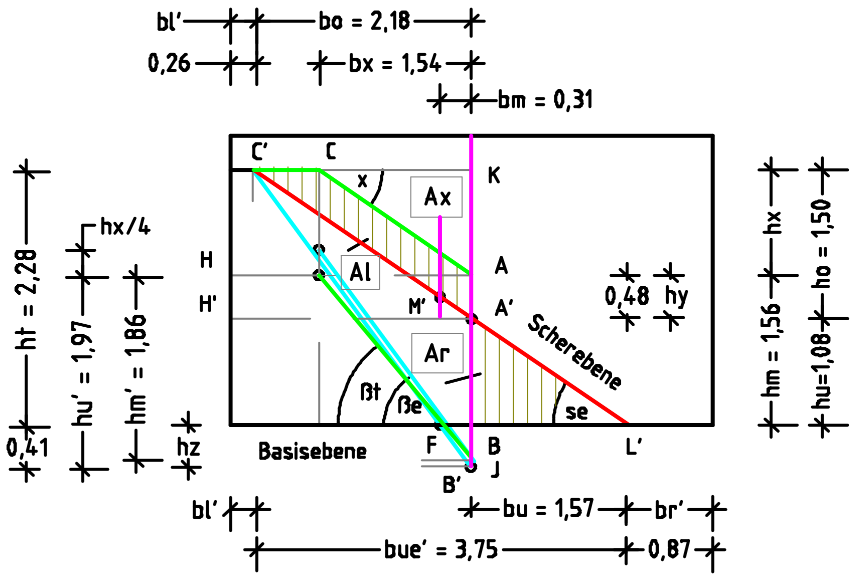


Abb. 78 zeigt die Bodenauflast in der Fläche *Al*, die auf der Scherebene unter Auflast abgleitet, wenn sie ihren Halt an der Achse verliert.

Vorab ist für den Vergleich der gemessenen und errechneten Werte noch über die gemessenen Höhen und Breiten der Scherwinkel *se'* und die Höhe *hu'* an der Bezugsachse zu ermitteln.

Scherwinkel *se'*

$\tan se' = ht \,/bue' = 2{,}58 \,/3{,}77 = 0{,}684$ 4.81

$se' = 34{,}4°$ [-] 4.82

Höhe *hu'*

$$hu' = (bk_1 - br) \cdot \tan se'$$

$$hu' = (2{,}44 - 0{,}90) \cdot 0{,}684 = 1{,}05 \quad \text{dm} \qquad 4.83$$

Ergebnis zur Versuchsanordnung 9.2:

In der Tabelle sind die gemessenen und errechneten Maße vor und nach dem Abgleiten des Sandes zusammengefasst.

Gemessene Maße	Berechnete Maße
Breite *bl* = 0,21 dm	Breite *bl'* = 0,26 dm (4.71)
Breite *bue* = 3,77 dm	Breite *bue'* = 3,76 dm (4.77)
Breite *br* = 0,90 dm	Breite *br'* = 0,87 dm (4.75)
Höhe *hu'* = 1,05 dm	Höhe *hu* = 1,08 dm (4.69)
Scherwinkel *se'* = 34,4°	Scherwinkel *se* = 34,5° (4.65)

Kleine Differenzen in den Höhen und Breiten der Erdkörper können sich entwickeln aus Ungenauigkeiten beim Aufmaß, Hemmungen des Abgleitens durch die geringe Behälterbreite oder Auflockerungen beim Abgleiten des Füllgutes sowie Aufrundungen der Rechenwerte. Hier jedoch zeigt der Abgleich zwischen den gemessenen und errechneten Maßen eine wesentliche Übereinstimmung. Es kann damit gezeigt werden, dass sich das Abgleiten von Erdmassen aus einem Hang errechnen lässt.

Versuchsanordnung 9.3

Um die Ergebnisse der Versuchsanordnung 9.2 zu festigen, wurde dieses Experiment mit gleicher Sandmenge, jedoch mit anderer Körperform durchgeführt. Aufgemessen wurden nach dem Einbau die Füllhöhe *ht* = 2,95 dm, die Breite *bx* = 2,34 dm und die Höhe *hx* = 1,48 dm. Nach dem Ziehen der Glasscheibe stellte sich ein Sandkeil ein, der an der linken Behälterwand die Höhe *hd* = 2,75 dm und am Behälterboden die Breiten *bue* = 3,96 dm und *br* = 0,92 dm einnahm.

Abb. 79 zeigt den Sandkörper mit vollständig geneigter Oberfläche.

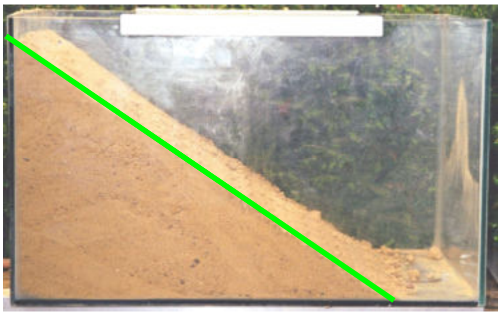


Abb. 80 zeigt die Scherebene nach dem Abgleiten des Sandes.

Nachstehend werden berechnet:

Ansichtsfläche A → des gemessenen Sandkörpers mit der Höhe ht = 2,95 dm

$A = bk_1 \cdot ht = 2{,}44 \cdot 2{,}95 = 7{,}198$ $\quad dm^2 \quad$ 4.84

Ansichtsfläche Ax → sandfreie Fläche

$Ax = bx \cdot hx/2 = 2{,}34 \cdot 1{,}48/2 = 1{,}732$ $\quad dm^2 \quad$ 4.85

Volumen Vkt' → a = 2,90 dm Behältertiefe

$Vkt' = (A - Ax) \cdot a = (7{,}198 - 1{,}732) \cdot 2{,}9 = 15{,}85$ $\quad dm^3 \quad$ 4.86

Für die weiteren Berechnungen werden aus der Versuchsanordnung 9.1 die Winkel βt = 50,4° (4.39) und st = 31,1° (4.41) übernommen. Der Neigungswinkel βe unter Auflast wird wieder über die Blockbreite bx und die Höhen hx/4 und hm' ermittelt, siehe hierzu nachstehende Abb. 81.

Höhe hm'

$hm' = bx \cdot \tan \beta t = 2{,}34 \cdot 1{,}208 = 2{,}83$ $\quad dm \quad$ 4.87

Neigungswinkel βe

$\tan \beta e = (hm' + hx/4) / bx = (2{,}83 + 1{,}48/4) / 2{,}34 = 1{,}368$ $\quad$ 4.88

$\beta e = 53{,}8°$ $\quad$ [-] $\quad$ 4.89

Scherwinkel se

$\tan se = (\tan \beta e) / 2 = 1{,}368 = 0{,}684$ $\quad$ 4.90

$se = 34{,}4°$ $\quad$ [-] $\quad$ 4.91

Höhe hm

$hm = ht - hx = 2{,}95 - 1{,}48 = 1{,}47$ $\quad dm \quad$ 4.92

Höhe hy

$(hx + hy)^2/(2 \cdot \tan se) = (hm - hy)^2/(2 \cdot \tan se) + Ax$

$(1{,}48 + hy)^2/(2 \cdot 0{,}684) = (1{,}47 - hy)^2/(2 \cdot 0{,}684) + 1{,}732$

$hy^2 + 2{,}96\, hy + 2{,}19 = hy^2 - 2{,}94\, hy + 2{,}16 + 2{,}37$

$hy = 2{,}34/5{,}90 = 0{,}40$ $\quad dm \quad$ 4.93

Höhe ho

$ho = hx + hy = 1{,}48 + 0{,}40 = 1{,}88$ $\quad dm \quad$ 4.94

Höhe hu

$hu = ht - ho = 2{,}95 - 1{,}88 = 1{,}07$ $\quad dm \quad$ 4.95

Breite bo → legt die Breite bl' fest

$bo = ho / \tan se = 1{,}88 / 0{,}684 = 2{,}75$ $\quad dm \quad$ 4.96

Breite bl'

$bl' = bk_1 - bo = 2{,}44 - 2{,}75 = -0{,}31$ $\quad dm \quad$ 4.97

Breite bu

$bu = hu / \tan se = 1{,}07 / 0{,}684 = 1{,}56$ $\quad dm \quad$ 4.98

Fläche Al

$Al = (bo' \cdot ho) / 2 - Ax =$

$Al = (2{,}75 \cdot 1{,}88) / 2 - 1{,}732 = 0{,}85$ $\quad dm^2 \quad$ 4.99

Fläche *Ar*

$Ar = bu \cdot hu/2 = 1{,}56 \cdot 1{,}07\ /2 = 0{,}84$ dm² 4.100

Breite *br'*

$br' = bk_1 - bu = 2{,}44 - 1{,}56 = 0{,}88$ dm 4.101

Breite *bm*

$bm = (bo' - bu)\ /2 = (2{,}75 - 1{,}56)\ /2 = 0{,}60$ dm 4.102

Breite *bue'*

$bue' = ht\ /\tan se + bl' = 2{,}95/0{,}684 - 0{,}31 = 4{,}00$ dm 4.103

Höhe *hd'*

$hd' = bue' \cdot \tan se = 4{,}00 \cdot 0{,}684 = 2{,}74$ dm 4.104

Höhe *hs*

$hs = bo \cdot \tan \beta e = 2{,}75 \cdot 1{,}368 = 3{,}76$ dm 4.105

Höhe *hz*

$hz = hs - ht = 3{,}76 - 2{,}95 = 0{,}81$ dm 4.106

Höhe *hu'*

$hu' = hs - hx = 3{,}76 - 1{,}48 = 2{,}28$ dm 4.107

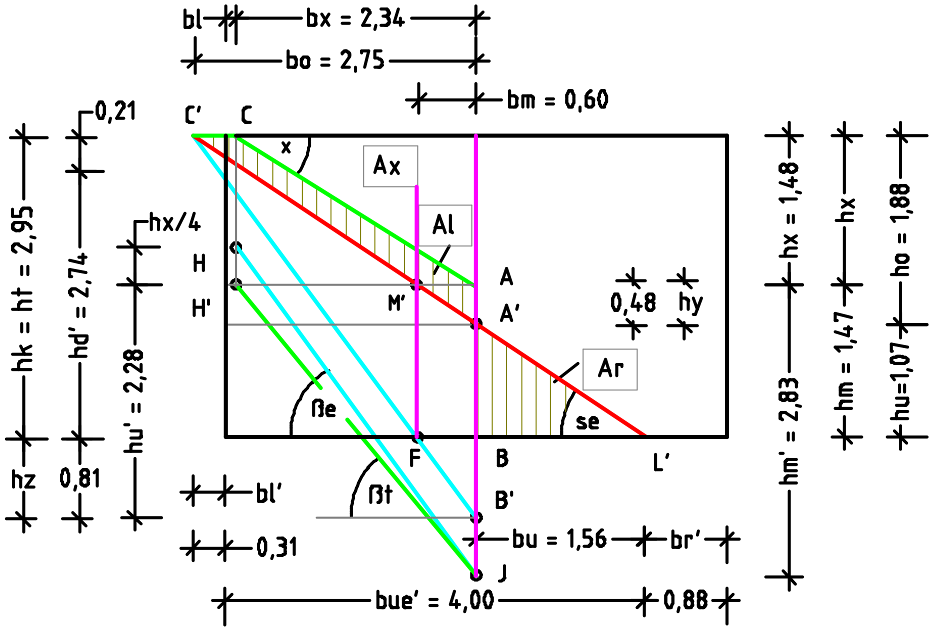


Abb. 81 zeigt die natürliche Neigungsebene (H'–J), die Neigungsebene unter Auflast (H–J) und (C'–B') sowie die Scherebene unter Auflast (C'–L).

Vorab ist für den Vergleich der gemessenen und errechneten Werte noch über die gemessenen Höhen und Breiten der Scherwinkel *se'* und die Höhe *hu'* an der Bezugsachse zu ermitteln.

Scherwinkel *se'*

$\tan se' = hd\ /bue' = 2{,}75\ /3{,}96 = 0{,}694$ 4.108

$se' = 34{,}8°$ [-] 4.109

Höhe hu^*

$$hu^* = (bk_1 - br) \cdot \tan se'$$

$$hu^* = (2{,}44 - 0{,}88) \cdot 0{,}694 = 1{,}08 \quad \text{dm} \qquad 4.110$$

Ergebnis zur Versuchsanordnung 9.3:

Die wichtigsten gemessenen und errechneten Maße vor und nach dem Abgleiten des Sandes sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

Gemessene Maße	Berechnete Maße
Breite br = 0,92 dm	Breite br' = 0,88 dm (4.101)
Höhe hd = 2,75 dm	Höhe hd' = 2,74 dm (4.104)
Breite bue = 3,96 dm	Breite bue' = 4,00 dm (4.103)
Höhe hu' = 1,08 dm	Höhe hu = 1,07 dm (4.95)
Scherwinkel se' = 34,8°	Scherwinkel se = 34,4° (4.91)

Der Vergleich der gemessenen und der errechneten Maße zeigt auch hier eine weitestgehende Übereinstimmung der Werte. Damit bestätigt sich, dass sich der Neigungswinkel βe unter Auflast über die keilförmige Auflastfläche mit der Höhe hx berechnen lässt.

4.3.2 Kräfte in trockenen Böden bei geneigter Oberfläche

Zur Versuchsanordnung 9.3 werden die Erdkräfte vor und nach dem Abgleiten des Sandes aus der linken Kammer als Variante A und B errechnet. Die Ermittlungen basieren auf den errechneten Bodeneigenschaften sowie Abmessungen der Erdkörper.

Die zu ermittelnden Kraftflächen – mit und ohne Auflast – ihre Lage innerhalb des Erdkeils sowie ihre horizontalen Kräfte können aus der nachstehenden Abb. 82 entnommen werden.

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Dichte ptg = 1,653 kg/dm³	Füllhöhe ht = 2,95 dm
Berechnungstiefe a = 2,90 dm	Höhe hx = 1,48 dm
Breite bk_1 = 2,44 dm	Höhe hm = 1,47 dm (4.92)
Breite bx = 2,34 dm	Höhe hu = 1,07 dm (4.95)
Breite bo = 2,75 dm (4.96)	Höhe hz = 0,81 dm (4.106)
	Höhe hu' = 2,28 dm (4.107)
Winkel βe = 53,8° (4.89)	$\tan \beta e$ = 1,368 (4.88)

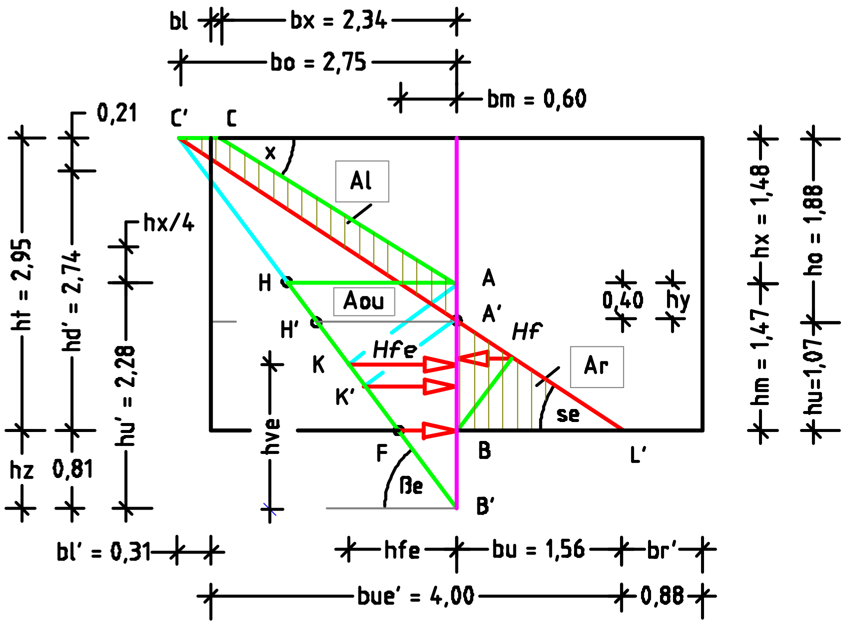


Abb. 82 zeigt unterhalb der Ebene (H–A) die Kraftfläche *Aou*, aus welcher die Erddruckkraft *Hfe* gegen die Bezugsachse (A–B') wirkt.

Variante A: Kräfte im Erdkeil vor dem Abgleiten des Bodens

Für diesen Lastfall gilt die Lastfläche (H–A–B'), die über die vorstehenden Werte ermittelt werden kann.

Fläche *bo'* → Winkel $\beta e = 53{,}8°$ (4.89)

$bo' = hu'/\tan \beta e = 2{,}28/1{,}368 = 1{,}67$ dm² 4.111

Volumen *Ve*

$Ve = hu' \cdot a \cdot bo'/2 = 2{,}28 \cdot 2{,}90 \cdot 1{,}67/2 = 5{,}52$ dm³ 4.112

Gewichtskraft *Ge*

$Ge = Ve \cdot ptg \cdot \mathrm{g} = 5{,}52 \cdot 1{,}653 \cdot 9{,}807 = 89{,}5$ N 4.113

Kraft *Nve*

$Nve = Ge \cdot \cos^2 \beta e = 89{,}5 \cdot 0{,}349 = 31{,}2$ N 4.114

Kraft *Hve*

$Hve = Ge \cdot \sin^2 \beta e = 89{,}5 \cdot 0{,}652 = 58{,}4$ N 4.115

Erddruckkraft *Hfe*

$Hfe = Ge \cdot \sin \beta e \cdot \cos \beta e = 89{,}5 \cdot 0{,}477 = 42{,}7$ N 4.116

Kraftzahl *git*

$git = bo' \cdot a \cdot ptg \cdot \mathrm{g}/2$

$git = 1{,}67 \cdot 2{,}90 \cdot 1{,}653 \cdot 9{,}807/2 = 39{,}25$ N/dm² 4.117

Höhe *nv'*

$nv = Nve/git = 31{,}2 /39{,}25 = 0{,}79$ dm 4.118

Angriffshöhe *hv* → der Erddruckkraft *Hfe*

$hv = Hve/git = 58{,}4/39{,}25 = 1{,}49$ dm 4.119

Da der Boden des Glasbehälters – ähnlich einer Felsschicht – den vertikalen Kraftabbau in dem Sand verhindert, wandelt sich die noch nicht abgebaute vertikale Kraft der Fläche *Ae* in die horizontale Kraft *Hf** (F–B).

Erddruckkraft *Hfe**

$$Hfe^* = Hfe \cdot hz/hv' = 42{,}7 \cdot 0{,}81/1{,}49 = 23{,}2 \qquad \text{N} \qquad 4.120$$

Ergebnis:

Während die Kraft *Hfe** = 23,2 N (4.120) in Höhe des Behälterbodens wirkt, greift die Erddruckkraft *Hfe* = 42,7 N (4.116) gegen die Bezugsachse in der Höhe *hv* = 1,49 dm (4.119) an.

Variante B: Kräfte im Erdkeil nach dem Abgleiten des Bodens

Nach dem Abgleiten des Bodens schneidet die Scherebene die Bezugsachse in dem Punkt A', so dass die Gewichtskraft *Ge'* für die Kraftermittlung aus der Erdkeilfläche (H'–A'–B') zu ermitteln ist. Es bietet sich an, zunächst die Höhen *nv* und *hv* und danach die Erddruckkräfte *Hf* über das Verhältnis der Höhen zu ermitteln. Die Höhe *Hfe** = 23,2 N (4.120) verändert sich nicht.

Höhe *nv'* → Winkel *βe* = 53,8° (4.89)

$$nv' = (hu' + hz) \cdot \cos^2 \beta e = (1{,}07 + 0{,}81) \cdot 0{,}349 = 0{,}66 \qquad \text{dm} \qquad 4.121$$

Angriffshöhe *hv'*

$$hv' = (hu' + hz) \cdot \sin^2 \beta e = 1{,}88 \cdot 0{,}651 = 1{,}22 \qquad \text{dm} \qquad 4.122$$

Kraftmeter *hf'*

$$hf' = (hu' + hz) \cdot \sin \beta e \cdot \cos \beta e = 1{,}88 \cdot 0{,}477 = 0{,}90 \qquad \text{dm} \qquad 4.123$$

Erddruckkraft *Hf* → über die Kraft *Hfe* = 42,7 N (4.116)

$$Hf = Hfe \cdot (hu' + hz) / hu' = 42{,}7 \cdot 1{,}88 / 2{,}28 = 35{,}2 \qquad \text{N} \qquad 4.124$$

oder *Hf*

$$Hf = hf' \cdot git = 0{,}90 \cdot 39{,}25 = 35{,}3 \qquad \text{N} \qquad 4.125$$

Ergebnis:

Die Erddruckkraft *Hf* = 35,2 N (4.124) wirkt in der Höhe *hv'* = 1,22 dm (4.122) gegen die Bezugsachse und die Kraft *Hfe** = 23,2 N (4.120) am Behälterboden bleibt unverändert.

4.3.3 Einfluss von Auflasten auf Böden mit geneigter Oberfläche

In dem vorangestellten Abschnitt wurde über Versuchsanordnungen das Abgleiten von Sand in einem Körper mit geneigter Oberfläche dargestellt. Hierbei zeigte sich, dass der Sand, der oberhalb der natürlichen Scherebene lagert, als

Auflast zu betrachten ist. Verliert dieser Sand durch das Ziehen der trennenden Glasscheibe seinen Halt, gleitet er ab und bildet die steilere ‚Scherebene unter Auflast' aus. Die Lage der Scherebene unter Auflast wird beeinflusst durch den Winkel x des Geländeanstiegs bzw. der Höhe hx, siehe Abb. 78 und 81.

Die Erddruck-Lehre stellt mit den Bildern P.05.80 und P.05.100 [1: P.13] eine grafische Erddruckermittlung bei beliebig gestalteter Oberfläche vor. Für die Erddruck-Theorie wurden Winkeländerungen durch Auflasten bei Erdblöcken mit ‚horizontaler Oberfläche' in Unterkapitel 2.5 behandelt. In den Versuchen 9.2 und 9.3 wurde Auflasten nachgegangen, die auf der natürlichen Scherebene lagern. Hierbei zeigte sich, dass sich trotz ungleicher Formgebung der Auflasten die Winkeländerungen nachvollziehen lassen, egal ob Auflasten die Scherebene eines ‚stehenden Erdkeils' (Schwerpunktlage in $2 \cdot h/3$) oder eines ‚liegenden Erdkeils' (Schwerpunktlage in $h/3$) belasten. Nachstehend sind die Abbildungen 83 bis 89 erstellt worden, welche auf den Versuchsanordnungen basieren und die Formen möglicher Auflasten zeigen.

In ähnlicher Weise, wie ein Erdkeil auf einer horizontalen Ebene zur Auflast wird, können auch aufgebrachte Streckenlasten oder Bodenschüttungen auf horizontalen Geländeebenen zur Auflast werden. Die Lasthöhe ist in beiden Fällen über die Gravitation und die Dichte des lastabtragenden Erdkörpers zu ermitteln. Bei dem Lastabtrag gibt es jedoch den Unterschied, dass bei einer Erdaufschüttung der Lastabtrag bereits in der Erdaufschüttung oberhalb der Geländeebene beginnt. Würden die Eigenschaften der Erdaufschüttung und des lastabtragenden Bodens gleich sein, verliefe der Kraftabbau sogar entlang der gleichen Neigungsebene.

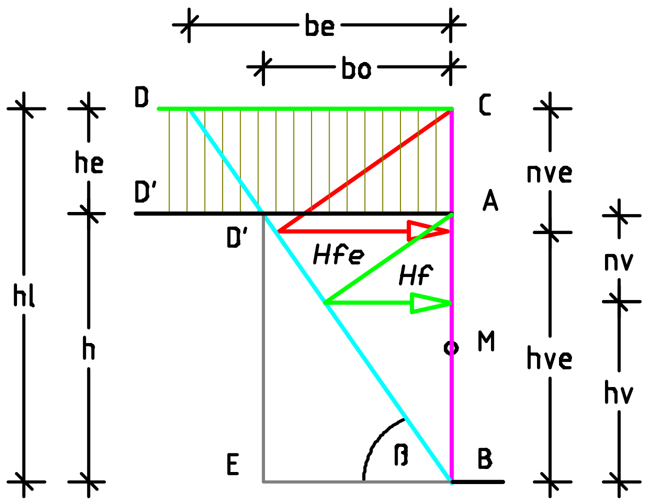
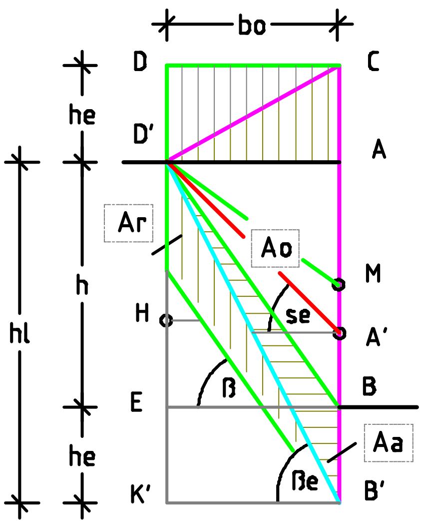


Abb. 83 zeigt einen Erdblock mit Erdaufschüttung als rechteckige Auflastfläche und deren Kraftverteilung.

In der Abb. 83 wird die Schüttung/Auflast durch die Fläche (D–C–A–D’) gekennzeichnet. Sie bewirkt, dass sich die Lage der Erddruckkraft *Hf* (grün) nach oben verschiebt und zur Kraft *Hfe* (rot) wird.

Setzt man hingegen eine Kraft auf einen Erdblock (Abb. 84 und 85) und wandelt diese in die Auflastfläche (D–C–A–D’) um, so ist die Fläche unterhalb der natürlichen Neigungsebene (D’–B) anzuordnen. Die Fläche ist hierbei zu unterteilen in den aktiven Part (D’–B–B’) und in den reaktiven Part mit der Flächenbezeichnung *Ar*. Der aktive Flächenanteil *Aa* ist zu der Fläche *Ao* des Erdeigengewichrs zu addieren, so dass die Gesamtfläche *Aae* = *Ao* + *Aa* entsteht. Die Blockhöhe *h* vergrößert sich durch den Lastabtrag im Erdreich um die Höhe *he* und nimmt damit die Höhe *hl* ein. Die Lage der natürlichen Scherebene (D’–M), der Scherebene unter Auflast (D’–A’), der natürlichen Neigungsebene (D’–B) mit dem Winkel *β* und die der Neigungsebene unter Auflast (D’–B’) mit dem Winkel *βe* sind im Block eingezeichnet.

In der Abb. 85 ist die Kraftverteilung dargestellt, in Grün die Erddruckkraft *Hf* ohne Auflast und in Rot die Erddruckkraft *Hfe* unter Auflast. Hierbei wird deutlich, dass zum Abtrag von Auflasten tiefer liegendes Erdreich in Anspruch genommen wird. Verhindern Fels- oder Betonschichten den vertikalen Kraftabbau, können sich die noch nicht im Erdreich abgebauten vertikalen Kräfte in horizontale wandeln. Hierüber wird im Unterkapitel 4.6, S. 141 berichtet.



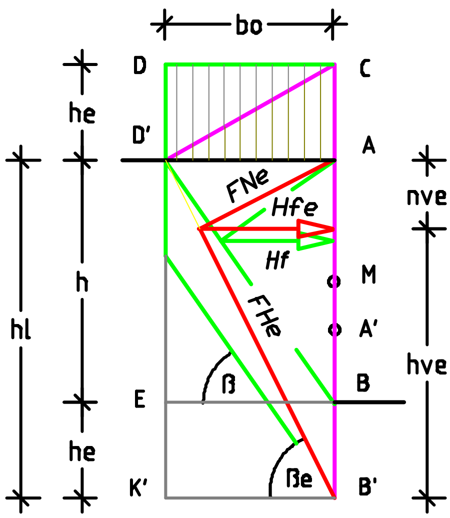
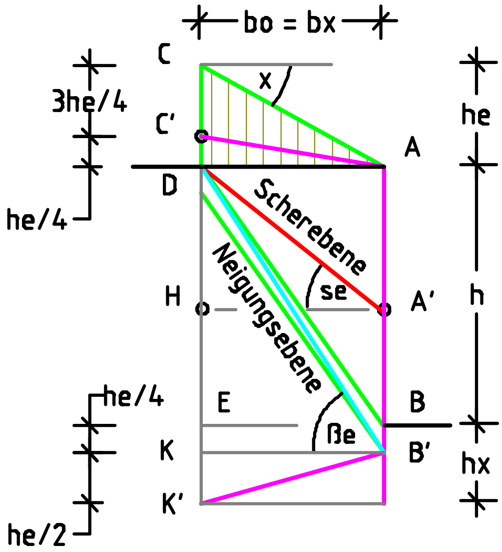


Abb. 84 zeigt links einen Erdblock mit rechteckiger Auflastfläche sowie deren Neigungs- und Scherebenen ohne und mit Auflast.

Abb. 85 zeigt rechts einen Erdblock mit rechteckiger Auflastfläche und deren Kraftverteilung in der Keilfläche (D’–A–B’)

Nachstehend werden keilflächige Auflasten auf Erdblöcken behandelt.



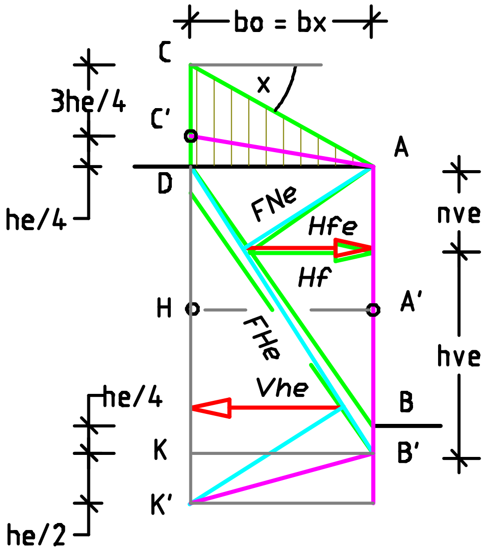
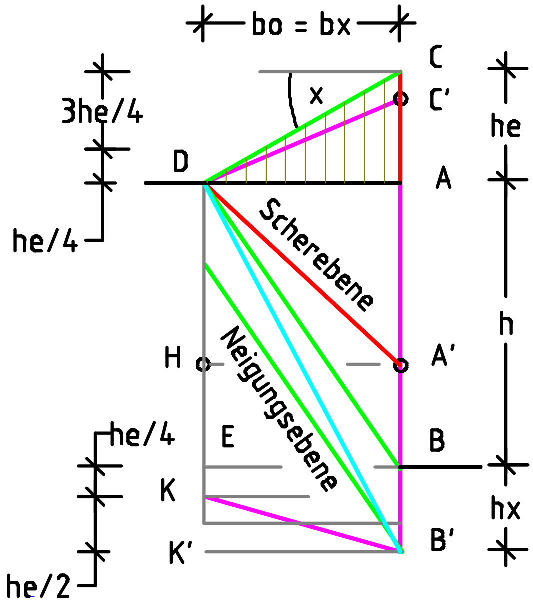


Abb. 86 (links) zeigt einen Erdblock mit aufsteigender Oberfläche (A–C) und die Winkeländerungen infolge der Auflast.

Abb. 87 (rechts) zeigt einen Erdblock mit aufsteigender Oberfläche und die Kraftverteilung innerhalb der Keilfläche (D–A–B')

Der Ansatz der Höhe *he* zur Ermittlung der Neigungsebene unter Auflast mit dem Winkel *βe* basiert auf den Ergebnissen der Versuche 9.2 und 9.3.

Nachstehend werden die Ermittlung der Neigungsebene unter Auflast und die Kraftverteilung bei einem Erdkörper mit abfallend geneigter Oberfläche gezeigt.



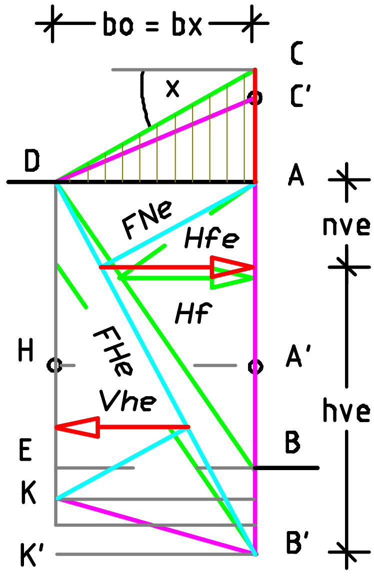


Abb. 88 (links) zeigt einen Erdblock mit abfallender Geländeoberfläche sowie die Neigungs- und die Scherebene unter Auflast.

Abb. 89 (rechts) zeigt einen Erdblock mit abfallender Geländeoberfläche und die Kraftverteilung innerhalb der Keilfläche (D–A–B').

4.3.4 Ermittlung der Kräfte und Winkel zur Versuchsanordnung 5

Zum Nachweis, dass Böden beim Abgleiten aus einem stehenden in einen liegenden Erdkeil weder einer Fließbedingung noch dem Mohr-Coulomb'schen Bruchkriterium unterliegen, sind Versuche in dem Unterkapitel 2.8, S. 52ff. durchgeführt worden. Mit der Versuchsanordung 5 (Abb. 32, S. 54) wird aufgezeigt, dass sich die ausgebildeten Ebenen und Winkel in dem abgeglittenen Füllstoff über seine Bodeneigenschaften (Kapitel 3) und die Kräfte über die klassische Erddruck-Theorie von Coulomb (Fig. 7) errechnen lassen. Die Kraftermittlung folgt zudem den Vorgaben des Abschnitts 4.3.3, Abb. 83, S. 121. Als Berechnungstiefe wird a' = 1,00 dm gewählt.

Für den Versuch 5 ist in die linke Kammer des Glaskastens trockener Sand mit der Dichte ptg_1 = 1,638 kg/dm³ und dem Füllgesicht E_1 = 22,0 kg eingebaut und seine Oberfläche geglättet worden. Hiernach wurde trockener Basaltgrus mit der Dichte ptg_2 = 1,846 kg/dm³ und dem Gewicht E_2 = 13,5 kg eingefüllt.

Errechnet werden zunächst die Eigenschaften der Füllstoffe und danach die Lage der Ebenen sowie deren Winkel und Erdkräfte.

Eigenschaften des Sandes:

Volumen V_1

$$V_1 = E_1 / ptg_1 = 22{,}0 / 1{,}638 = 13{,}43 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.126$$

Höhe $h_1 \rightarrow$ über die Grundfläche der Kammer Ak_1 = 7,08 dm² (3.33).

$$h_1 = V_1 / Ak_1 = 13{,}43 / 7{,}08 = 1{,}90 \qquad \text{dm} \qquad 4.127$$

Feststoffvolumen

$$Vf_1 = Vp \cdot ptg_1 / ptg_{90} = 1{,}0 \cdot 1{,}638 / 3{,}0 = 0{,}546 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.128$$

Porenvolumen

$$Vl_1 = Vp - Vf_1 = 1{,}0 - 0{,}546 = 0{,}454 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.129$$

Neigungswinkel β_1

$$\tan \beta_1 = Vf_1 / Vl_1 = 0{,}546 / 0{,}454 = 1{,}203 \qquad 4.130$$

$$\beta_1 = 50{,}3° \qquad [-] \qquad 4.131$$

Scherwinkel s_1

$$\tan s_1 = \tan \beta /2 = 1{,}203 /2 = 0{,}601 \qquad 4.132$$

$$s_1 = 31{,}0° \qquad [-] \qquad 4.133$$

Eigenschaften des Basaltgruses:

Volumen V_2

$$V_2 = E_2 / ptg_2 = 13{,}5 / 1{,}846 = 7{,}31 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.134$$

Höhe h_2

$$h_2 = V_2 / Ak_1 = 7{,}31 / 7{,}08 = 1{,}03 \qquad \text{dm} \qquad 4.135$$

Feststoffvolumen

$Vf_2 = Vp \cdot ptg_2 / ptg_{90} = 1{,}0 \cdot 1{,}846 / 3{,}0 = 0{,}615$ dm³ 4.136

Porenvolumen

$Vl_2 = Vp - Vf_2 = 1{,}0 - 0{,}615 = 0{,}385$ dm³ 4.137

Neigungswinkel β_2

$\tan \beta_2 = Vf_1 / Vl_1 = 0{,}615 / 0{,}385 = 1{,}597$ 4.138

$\beta_2 = 58{,}0°$ [-] 4.139

Scherwinkel s_2

$\tan s_2 = \tan \beta_2 /2 = 1{,}597 /2 = 0{,}799$ 4.140

$s_2 = 38{,}6°$ [-] 4.141

Wegen der unterschiedlichen Dichten ptg_1 und ptg_2 wird der Basaltgrus zur Auflast des Sandes. Für die weiteren Berechnungen empfiehlt es sich, die Schichthöhe h_2 des Basaltgruses über den Faktor ptg_2/ptg_1 umzuwandeln in die Schichthöhe h_3.

Höhe h_3

$h_3 = h_2 \cdot ptg_2 / ptg_1 = 1{,}03 \cdot 1{,}846 / 1{,}638 = 1{,}16$ dm 4.142

Nach dem Angleichen der Dichten können die Gewichtskraft Ge, die Hangabtriebskraft FHe und die Erddruckkraft Hfe gegen die Wand über die Höhe $hl' = h_1 + h_3$, den Neigungswinkel β_1 und das Keilvolumen $Voe = Aoe \cdot a'$ errechnet werden.

Berechnungshöhe hl → Füllhöhe $h = h_1 + h_2 = 2{,}93$ dm

$hl = h_1 + h_3 = 1{,}90 + 1{,}16 = 3{,}06$ dm 4.143

Keilbreite be

$be = hl / \tan \beta_1 = 3{,}06 / 1{,}203 = 2{,}54$ dm 4.144

Lastkeil Voe → bezogen auf die Tiefe $a' = 1{,}00$ dm

$Voe = hl \cdot be \cdot a' /2 = 3{,}06 \cdot 2{,}54 \cdot 1{,}00 /2 = 3{,}89$ dm³ 4.145

Gewichtskraft Ge

$Ge = Voe \cdot ptg_1 \cdot g = 3{,}89 \cdot 1{,}638 \cdot 9{,}807 = 62{,}5$ N 4.146

Hangabtriebskraft FHe → mit $\beta_1 = 50{,}3°$

$FHe = Ge \cdot \sin \beta_1 = 62{,}5 \cdot 0{,}769 = 48{,}1$ N 4.147

Erddruckkraft Hfe

$Hfe = Ge \cdot \sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1 = 62{,}5 \cdot 0{,}769 \cdot 0{,}639 =$

$Hfe = 30{,}7$ N 4.148

Kraftmeter hfe

$hfe = hl \cdot \sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1 = 3{,}06 \cdot 0{,}491 = 1{,}50$ dm 4.149

Angriffshöhe hve

$hve = hl \cdot \sin^2 \beta_1 = 3{,}06 \cdot 0{,}592 = 1{,}81$ dm 4.150

Zu der Angriffshöhe *hve* = 1,81 dm (4.150) der Erddruckkraft *Hfe* gegen die lotrechte Wand bleibt anzumerken, dass diese Höhe auch der Anpassung der Dichten unterliegt, d. h. real wäre die Höhe *hve* entsprechend dem Verhältnis der Höhen *hl* zu *h* = 3,08 / 2,93 zu reduzieren. In der Abbildung wird die über die Höhe *hl* errechnete Lage der Erddruckkraft *Hfe* dargestellt.

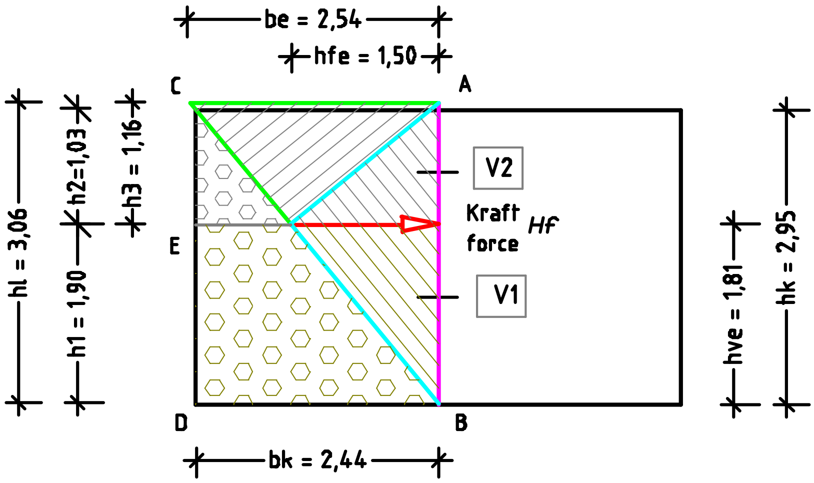


Abb. 90 zeigt die Keilfläche *Ao* und in der Höhe *hv* die Erddruckkraft *Hf* gegen die eingestellte Glasscheibe (A–B).

Nach dem Ziehen der Glasscheibe und dem Abgleiten der Füllstoffe bildet sich aus dem stehenden Erdkeil (Abb. 90) ein liegender Erdkeil aus (Abb. 91). Seine Ebenen, Winkel und Erdkräfte werden nachstehend ermittelt. Infolge der Höhenanpassung über den Faktor ptg_2/ptg_1 kann der Erdkörper als zusammenhängende Masse gesehen und damit die Höhe *hl* = 3,06 dm (4.143), der Neigungswinkel β_1 = 50,3° und der Scherwinkel s_1 = 31,0° (4.133) des Sandes übernommen werden. Um links der Bezugsachse (A–B) die Erdauflast und die Kräfte gemäß den Abb. 86 und 87 ermitteln zu können, ist in der Höhe *hl/2* = 1,53 dm die Ebene (H–A') einzufügen, siehe folgende Abb. 91.

Auf der Ebene (H–A') steht ein Erdkeil mit der Höhe *hx* und der Breite *bx,* der unterhalb der Ebene von dem Erdkeil mit der Höhe *hl/2* und der Breite *bx* getragen wird. Da sich der Lastabtrag über aktive und reaktive Kraftanteile vollzieht, ist die Keilhöhe *hx* dem aktiven Lastanteil über die Höhe *hx*/4 = *he* anzupassen. Die Höhe *he* beschreibt den Abstand der Punkte J zu H. Die Höhe *hx* errechnet sich über die Breite *bx* und den Scherwinkel s_1 = 31,0° (4.133).

Die Neigungsebene unter Auflast setzt an dem Punkt J an und führt zum Schnittpunkt von Bezugsachse und Behälterboden. Um die keilförmige Auflast in den Erdkeil unterhalb der Ebene (H–A') einbeziehen zu können, ist die Neigungsebene unter Auflast vertikal und parallel an den Punkt H zu versetzen, so dass unterhalb der Basisebene auf der Bezugsachse der Punkt B entsteht.

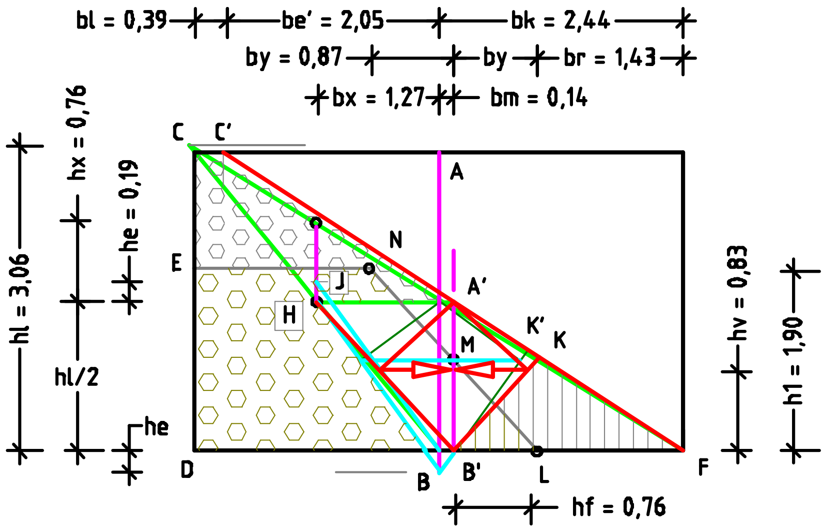


Abb. 91 zeigt die Keilflächen (H–A–B) sowie (H–A'–B') und die Erddruckkraft *Hf* (rot) gegen die Achse (A'–B') mit der Angriffshöhe *hv*.

Da der Kraftabbau in der Neigungsebene unter Auflast durch den Glasboden behindert wird, bildet sich auf ihm die nicht abgebaute vertikale Kraft in eine horizontale Kraft um. Mit dem Ziehen der trennenden Glasscheibe wird diese horizontale Kraft aktiv und verschiebt die Bezugsachse (A–B) um die Breite *bm* in die Lage der Bezugsachse (A'–B'). Damit nimmt die Neigungsebene unter Auflast (rot) die Ebene (H–B') ein. Der Tangens des Winkel *βe'* lässt sich nunmehr über die Höhe *hl*/2 dividiert durch die Breite *bx'* = *bx* + *bm* errechnen. Durch die Verschiebung der Bezugsachse (A–B) in die Ebene (A'–B') entstehen die Keilflächen (H–A–B) und (H–A'–B') und damit zwei Lastfälle. Ermittelt werden über die Keilfläche (H–A'–B) die Lage der einzelnen Ebenen, deren Winkel und Kräfte, siehe Abb. 91. Da sich Sand und Basaltgrus beim Abgleiten unterschiedlich verhalten, können sich geringe Abweichungen zwischen den gemessenen und errechneten Werten ergeben.

Es werden errechnet:

Keilbreite *bx* → mit Winkel $\beta_1 = 50{,}3°$ (4.131) und Höhe $hl' = 3{,}06$ dm.

$$bx = hl \,/\, (2 \cdot \tan \beta_1) = 3{,}06 \,/\, (2 \cdot 1{,}203) = 1{,}27 \qquad \text{dm} \qquad 4.151$$

Höhe *hx*

$$hx = bx \cdot \tan s_1 = 1{,}27 \cdot 0{,}602 = 0{,}76 \qquad \text{dm} \qquad 4.152$$

Höhe *he*

$$he = hx \,/4 = 0{,}76 \,/4 = 0{,}19 \qquad \text{dm} \qquad 4.153$$

Neigungswinkel βe_1

$$\tan \beta e_1 = (hl/2 + he) / bx = (3{,}06/2 + 0{,}19) /1{,}27 = 1{,}354 \qquad 4.154$$

$$\beta e_1 = 53{,}6° \qquad [-] \qquad 4.155$$

Scherwinkel se_1

$$\tan se_1 = \tan \beta e /2 = 1{,}354 /2 = 0{,}677 \qquad 4.156$$

$$se_1 = 34{,}1° \qquad [-] \qquad 4.157$$

Versatzbreite *bm*

$$bm = he / \tan \beta e = 0{,}19 / 1{,}354 = 0{,}14 \qquad \text{dm} \qquad 4.158$$

Neigungswinkel $\beta e'$

$$\tan \beta e' = hl /2 \cdot (bx + bm) = 1{,}53 /(1{,}27 + 0{,}14) = 1{,}085 \qquad 4.159$$

$$\beta e' = 47{,}3° \qquad [-] \qquad 4.160$$

Der Scherwinkel se' des Basaltgruses kann ermittelt werden über die Höhe $hl/2$ und die Breite be = 2,52 dm (4.144) minus der Breite bm =0,14 dm.

Scherwinkel se'

$$\tan se' = hl/2 \cdot (be - bm) = 1{,}53 / (2{,}54 - 0{,}14) = 0{,}638 \qquad 4.161$$

$$se' = 32{,}5° \qquad [-] \qquad 4.162$$

Die Scherebene des Basaltgruses schneidet in der realen Höhe $h = h_1 + h_2$ = 1,90 + 1,03 = 2,93 den Erdkörper und lässt dort die Breiten be' und bl und unten an der Basisebene die Breiten *by, br und br'* entstehen.

Breite be'

$$be' = [(h_1 + h_2) / \tan se'] - be =$$

$$be' = (2{,}93 / 0{,}638) - 2{,}54 = 2{,}05 \qquad \text{dm} \qquad 4.163$$

Breite *bl*

$$bl = bk_1 - be' = 2{,}44 - 2{,}05 = 0{,}39 \qquad \text{dm} \qquad 4.164$$

Breite *by*

$$by = h_1 / (2 \cdot \tan \beta e') = 1{,}90 / (2 \cdot 1{,}085) = 0{,}87 \qquad \text{dm} \qquad 4.165$$

Breite br'

$$br' = be - by - bm = 2{,}54 - 0{,}87 - 0{,}14 = 1{,}53 \qquad \text{dm} \qquad 4.166$$

Breite *br*

$$br = bk_1 - by - bm = 2{,}44 - 0{,}87 - 0{,}14 = 1{,}43 \qquad \text{dm} \qquad 4.167$$

Kraftermittlung

Volumen *Vou* → für die Kraftermittlung gegen die Bezugsachse (A–B)

$$Vou = (hl/2 + he) \cdot bx \cdot a' /2 =$$

$$Vou = (1{,}53 + 0{,}19) \cdot 1{,}27 \cdot 1{,}00 / 2 = 1{,}09 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.168$$

Für die Kraftermittlung gegen die Bezugsachse (A'–B') ist das Volumen Vou' über den Neigungswinkel $\beta e'$, die Höhe $hl/2$ und die Breite $bx' = bx + bm$ zu ermitteln.

Volumen *Vou'* → für die Kraftermittlung gegen die Bezugsachse (A'–B')

$$Vou' = (hl\,/2) \cdot (bx + bm) \cdot a'\,/2 =$$

$$Vou' = 1{,}53 \cdot (1{,}27 + 0{,}14) \cdot 1{,}00\,/\,2 = 1{,}08 \qquad \text{dm}^3 \qquad 4.169$$

Gewichtskraft *Ge* → mit $Voe' = 1{,}08$ dm³ (4.168)

$$Ge = Voe' \cdot ptg_1 \cdot \text{g} = 1{,}08 \cdot 1{,}638 \cdot 9{,}807 = 17{,}3 \qquad \text{N} \qquad 4.170$$

Hangabtriebskraft *FHe* → mit $\beta e' = 47{,}3°$ (4.160)

$$FH = Ge \cdot \sin\beta e' = 17{,}3 \cdot 0{,}737 = 12{,}7 \qquad \text{N} \qquad 4.171$$

Erddruckkraft *Hf*

$$Hf = Ge \cdot \sin\beta e' \cdot \cos\beta e' = 17{,}3 \cdot 0{,}737 \cdot 0{,}678 =$$

$$Hf = 8{,}6 \qquad \text{N} \qquad 4.172$$

Kraftmeter *hf*

$$hf = hl \cdot \sin\beta e' \cdot \cos\beta e'\,/2 = 1{,}53 \cdot 0{,}500 = 0{,}76 \qquad \text{dm} \qquad 4.173$$

Angriffshöhe *hv*

$$hv = hl \cdot \sin^2\beta e'\,/2 = 1{,}53 \cdot 0{,}540 = 0{,}83 \qquad \text{dm} \qquad 4.174$$

Die horizontale Kraft *Hf'*, die sich aus dem Erdkeil der rechten Kammer gegen die Bezugsachse A–B entwickelt, ist in der Abb. 91 dargestellt, wird aber nicht weiter berechnet.

Die nach dem Ziehen der Glasscheibe gemessenen Höhen, Breiten und Winkel sowie die errechneten Werte werden in der Tabelle gegenübergestellt.

Gemessene Maße	Berechnete Maße
Höhe h_1 = 1,89 dm	Höhe h_1 = 1,90 dm (4.127)
Höhe h_2 = 1,05 dm	Höhe h_2 = 1,03 dm (4.135)
Höhe h = 2,94 dm	Höhe h = 2,93 dm
Breite bk_1 = 2,44 dm	Breite bk_1 = 2,44 dm
Breite be' = 2,02 dm	Breite be' = 2,05 dm (4.163)
Breite bl = 0,42 dm	Breite bl = 0,39 dm (4.164)
Breite byl = 0,74 dm	Breite bm = 0,14 dm (4.158)
Breite byr = 0,98 dm	Breite by = 0,87 dm (4.165)
Breite br = 1,46 dm	Breite br = 1,43 dm (4.167)
Neig.winkel $\beta e'$ = 47,7°	Neig.winkel $\beta e'$ = 47,3° (4.160)
Scherwinkel se' = 33,0°	Scherwinkel se' = 32,5° (4.162)

Als Ergebnis kann aufgezeigt werden, dass sich nach dem Abgleiten der Füllstoffe die Lage ihrer Ebenen und Winkel über deren Raum- und Gewichtsteile errechnen lassen. Zudem bestätigen die Kraftgrößen und ihre Zuordnungen, dass diese in dem stehenden Erdkeil (Abb. 90) als auch in dem liegenden Keil (Abb. 91) über die klassische Erddruck-Theorie von Coulomb (Fig. 7) ermittelbar sind. Nicht vorstellbar für den Verfasser bleibt, wie man über das Mohr-

Coulomb'sche Bruchkriterium die in der Tabelle dargestellten Ergebnisse errechnen könnte, siehe Berechnungsbeispiel und Abb. 13 und 14, S. 38ff.

4.3.5 Fazit zu 4.3:

Die Versuchsreihe 9 lässt erkennen, dass Erdmassen, die auf einer natürlichen Neigungsebene lagern, den Winkel der inneren Reibung steiler stellen und damit das Abgleiten von Erdmassen aus einem Hang fördern. Die Ermittlung des Winkels *βe* unter Auflast ist damit abhängig von dem Winkel *x* der auf- oder absteigenden geneigten Geländeebene oder der Auflasthöhe *hx*, die oberhalb des Erdblocks anzusetzen ist. Die Höhe *h* oder die Breite *bo* sowie des Winkels *β* eines Erdblocks werden in der Regel vorgegeben oder bestimmen sich aus der Örtlichkeit. In der Ansichtsfläche eines Erdblocks nimmt die natürliche Neigungsebene die Diagonale ein. Um den Tangens des Neigungswinkels unter Auflast zu erhalten, ist zu der Blockhöhe *h* ein Anteil der Auflasthöhe *hx* zu addieren und durch die Blockbreite *bo* zu dividieren. Der anzusetzende Anteil der Höhe *hx* ist abhängig von der Richtung der geneigten Oberfläche, siehe Abb. 84 bis 89.
Der Umbau der Winkel verändert die Bodendichte nicht, schafft aber für den Kraftabbau in dem Erdreich neue Kraftfelder. Bei Erdmassen, die auf einer Felsschicht lagern, bleibt beim Kraftabbau zu beachten, dass sich nicht abgebaute vertikale Kräfte in horizontale Kräfte umwandeln können. Die Versuchsanordnungen 9.2 und 9.3 zeigen zudem auf, dass sich nach neuer Erddruck-Theorie ein Erdrutsch im Voraus errechnen lässt. Zu den Veränderungen der Winkel und Kräfte infolge von Auflasten zeigen die Versuchsanordungen 4 und 5, dass sich das Abgleiten der Füllstoffe über deren Raum- und Gewichtsteile und ihre Kräfte nach der Coulomb'schen Erddruck-Theorie (Abb. 9, S. 25) berechnen lassen. Weder die in den Abb. 90 und 91 dargestellten Ebenen und Winkel noch die Anordnung und Größe der Kräfte zeigen hierbei Ähnlichleiten zu den Bildern I06.10 bis I06.70 [1: S. I14ff.].

Mit den Ergebnissen der Versuchsanordnungen 4 und 5 wird belegt, dass sich das natürliche Bodenverhalten keiner Fließbedingung – welcher auch immer – unterordnen lässt. Damit kann zur Erddruckermittlung nur die klassische Erddruck-Theorie von Coulomb herangezogen werden.

4.4 Kräfte in Böden unter Wasser bei geneigter Oberfläche

In den vorangestellten Versuchsanordnungen wurde trockener Sand als Boden verwandt und daraus die Veränderung der Winkel und Kraftflächen dargestellt. Um bei Schichtungen unterschiedlicher Bodenarten und geneigter Oberfläche die Wandlungen durch die Auflast leichter erkennen zu können, wurde ein Beispiel gewählt, bei dem ein nasser Boden unter Wasser überlagert wird mit einem trockenen Boden über Wasser. Auf eine Zwischenschicht, in der sich der trockene Boden dem nassen angleichen könnte, wurde verzichtet.

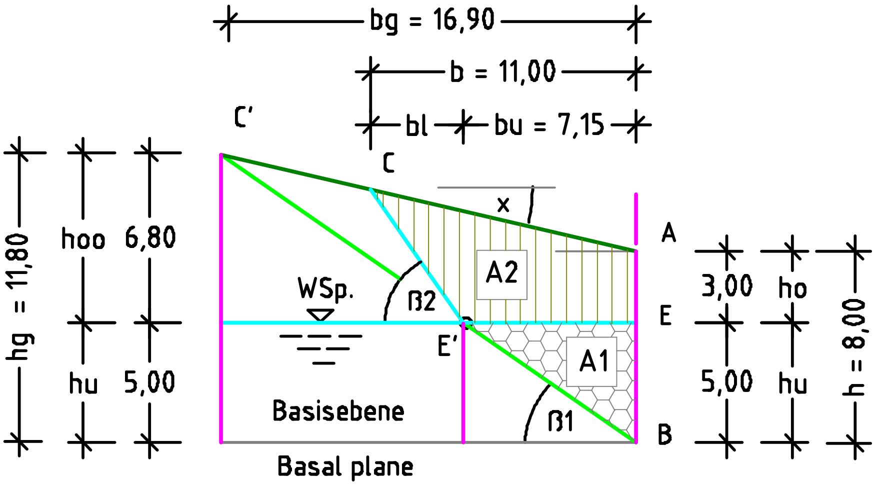


Abb. 92 zeigt die Grunddaten zur Ermittlung des ‚Kraftfeldes unter Auflast' bei Schichtung ungleicher Bodenarten.

Der nasse Boden unterhalb des Grundwasserspiegels (WSp) soll den Neigungswinkel $\beta_1 = \beta nw$ = 35° ausbilden. Seine Keilfläche mit der Bezeichnung *A1* wird durch die Neigungsebene und die Höhe *hu* = 5,00 m begrenzt. Der darüber lagernde trockene Boden soll den Neigungswinkel $\beta_2 = \beta t$ = 55° entwickeln und an der lotrechten Bezugsachse die Höhe *ho* = 3,00 m einnehmen. Bei dieser Erdschicht mit der Fläche *A2* soll die Oberfläche unter dem Winkel *x* = 12,8° ansteigen. Die Bemaßung wird in der Abb. 92 gezeigt.

Zu berechnen sind das Kraftfeld unter Auflast, die Erddruckkraft *Hfe* gegen die Bezugsachse und alle zur Ermittlung erforderlichen Eigenschaften der gewählten Bodenarten. In dem vorangestellten Unterkapitel wurde die Ermittlung des Kraftfelds unter Auflast ausgehend von nur einer Bodenart behandelt. Zur Lösung der neuen Aufgabe bietet es sich an, die Eigenschaften der oberen Bodenschicht jenen der unteren Schicht anzugleichen und anschließend dem Berechnungsgang des Unterkapitels 4.3 zu folgen. Für die Wandlung der Bodeneigenschaften werden zunächst die Bodenkenngrößen beider Böden ermittelt.

4.4.1 Eigenschaften des nassen Bodens unter Wasser

Vorgegeben ist der Neigungswinkel $\beta nw = 35°$. Über diesen Winkel lassen sich der natürliche Scherwinkel *snw*, die Raumteile *Vf* und *Vl* sowie die Dichte *pnwg* errechnen, siehe Unterkapitel 3.2, S. 70ff. Da bei einem nassen Boden das vom Wasser besetzte Volumen *Vln* dem gesamten Porenvolumen *Vl* entspricht und das Feststoffvolumen $Vf = Vp - Vl$ ist, können über den Tangens tan βnw des Neigungswinkels $\beta nw = 35{,}0°$ die nachstehenden Volumina errechnet werden. Der Ansatz des Feststoffvolumens unter Wasser mit $2/3 \cdot Vf$ leitet sich ab aus der Minderung infolge des Auftriebs, Abschnitt 3.2.1.

$$\tan \beta nw = 2/3 \cdot Vf\,/\,(Vl + Vfn - Vw) = 2/3 \cdot Vf/Vl \cdot 5/6$$

Es werden berechnet:

Volumen Vf → zu ermitteln über das Volumen $Vp = 1{,}00$ m³

$$\tan \beta nw \cdot 5 \cdot 3 \cdot (1{,}0 - Vf) = 12 \cdot Vf$$

$$0{,}700 \cdot 15 \cdot (1{,}0 - Vf) = 12 \cdot Vf \;\rightarrow\; 10{,}5 - 10{,}5\, Vf = 12{,}0\, Vf$$

$$Vf = 10{,}5\,/22{,}5 = 0{,}467 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.175$$

Volumen Vl

$$Vl = Vp - Vf = 1{,}00 - 0{,}467 = 0{,}533 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.176$$

Feststoffvolumen Vfw → unter Auftrieb

$$Vfw = 2 \cdot Vf/3 = 2 \cdot 0{,}467\,/3 = 0{,}311 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.177$$

Nassdichte $pnwg$ → unter Wasser

$$pnwg = (Vfw \cdot ptg_{90} + Vln \cdot p_w)\,/\,Vp_{90}$$

$$pnwg = (0{,}311 \cdot 3{,}0 + 0{,}533 \cdot 1{,}0)\,/1{,}0 = 1{,}466 \qquad \text{t/m}^3 \qquad 4.178$$

Ergebnis:

Winkel $\beta nw = 35{,}0°$, tan = 0,700	Scherwinkel $snw = 19{,}3°$
Feststoffv. $Vf = 0{,}467$ m³ (4.175)	Porenvol. $Vl =$ 0,533 m³ (4.176)
Fiktives Vfw = 0,311 m³ (4.177)	Dichte $pnwg = 1{,}466$ t/m³ (4.178)

4.4.2 Eigenschaften des trockenen Bodens über Wasser

Für den Boden mit dem Neigungswinkel $\beta t = 55°$ sind die Kenngrößen bereits errechnet worden, siehe Abschnitt 3.1.1, S. 59.

Winkel $\beta t = 55{,}0°$ / tan $\beta t = 1{,}428$	Dichte $ptg =$ 1,764 t/m³ (3.9)
Feststoffv. $Vf_2 = 0{,}588$ m³ (3.1)	Porenvol. $Vl_2 = 0{,}412$ m³ (3.2)

Anpassung der Fläche A_2 an die Kenngrößen des nassen Bodens

Für die weiteren Berechnungen ist der trockene Boden (Schicht 2) dem nassen Boden (Schicht 1) über die Flächenmehrung anzupassen. Die neue Fläche lässt sich ermitteln über die Höhen *ho* und *hoo* der Schicht 2 multipliziert mit dem Proportionalitätsfaktor Vf_2 / Vf_1.

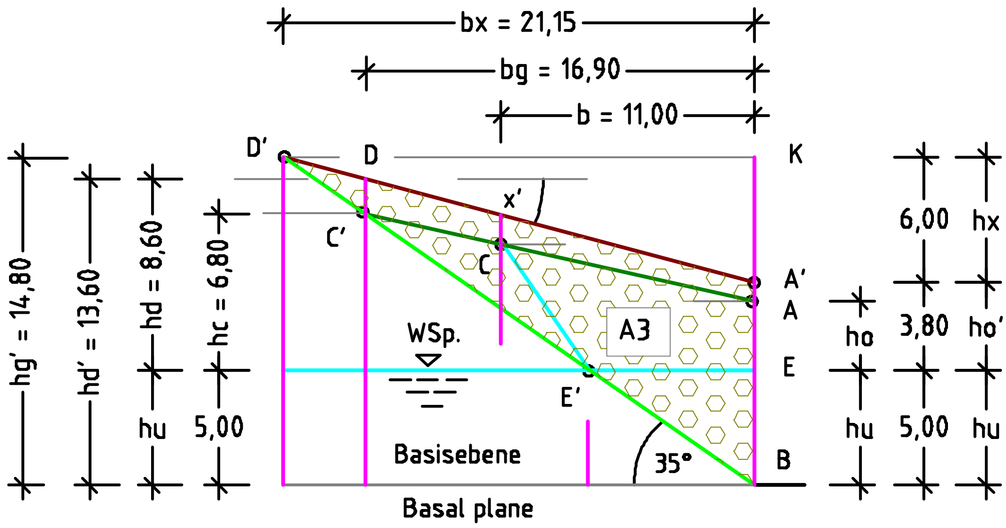


Abb. 93 zeigt die Fläche A3 (C'–A–B), welche durch die Anpassung des Bodens der Fläche A2 an die Bodeneigenschaften der Fläche A1 zu bilden war.

Es werden berechnet:

Breite *bg* → über die Winkel *βnw* = 35° und *x* = 12,8° (vorgegeben)

$bg = h / (\tan \beta nw - \tan x)$

$bg = 8{,}00 / (0{,}700 - 0{,}227) = 16{,}90$ m 4.179

Höhe *ho'*

$ho' = ho \cdot Vf_2 / Vf_1 = 3{,}00 \cdot 0{,}588/0{,}467 = 3{,}80$ m 4.180

Höhe *hc*

$hc = bg \cdot \tan \beta nw - hu$

$hc = 16{,}90 \cdot 0{,}700 - 5{,}00 = 6{,}80$ m 4.181

Höhe *hd*

$hd = hc' \cdot Vf_2 / Vf_1 = 6{,}80 \cdot 0{,}588/0{,}467 = 8{,}60$ m 4.182

Winkel *x'*

$\tan x' = (hd - ho') / bg = (8{,}60 - 3{,}80) / 16{,}90 = 0{,}284$ 4.183

$x' = 15{,}9°$ [-] 4.184

Breite *bx*

$bx = (hu + ho') / (\beta nw - \tan x')$

$bx = (5{,}00 + 3{,}80) / (0{,}700 - 0{,}284) = 21{,}15$ m 4.185

Höhe *hx*

$hx = bx \cdot \tan x' = 21{,}15 \cdot 0{,}284 = 6{,}00$ m 4.186

Höhe *hg*

$hg = bx \cdot \tan \beta nw = 21{,}15 \cdot 0{,}700 = 14{,}80$ m 4.187

Höhe *hm*

$hm = hg - hk = 14{,}80 - 6{,}00 = 8{,}80$ m 4.188

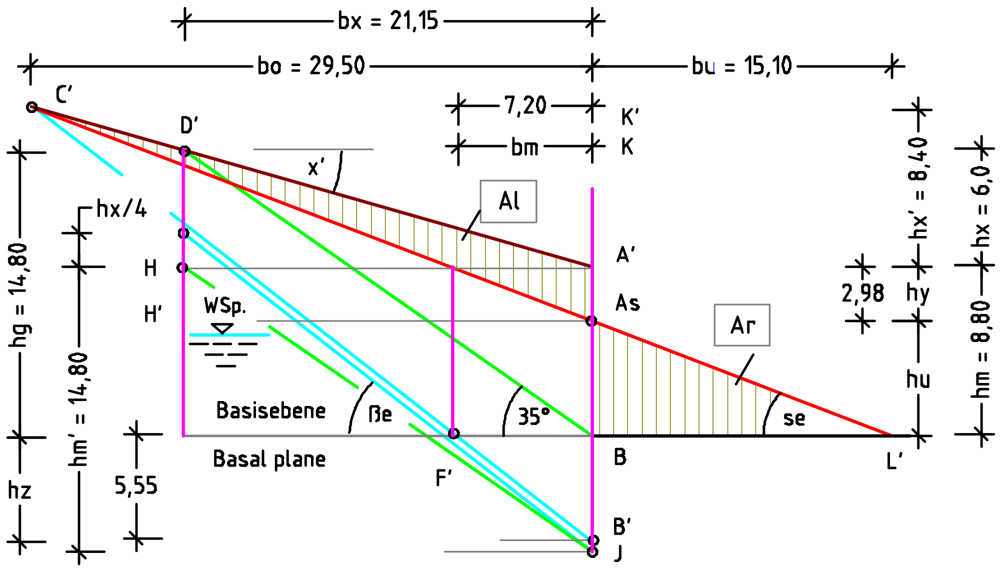


Abb. 94 zeigt die natürliche Scherebene (D'–L), die Scherebene (E–L') unter Auflast und die Fläche (E–D'–A'–A*) des Erdkörpers, der die Auflast bildet.

Für die Berechnung des Neigungswinkels *βe* unter Auflast ist unterhalb der Ebene (H–A') die Höhe *hg* (4.187) als Höhe *hm'* anzutragen und die Höhe (*hm'* plus *hx*/4) durch die Blockbreite *bx* = 21,15 m (4.185) zu dividieren.

Neigungswinkel *βe*

$$\tan \beta e = (hm' + hx/4)\ /bx = (14{,}80 + 6{,}0/4)\ /21{,}15 = 0{,}771 \quad 4.189$$

$$\beta e = 37{,}6° \quad [-] \quad 4.190$$

Scherwinkel *se*

$$\tan se = (\tan \beta e)\ /2 = 0{,}771 = 0{,}385 \quad 4.191$$

$$se = 21{,}1° \quad [-] \quad 4.192$$

Die Lage der Scherebene unter Auflast wird durch die Höhe *hy* bestimmt, wobei diese sich errechnen lässt über den Scherwinkel *se*, den Winkel des Geländeanstiegs *x'* = 15,9° (4.184) sowie die Höhe *hm* = 8,80 m (4.188).

Höhe *hy*

$$hy^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan x')] = (hm - hy)^2 / (2 \cdot \tan se)$$

$$hy^2 / [2 \cdot (0{,}385 - 0{,}284)] = (8{,}80 - hy)^2 / (2 \cdot 0{,}385)$$

$$hy^2 = (8{,}80 - hy)^2 \cdot 0{,}202 / 0{,}770 \qquad hy = \sqrt{0{,}262} \cdot (8{,}80 - hy)$$

$$hy + 0{,}512\ hy - 4{,}51 = 0 \qquad hy = 4{,}51 / 1{,}512 = 2{,}98 \quad \text{m} \quad 4.193$$

Höhe *hu'*

$$hu' = hm - hy = 8{,}80 - 2{,}98 = 5{,}82 \quad \text{m} \quad 4.194$$

Breite *bo*

$$bo = hy / (\tan se - \tan x') =$$

$$bo = 2{,}98 / (0{,}385 - 0{,}284) = 29{,}50 \quad \text{m} \quad 4.195$$

Breite *bu*

$$bu = hu' / \tan se = 5{,}82 / 0{,}385 = 15{,}12 \qquad \text{m} \qquad 4.196$$

Höhe *hx'*

$$hx' = bo \cdot \tan x' = 29{,}50 \cdot 0{,}284 = 8{,}38 \qquad \text{m} \qquad 4.197$$

Höhe *hg'*

$$hg' = bo \cdot \tan \beta e = 29{,}50 \cdot 0{,}771 = 22{,}74 \qquad \text{m} \qquad 4.198$$

Höhe *hz*

$$hz = hg' - hx' - hm = 22{,}74 - 8{,}38 - 8{,}80 = 5{,}56 \qquad \text{m} \qquad 4.199$$

Breite *bm*

$$bm = hz / \tan \beta e = 5{,}56 / 0{,}771 = 7{,}21 \qquad \text{m} \qquad 4.200$$

Fläche *Al*

$$Al = (bo \cdot hy) / 2 = (29{,}5 \cdot 2{,}98) / 2 = 43{,}96 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.201$$

Fläche *Ar*

$$Ar = (bu \cdot hu') / 2 = (15{,}12 \cdot 5{,}82) / 2 = 44{,}0 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.202$$

Die Fläche *Al* = 43,96 m² (4.201) erfasst die Erdmasse, welche auf der Scherebene unter Auflast lagert. Verliert der Boden an der Bezugsachse seinen Halt, gleitet er auf der Scherebene unter dem Winkel *se* = 21,1° (4.192) ab und bildet rechts der Achse einen Erdkörper mit der Fläche *Ar* = 44,0 m² (4.202) aus.

4.4.3 Kraftermittlung gegen eine lotrechte fiktive Wand

Für die Berechnung der Gewichtskraft wird die Berechnungstiefe *a* = 1,00 m vorgegeben. Auf die Ermittlung der Teilkräfte aus der Gewichtskraft wird verzichtet, weil diese entsprechend den Varianten A und B des Abschnitts 4.3.2 erbracht werden kann.

Noch zu ermitteln sind:

Breite *bou*

$$bou = (hm + hz) / \tan \beta e = (8{,}80 + 5{,}55) / 0{,}771 = 18{,}60 \qquad \text{m} \qquad 4.203$$

Fläche *Aou*

$$Aou = bou \cdot (hm + hz) / 2 = 18{,}60 \cdot 14{,}35 / 2 = 133{,}5 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.204$$

Volumen *Vou* → bei der Berechnungstiefe *a* = 1,00 m

$$Vou = Aou \cdot a = 133{,}5 \cdot 1{,}00 = 133{,}5 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.205$$

Gewichtskraft *Ge'*→ mit der Dichte *pnwg* = 1,466 t/m³ (4.178)

$$Ge' = Vou \cdot pnwg \cdot \text{g} = 133{,}5 \cdot 1{,}466 \cdot \text{g} = 1919 \qquad \text{kN} \qquad 4.206$$

Kraftzahl *gin*

$$gin = bou \cdot a \cdot ptg \cdot \text{g} / 2$$

$$gin = 18{,}60 \cdot 1{,}00 \cdot 1{,}466 \cdot 9{,}807 / 2 = 133{,}7 \qquad \text{kN/dm}^2 \qquad 4.207$$

Die errechneten Maße sind maßstabsgerecht dargestellt in der Abb. 95.

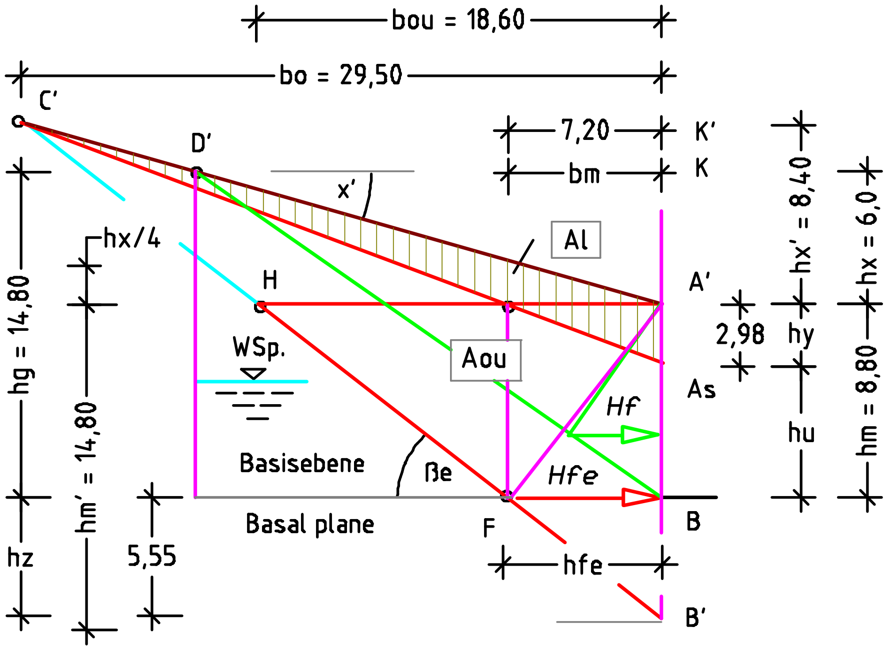


Abb. 95 zeigt die Fläche *Aou* (H–A'–B'), welche für die Kraftermittlung maßgebend wird, wenn der Boden durch die Wand (A'–B') gehalten wird.

Fazit zu 4.4:

Zur Ermittlung des Neigungs- und des Scherwinkels unter Auflast sind bei Schichtungen unterschiedlicher Böden deren Volumina über die Bodenkenngrößen der untersten Schicht an das Volumen der untersten Schicht anzupassen. Diese Anpassung lässt einen fiktiver Erdkörper entstehen, der nach der Kraftermittlung über die Bodenkenngrößen der untersten Schicht wieder zurückgeführt werden kann. Bei einem Erdkörper mit geneigter Oberfläche wandelt sich der Anstiegswinkel der Geländeebene von *x* nach *x'*, siehe Abb. 93.

Der Neigungswinkel *βe* unter Auflast kann errechnet werden, wenn zunächst auf der Bezugsachse in dem Ansatzpunkt A' der geneigten Oberfläche eine horizontale Ebene (H–A') angelegt und unterhalb dieser Ebene ein Erdblock gestellt wird. Die Blockhöhe *hm'* kann ermittelt werden über die Breite *bx* und den natürlichen Neigungswinkel der untersten Bodenschicht. In diesem Fall, d. h. bei aufsteigender Geländeebene, ist auf die Blockhöhe *hm'* im Abstand der Breite *bx* von der Bezugsachse aus, die Höhe *hx*/4 anzusetzen, so dass dort die Höhe *hm'* + *hx*/4 entsteht. Die Höhe *hx* stellt auf der Bezugsachse den Abstand zwischen den Punkten K und A' dar. Der Tangens des Neigungswinkels *βe* unter Auflast ergibt sich aus dem Ansatz tan *βe* = (*hm'* + *hx*/4) /*bx*. Über diesen Winkel lassen sich alle weiteren Maße des Erdkörpers errechnen.

4.5 Abgleiten von Böden auf geneigter/ebener Felsschicht, Versuch 10

Um das Verhalten von Böden zu erkunden, wenn diese auf einer geneigten Basisebene (Felsschicht) lagern, ihren Halt an der imaginären Wand (Bezugsachse) verlieren und abgleiten, wurde die Versuchsanordnung 10 angelegt.

Bereits in dem Unterkapitel 2.4.1 wurde dargestellt, dass vertikal auf einen Erdkörper aufgetragene Kräfte in horizontale Kräfte umgelenkt werden, wenn der Erdkörper auf einer festen Unterlage steht, siehe Abb. 23 bis 25, S. 48ff. (Probekörper unter Druckausübung). Ergänzend zeigen die Versuche 9.2 und 9.3 auf, dass Horizontalkräfte in einem Erdkörper zusätzlich entstehen, wenn der anstehende Erdkörper mit geneigter Oberfläche in einen Erdblock und einen darüberliegenden Erdkeil zu unterteilen ist, siehe auch Abschnitt 4.3.3.

Für die Versuchsanordnung wurde ein trockenes Lehm-Sand-Gemisch in einem Bottich gemischt, danach in die linke Kammer des Glaskastens auf eine Holzrampe bis zur Füllhöhe h = 2,26 dm eingefüllt und die Oberfläche geebnet. Diese Holzrampe soll die Aufgabe einer geneigten Felsschicht übernehmen. Links an der Kammerwand wurde die Rampenhöhe huu = 1,00 dm und an der trennenden Glasscheibe die Höhe hs = 0,12 dm gemessen. Die Grundfläche der Rampe Ak_1 = 7,08 dm² (3.33) ist über die Breite bk_1 = 2,44 dm und die Tiefe a = 2,90 dm errechnet worden, siehe Abschnitt 3.1.1, S. 59ff.

Abb. 96 zeigt den Glaskasten mit dem eingebauten Holzkeil, dessen Oberfläche einer Felsschicht entsprechen soll.

Für das Gemisch wurde Sand mit dem Volumen V_a = 10,00 dm³ und der Dichte ptg_a = 1,645 kg/dm³ sowie Lehm mit dem Volumen V_b = 2,00 dm³ und der Dichte ptg_b = 1,175 kg/dm³ vermengt. Über das Gesamtvolumen $V_1 = V_a + V_b$ = 12,00 dm³ sowie über die Dichten von Sand und Lehm werden nachstehend alle weiteren Eigenschaften des Gemischs errechnet.

Berechnung der Bodeneigenschaften

Hierzu werden übernommen:

Sand	Lehm
Volumen V_a = 10,0 dm³	Volumen V_b = 2,00 dm³
Dichte ptg_a = 1,645 kg/dm³	Dichte ptg_b = 1,175 kg/dm³
Fläche Ak_1 = 7,08 dm² (3.33)	Füllhöhe h = 2,26 dm
Mittlere Rampenhöhe hm = (1,00 + 0,12) / 2 = 0,56 dm	

Es werden berechnet:

Füllvolumen V

$$V = Ak_1 \cdot (h - hm) = 7{,}08 \cdot (2{,}26 - 0{,}56) = 12{,}00 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.208$$

Feststoffvolumen Vf_a des Sandes

$$Vf_a = Vf_{90} \cdot ptg_a/p_{90} = 1{,}0 \cdot 1{,}645/3{,}0 = 0{,}548 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.209$$

Porenvolumen Vl_a des Sandes

$$Vl_a = Vp - Vf_a = 1{,}000 - 0{,}548 = 0{,}452 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.210$$

Feststoffvolumen Vf_b des Lehms

$$Vf_b = Vf_{90} \cdot ptg_b/p_{90} = 1{,}0 \cdot 1{,}175/3{,}0 = 0{,}392 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.211$$

Porenvolumen Vl_b des Lehms

$$Vl_b = Vp - Vf_b = 1{,}000 - 0{,}392 = 0{,}608 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.212$$

Feststoffvolumen Vf_1 (Gemisch)

$$Vf_1 = (V_a \cdot Vf_a + V_b \cdot Vf_b) / (V_a + V_b)$$

$$Vf_1 = (10{,}0 \cdot 0{,}548 + 2{,}0 \cdot 0{,}392) / 12{,}0 = 0{,}522 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.213$$

Porenvolumen Vl_1 (Gemisch)

$$Vl_1 = Vp - Vf_1 = 1{,}000 - 0{,}522 = 0{,}478 \quad \text{dm}^3 \qquad 4.214$$

Trockendichte ptg_1 (Gemisch)

$$ptg_1 = Vf_1 \cdot p_{90}/Vf_{90} = 0{,}522 \cdot 3{,}00/1 = 1{,}566 \quad \text{kg/dm}^3 \qquad 4.215$$

Neigungswinkel βt (Gemisch)

$$\tan \beta t = Vf_1/Vl_1 = 0{,}522/0{,}478 = 1{,}092 \qquad 4.216$$

$$\beta t = 47{,}5° \quad [-] \qquad 4.217$$

Scherwinkel st

$$\tan st = (\tan \beta_1) / 2 = 1{,}092/2 = 0{,}546 \qquad 4.218$$

$$st = 28{,}6° \quad [-] \qquad 4.219$$

Ergebnis:

Das trockene Gemisch hat die folgenden Eigenschaften:

Sand-Lehm-Gemisch	
Feststoffvolum. Vf_1 = 0,522 dm³ (4.213)	Volumen V = 12,0 dm³
Porenvolumen Vl_1 = 0,478 dm³ (4.214)	Neigungsw. βt = 47,5° (4.217)
Dichte ptg_1 = 1,566 kg/dm³ (4.215)	Scherwinkel st = 28,6° (4.219)

Berechnung des Erdkörpers

Bekannt sind für die weiteren Berechnungen das Volumen V = 12,00 dm³ (4.208), die Grundfläche Ak_I = 7,08 dm² (3.33) und die Füllhöhe h = 2,26 dm. Nach dem Ziehen der Glasscheibe und dem Abgleiten des Bodens bildeten sich links und rechts der Bezugsachse unterschiedliche Scherebenen aus.

Abb. 97 zeigt nach dem Abgleiten des Gemisches einen Böschungsverlauf an zwei ungleichen Scherwinkeln.

Links begann die obere Scherebene an der Füllhöhe h = 2,26 dm und führte über die Breite bl = 0,49 dm bis zur Bezugsachse, wo sie die Höhe hmu = 1,06 dm einnahm. Die rechte Scherebene setzte an der Höhe hmu an und endete an dem Glasboden in dem Abstand der Breite br = 0,22 dm zur rechten Behälterwand. Da sich bisher geradlinige Scherebenen bei den Experimenten eingestellt haben, wird der Ursache dieser Abweichung nachgegangen. Hierzu wird in der rechten Kammer der Behälterboden fiktiv um den Höhenversatz der Rampe hs = 0,12 dm angehoben und die Lage der natürlichen Scherebene errechnet.

Maße des liegenden Erdkeils und der Rampe:	
Volumen V = 12,0 dm³	Fläche Ak_I = 7,08 dm²
Füllhöhe h = 2,26 dm	Tiefe a = 2,90 dm
Höhe huu = 1,00 dm	Breite bk_I = 2,44 dm
Höhe hs = 0,12 dm	Breite bl = 0,49 dm
Höhe hmu = 1,06 dm	Breite br = 0,22 dm

Es werden berechnet:

Fläche A

$$A = V/a = 12{,}0/2{,}90 = 4{,}14 \quad \text{dm}^2 \qquad 4.220$$

Höhe hb

$$hb = h - hs = 2{,}26 - 0{,}12 = 2{,}14 \quad \text{dm} \qquad 4.221$$

Breite bo' $\rightarrow$ mit tan βt = 1,092 (4.216)

$$bo' = hb / \tan \beta t = 2{,}14/1{,}092 = 1{,}96 \quad \text{dm} \qquad 4.222$$

Breite *bl'*

$bl' = bk_1 - bo' = 2{,}44 - 1{,}96 = 0{,}48$ dm 4.223

Höhe $ho' = hmu'$ → mit tan $st = 0{,}546$ (4.218)

$ho' = bo' \cdot \tan st = 1{,}96 \cdot 0{,}546 = 1{,}07$ dm 4.224

Breite *bu'*

$bu' = ho' / \tan s_1 = 1{,}07/0{,}546 = 1{,}96$ dm 4.225

Breite *brr*

$brr = bk_1 - bu' = 2{,}44 - 1{,}96 = 0{,}48$ dm 4.226

Fläche *Az* → der Rampe, reduziert um die Höhe $hs = 0{,}12$ dm.

$Az = (huu' - hs) \cdot bk_1 /2$

$Az = (1{,}00 - 0{,}12) \cdot 2{,}44/2 = 1{,}074$ dm² 4.227

Fläche *AA'* → des Erdkörpers nach dem Abgleiten des Gemischs.

$AA' = hp \cdot bl' + (hp + hmu') \cdot bo'/2 + hmu' \cdot bu'/2 - Az$

$AA' = 2{,}14 \cdot 0{,}48 + (2{,}14 + 1{,}07) \cdot 1{,}96/2 + 1{,}07 \cdot 1{,}96/2 - Az$

$AA' = 1{,}027 + 3{,}146 + 1{,}049 - 1{,}074 = 4{,}15$ dm² 4.228

Ergebnis:

Aus der Flächengleichheit A = 4,14 dm² (4.220) und AA = 4,15 dm² (4.228) kann abgeleitet werden, dass die in die linke Kammer des Glaskastens eingestellte Holzrampe weder das Abgleiten des Füllgutes noch die Ausbildung der natürlichen Scherebene in dem trockenen Lehm-Sand-Gemisch beeinflusst.

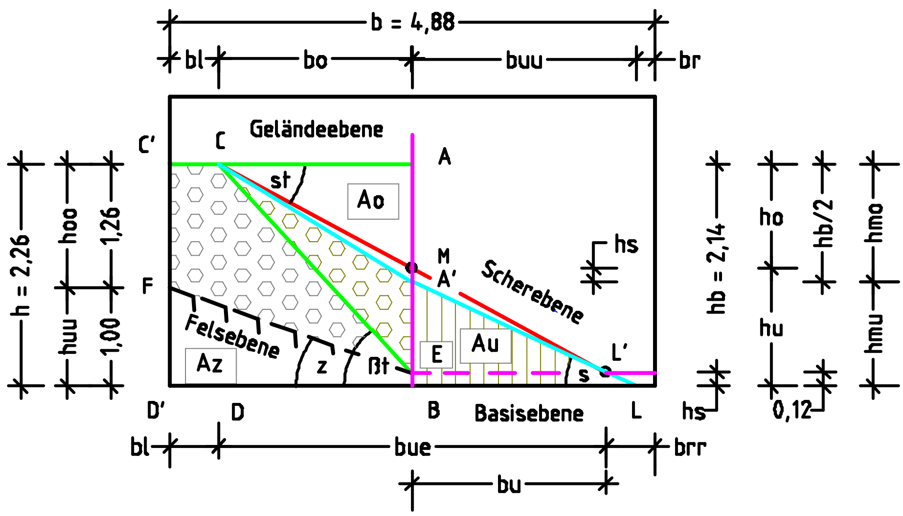


Abb. 98 zeigt die konkave Ebene (cyan) und darüber die Scherebene des Gemischs (rot), die sich ohne die Höhendifferenz *hb* eingestellt hätte.

Nach den Berechnungen steht die in der Abb. 98 erkennbare konkave Scherebene in einem ursächlichen Zusammenhang mit dem Höhenversatz zwischen der Holzrampe und den Glasboden der rechten Kammer. Ohne diese Versatz-

höhe *hs* hätte sich auch hier eine lineare Scherebene (rot) ausbildet, vergleiche Abb. 96 und Abb. 97 mit Abb. 98.
Da bei der Bewegung von Erdmassen kein Unterschied gesehen wird, ob diese auf einer Holzrampe oder einer geneigten Felsschicht abgleiten, können die durch die Versuchsanordnung 10 gewonnenen Erkenntnisse übertragen werden auf die Bewegungen von Böden auf einer geneigter Felsschicht. Siehe hierzu die folgenden Berechnungsbeispiele sowie die Abb. 99 bis 101.

4.6 Abgleiten von Böden auf durchgehend geneigter Felsschicht

Die Versuche zeigen bisher, dass Erdmassen, die ihren Halt an einer Bezugsachse verlieren, so lange in Bewegung bleiben, bis sich deren Kräfte im Erdreich wieder angeglichen haben. Zur Vertiefung des Themas ‚Abgleiten bzw. Rutschen von Böden' werden weitere Beispiele vorgestellt.

Beispiel 1: Hier soll der Boden auf einer geneigten Ebene lagern, auf eine horizontale Ebene (B–L') abgleiten und sich auf dieser Ebene stabilisieren.

Beispiel 2: Der Boden auf einer geneigten Felsebene soll in Bewegung geraten, auf der geneigten Felsebene abgleiten und seinen neuen Halt finden.

Beispiel 3: Es soll dem Bodenverhalten nachgegangen werden, wenn Boden mit Auflast auf einer geneigten Felsebene abgleitet. Übertragen sollen hierzu die Abmessungen des Erdkörpers aus dem Unterkapitel 4.5.

Berechnung zum Beispiel 1

Für dieses Beispiel werden übernommen: das Bodenvolumen V = 12,0 dm³ (4.208), die Fläche A = 4,14 dm² (4,220), die Berechnungshöhe $hb = h - hb$ = 2,14 dm (4.221) und der Scherwinkel st = 28,6° (4.219). Der Anstiegswinkel z des Felsgesteins soll der Neigung der Holzrampe entsprechen.

Anstiegswinkel z

$$\tan z = (hub - hs) / bk_1 = (1{,}00 - 0{,}12) / 2{,}44 = 0{,}361 \qquad 4.229$$

$$z = 19{,}8° \qquad [-] \qquad 4.230$$

Beim Abgleiten des Bodens bleibt eine Auflockerung unberücksichtigt. Die Lage des Erdkörpers auf der geneigten Basisebene wird errechnet.

Diagonale fs → Strecke (B–E), siehe Abb. 99.

$$fs = hb \cdot \cos st / 2 = 0{,}878 \cdot 2{,}14/2 = 0{,}94 \qquad \text{m} \qquad 4.231$$

Länge *fr* → der Scherebene

$$fr = bu \cdot \cos st = 1{,}96 \cdot 0{,}878 = 1{,}72 \qquad \text{m} \qquad 4.232$$

Länge *fl* → der Scherebene

$$fl = hb / \sin st - fr = 2{,}14/0{,}479 - 1{,}72 = 2{,}75 \qquad \text{m} \qquad 4.233$$

Ergebnis zum Beispiel 1: Die Maße sind dargestellt in der Abb. 99.

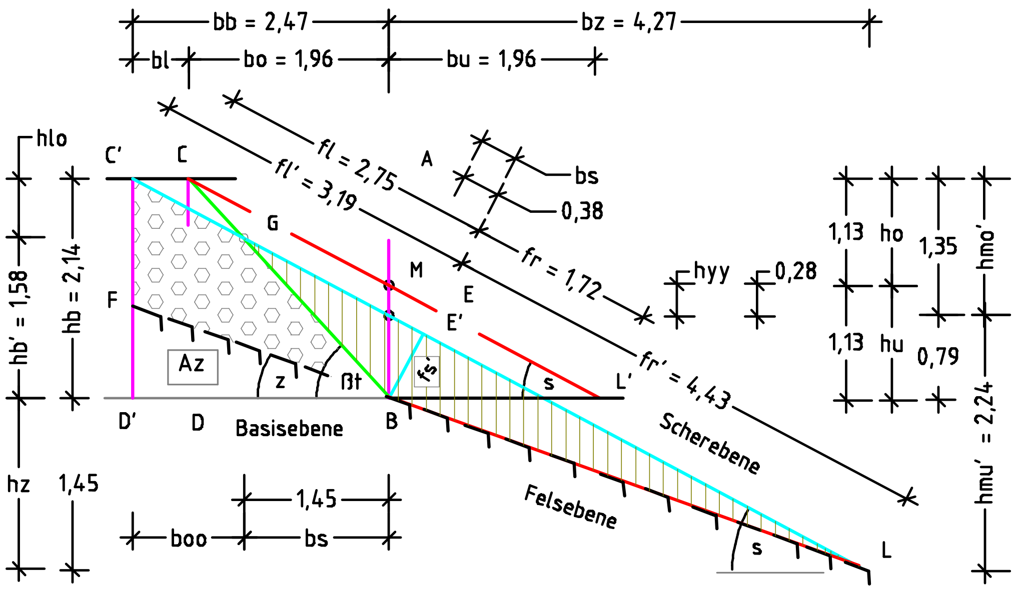


Abb. 99 zeigt die Absenkung der Scherebene
infolge der durchgehend geneigten Felsschicht.

Berechnung zum Beispiel 2

Es wird dem Boden nachgegangen, der links der Bezugsachse anstatt auf eine horizontale Ebene auf die geneigte Felsschicht abgleitet. Vorgegeben wird der Winkel der geneigte Felsschicht mit z = 13,0°. Zu berechnen sind die Absenkung der ‚Scherebene unter Auflast' um die Höhe *hyy* und die Bodenverteilung nach dem Abgleiten des Erdreichs auf der geneigten Felsebene.

Wie aus der Abb. 99 hervorgeht, werden größere Erdmengen als in dem Beispiel 1 in Bewegung geraten und die natürliche Scherebene um die Höhe *hyy* absenken. Die Höhe *hyy* lässt sich errechnen über die Höhe $ho = hb/2$ = 1,07 dm (4.221), den Scherwinkel st = 28,6° (4.219) sowie den Winkel des Felsanstiegs z = 19,8° (4.230).

Höhe *hyy*

$$(ho + hyy)^2 / \tan st = (hu - hyy)^2 / (\tan st - \tan z)$$

$$(1{,}07 + hyy)^2 / 0{,}546 = (1{,}07 - hyy)^2 / (0{,}545 - 0{,}361)$$

$$(1{,}07 + hyy) = (1{,}07 - hyy) \cdot \sqrt{0{,}546/0{,}185}$$

$$hyy = 0{,}77 / 2{,}72 = 0{,}28 \qquad \text{dm} \qquad 4.234$$

Höhe *hmo'*

$$hmo' = hmo + hyy) = 1{,}07 + 0{,}28 = 1{,}35 \qquad \text{dm} \qquad 4.235$$

Höhe *hu'*

$$hu' = hu - hyy = 1{,}07 - 0{,}28 = 0{,}79 \qquad \text{dm} \qquad 4.236$$

Breite *bb*

$$bb = hmo' / \tan st = 1{,}35/0{,}546 = 2{,}47 \qquad \text{dm} \qquad 4.237$$

Breite *bz* → mit Winkel $z = 19{,}8°$ (4.181)

$$bz = hu' / (\tan st - \tan z)$$

$$bz = 0{,}79 / (0{,}546 - 0{,}361) = 4{,}27 \qquad \text{dm} \qquad 4.238$$

Höhe *hz* → mit Winkel $z = 19{,}8°$ (4.230)

$$hz = bz \cdot \sin z = 4{,}27 \cdot 0{,}361 = 1{,}54 \qquad \text{dm} \qquad 4.239$$

Höhe *hmu'*

$$hmu' = hu' + hz = 0{,}79 + 1{,}54 = 2{,}33 \qquad \text{dm} \qquad 4.240$$

Höhe *hb'*

$$hb' = hu' / (\tan \beta t / \tan st) = 0{,}79 \cdot 2 = 1{,}58 \qquad \text{dm} \qquad 4.241$$

Breite *bs*

$$bs = hb' / \tan \beta t = 1{,}58/1{,}092 = 1{,}45 \qquad \text{dm} \qquad 4.242$$

Fläche *Aoo*

$$Aoo = bb \cdot hmo'/2 = 2{,}47 \cdot 1{,}35 /2 = 1{,}67 \qquad \text{dm}^2 \qquad 4.243$$

Fläche *Auu*

$$Auu = bz \cdot hu'/2 = 4{,}27 \cdot 0{,}79 /2 = 1{,}68 \qquad \text{dm}^2 \qquad 4.244$$

Diagonale *fs'* → Strecke (B–E'), siehe Abb. 99.

$$fs' = hu' \cdot \cos st = 0{,}79 \cdot 0{,}878 = 0{,}69 \qquad \text{dm} \qquad 4.245$$

Breite *bs*

$$bs = hu' \cdot \sin st = 0{,}79 \cdot 0{,}479 = 0{,}38 \qquad \text{dm} \qquad 4.246$$

Länge *fr'* → der Scherebene unter dem Winkel $st = 28{,}6°$ (4.219).

$$fr' = bz / \cos st - bs = 4{,}27 / 0{,}878 - 0{,}38 = 4{,}48 \qquad \text{dm} \qquad 4.247$$

Länge *fl'* → der Scherebene

$$fl' = bb / \cos st + bs = 2{,}47 / 0{,}878 + 0{,}38 = 3{,}19 \qquad \text{dm} \qquad 4.248$$

Ergebnis zum Beispiel 2:

Wie vor, sind die errechneten Maße in die Abb. 99 eingezeichnet. Die Berechnung offenbart, dass der Scherwinkel gleich bleibt, egal ob der Boden nach dem Beispiel 1 auf horizontaler Ebene abgleitet oder wie in diesem Beispiel, sich auf einer durchgehend geneigten Felsschicht abstützen muss. Um zwischen dem abgeglittenen Boden links der Bezugsachse und dem aufgestauten Boden rechts die Flächengleichheit *Aoo* = *Auu* herstellen zu können, war die natürliche Scherebene um die Höhe *hyy* = 0,28 dm (4.234) abzusenken.

Berechnung zum Beispiel 3

Es wird wie vor das Abgleiten von Erdmassen auf einer durchgehend geneigten Felsschicht berechnet, wobei der Boden mit einer Auflast vorbelastet sein soll. Zur Verkürzung der Berechnung wird das Beispiel mit den unterschiedlichen Bodenarten gewählt und mit dessen Vorgaben die Ermittlung der Bodenbewegung geführt, siehe Unterkapitel 4.4, S. 131.

Aus Unterkapitel werden übertragen:

Scherwinkel *se* = 21,1° (4.192)	Höhe *hx* = 6,00 m (4.186)
Winkel *x'* = 15,9° (4.184)	Höhe *hg* = 14,80 m (4.187)
Breite *bx* = 21,15 m (4.185)	Höhe *hm* = 8,80 m (4.188)

Die Höhe *hyy* wird berechnet über die Höhe *hm*, den Scherwinkel *se* = 21,1° (4.143), den Anstiegswinkel *x'* = 15,9° der geneigten Oberfläche sowie den Winkel des Felsanstiegs *z* = 13,0° mit tan *z* = 0,231.

Höhe *hyy*

$$hyy^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan x')] = (hm - hyy)^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan z)]$$

$$hyy^2 / [\,2 \cdot (0{,}385 - 0{,}284)] = (8{,}80 - hyy)^2 / [2 \cdot (0{,}385 - 0{,}231)]$$

$$hyy^2 = (8{,}80 - hyy)^2 \cdot 0{,}202 / 0{,}308$$

$$hyy = \sqrt{0{,}656} \cdot (8{,}80 - hyy) \qquad hyy + 0{,}810\, hyy - 7{,}127 = 0$$

$$hyy = 7{,}127/1{,}81 = 3{,}94 \qquad \text{m} \qquad 4.249$$

Die nachstehende Abbildung entspricht der Abb. 99, jedoch ist hier bereits die neue Lage der Scherebene eingezeichnet.

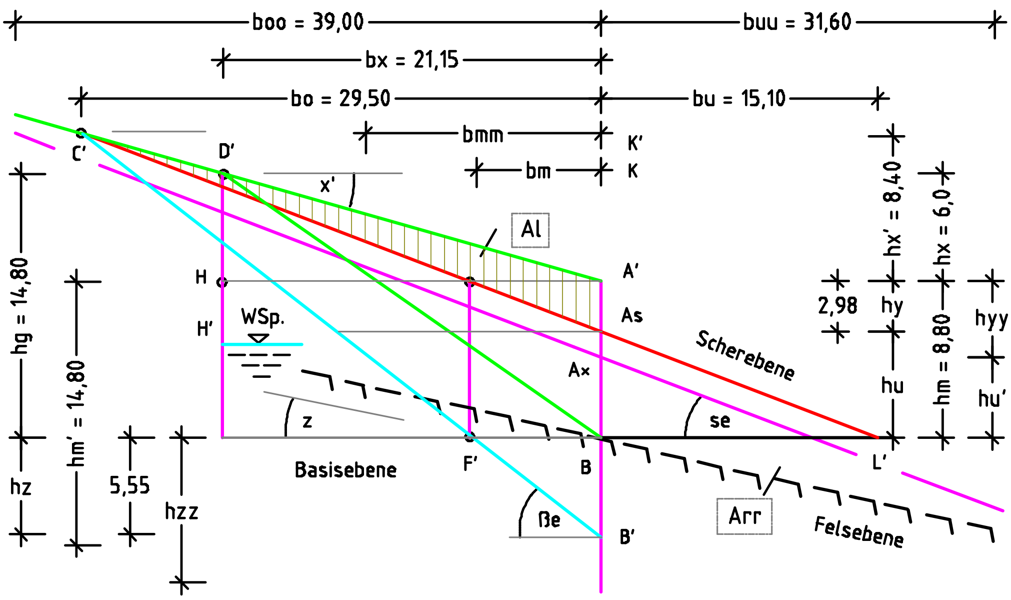


Abb. 100 zeigt eine weitere Absenkung der Scherebene infolge der Bodenverteilung auf einer durchgehend geneigten Felsschicht.

Höhe hu'

$$hu' = hm - hyy = 8{,}80 - 3{,}94 = 4{,}86 \qquad \text{m} \qquad 4.250$$

Breite boo

$$boo = hyy \,/\, (\tan se - \tan x') =$$

$$boo = 3{,}94 \,/\, (0{,}385 - 0{,}284) = 39{,}0 \qquad \text{m} \qquad 4.251$$

Breite buu

$$buu = hu' / \tan se = 4{,}86 \,/\, (0{,}385 - 0{,}231) = 31{,}6 \qquad \text{m} \qquad 4.252$$

Höhe hxx

$$hxx = boo \cdot \tan x' = 39{,}0 \cdot 0{,}284 \sim 11{,}0 \qquad \text{m} \qquad 4.253$$

Höhe hgg

$$hgg = boo \cdot \tan \beta e = 39{,}0 \cdot 0{,}771 \sim 30{,}0 \qquad \text{m} \qquad 4.254$$

Höhe hzz

$$hzz = hgg - hxx - hm = 30{,}0 - 11{,}0 - 8{,}80 = 10{,}2 \qquad \text{m} \qquad 4.255$$

Breite bmm

$$bmm = hzz \,/\, \tan \beta e = 10{,}2 \,/ 0{,}771 = 13{,}20 \qquad \text{dm} \qquad 4.256$$

Fläche Al

$$Al = (boo \cdot hyy) /2 = (39{,}0 \cdot 3{,}94) /2 = 76{,}8 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.257$$

Fläche Ar

$$Ar = (buu \cdot hu') /2 = (31{,}6 \cdot 4{,}86) /2 = 76{,}8 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.258$$

Die Fläche Al = 76,8 m² (4.257) erfasst die Erdmasse, welche auf der Scherebene unter Auflast lagert. Verliert der Boden an der Bezugsachse seinen Halt, gleitet er auf der Scherebene unter dem Winkel se = 21,1° (4.192) ab und bildet rechts der Achse einen Erdkeil mit der Fläche Ar = 76,8 m² (4.258) aus.

Ergebnis zum Beispiel 3:

Die weitere Absenkung der Scherebene unter Auflast bewirkt zudem, dass sich die Breite bm = 7,21 m (4.200) auf die Breite bmm = 13,20 m (4.256) vergrößert und damit die horizontale Kraft Hfe in der geneigten Felsebene gegen die Bezugsachse steigert, d. h. einen Erdrutsch erheblich fördert, siehe Abb. 101. Die Versuchsanordnungen 9.2 und 9.3 und die gezeigten Beispiele lassen erkennen, dass das Abgleiten von Erdmassen aus einem Hang mannigfachen Bedingungen unterliegt, wie wechselnde Bodeneigenschaften, horizontale und geneigte Oberflächen, horizontale und geneigte Basisebenen sowie durchgehend geneigte Basisebenen (Felsschichten). Die Beispiele zeigen aber auch, dass sich nach neuer Erddruck-Theorie die Erdbewegungen innerhalb eines Hanges bzw. auch Erdrutsche errechnen lassen. Zum weiteren Beleg dieser These wird der Ursache nachgegangen, die zum Bergrutsch in Nachterstedt geführt haben könnte, siehe Unterkapitel 5.2.

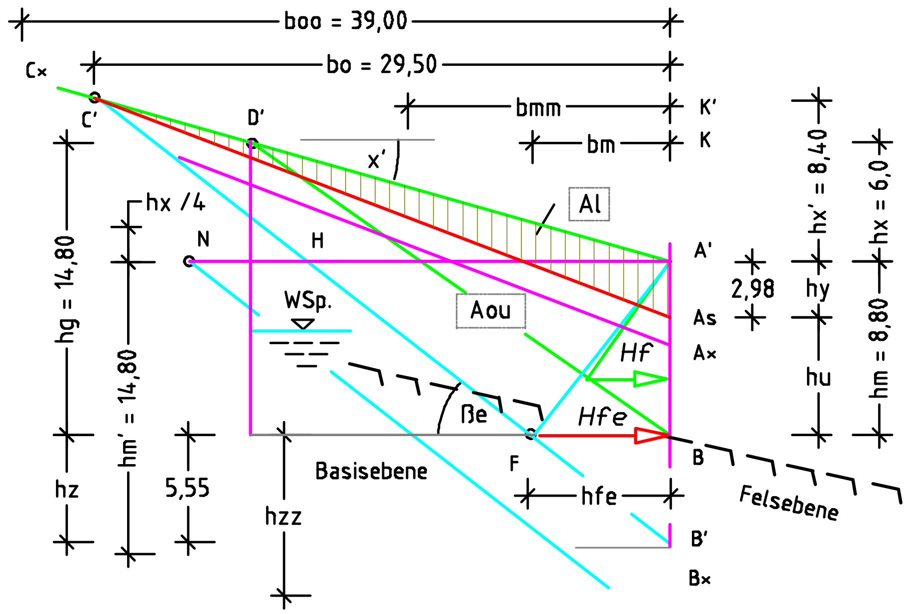


Abb. 101 zeigt die Kraftfläche (H–A'–B') der Abb. 91 und deren Vergrößerung (N–A'–B*) infolge der weiteren Absenkung der Scherebene.

4.7 Erddruck auf erdverlegte Rohrleitungen und Tunnelstrecken

Um die Belastung erdverlegter Rohre oder Tunnelstrecken ermitteln zu können, empfiehlt es sich, ein Koordinatensystem zu wählen und in jeden Quadranten einen Erdblock mit der Fläche $A = bo \cdot h = 100$ m² einzufügen. Stell man in das Zentrum des Systems das zu berechnende Bauwerk, so lassen sich bei der Berechnungstiefe $a = 1{,}00$ m die maximalen Kräfte gegen den Baukörper über die Kraftfeldgröße von 400 m² ermitteln, siehe Unterkapitel 2.2, Abb. 3 (Bildmitte). Da das Höhen-/Seiten-Verhältnis h/bo der Erdblöcke auch dem Tangens des Neigungswinkels entspricht, kann die Ansichtsfläche A des Blocks über die Neigungsebene in aktive und reaktive Kraftbereiche unterteilt werden, siehe Unterkapitel 4.2.

In der nachstehenden Abbildung werden ein Rohr in das Kraftzentrum eingefügt und die Kräfte auf das Rohr durch Pfeile angezeigt. Hieraus lässt sich ableiten, dass das Rohr über die Kraftfläche (A–D'–D) belastet wird und der Kraftabtrag in dem Erdreich über die Fläche (D–D'–B) erfolgt. Damit hat die horizontale Koordinatenachse (D–D') die Erdlast aus den beiden 50 m² großen Erdkeilen der oberen Erdblöcke zu übernehmen. Füllt der Rohr- oder Tunneldurchmesser den Abstand (E–F') bzw. (E'–F) nicht aus, hat das belastete Bauwerk nur die Kräfte aus den Erdkeilen aufzunehmen und über die Wandungen zu transportieren, die der von ihr verdrängte Boden hätte abtragen müssen.

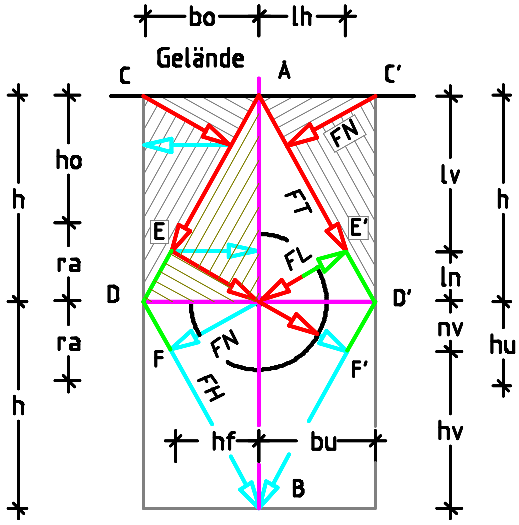


Abb. 102 zeigt das Koordinatenkreuz, das Rohr und die vier Quadranten.

Unterhalb der Koordinatenachse (D–D') sind die Kräfte der Erdlast und des Bauwerks, bestehend aus Eigengewicht, Innenausbau und Verkehrslasten, über die Kraftfläche (D–D'–B) abzutragen. Überschreitet der Bauwerksdurchmesser das Abstandsmaß (E–F'), so vergrößert sich die Kraftfläche über das maximal zulässige Maß hinaus. Diese Überlastung des Baugrunds kann zu einer Setzung des Bauwerks führen, siehe Abschnitt 4.2.3.

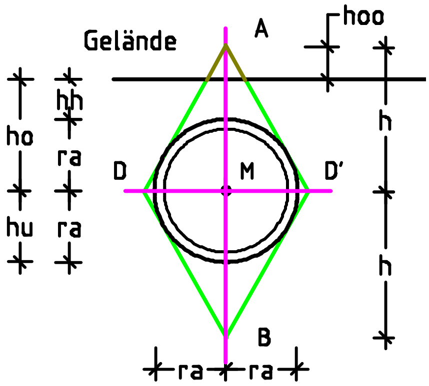


Abb. 103

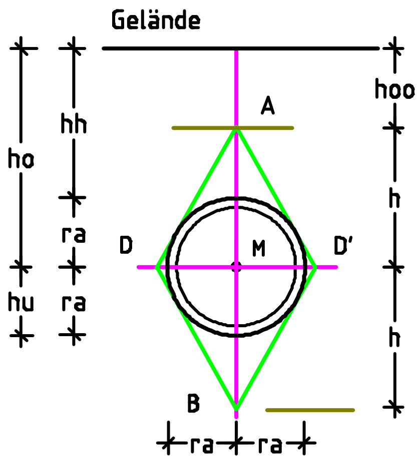


Abb. 104

Abb. 103 zeigt eine Minimierung der belastenden Keilfläche.
Abb. 104 zeigt die Absenkung der Keilfläche um die Höhe *hoo*.

Der Abstand der natürlichen Kraftfläche zur Geländeebene kann zudem beeinflusst werden durch die Höhe *hoo*, siehe Abb. 103 und 104. Wird die Höhe *h* des Kraftfelds (A–D'–D) der maximalen Erdbelastung durch die Höhe *hoo* gemindert, reduziert sich auch die Bauwerksbelastung. Setzt hingegen die Höhe *hoo* oberhalb der Höhe *h* an, belasten die Kräfte aus dieser Erdschicht das

Bauwerk nicht, da sie über die Neigungsebenen seitlich an dem Rohr- oder Tunnelquerschnitt vorbeigeführt werden. Wie bisher in den Rohrstatiken dargestellt, können bei oberflächennah verlegten Kanälen zusätzliche Kräfte aus Auf- oder Verkehrslasten anfallen.

In Hinblick auf die „Umfrage zum Zustand der Kanalisation in Deutschland“ [2], derzufolge ein Großteil des errechneten jährlichen Sanierungsbedarfs im Kanalbau zurückzuführen ist auf Achsverschiebungen und Unterbögen in den Leitungen, auf Rohrrisse und Rohrbrüche, abgetrennte Hausanschlussleitungen und ‚Spurrillen’ im Straßenbelag, wurde die Versuchsreihe 11 durchgeführt. Für dieses Experiment wurde in den Glaskasten anstatt eines leicht formbaren Bodens Industriewatte in einer Schichthöhe von 1,0 dm eingebaut. Hiernach wurde die trennende Glasscheibe in den Behälter eingestellt und von links durch ein Brett (Länge = 2,44 dm; Breite = 1,0 dm) so arretiert, dass links und rechts des Bretts Basaltgrus und in die rechte Kammer weiter Watte eingebaut werden konnte. Nach dem Erreichen einer ca. 0,8 dm hohen Basaltschicht in der linken Kammer wurde das Brett entfernt und es wurden Basaltgrus und Watte bis zur Oberkante des Kastens eingefüllt. Nach dem Ziehen der trennenden Glasscheibe breitete sich der Basaltgrus in die Randbereiche der Watte aus.

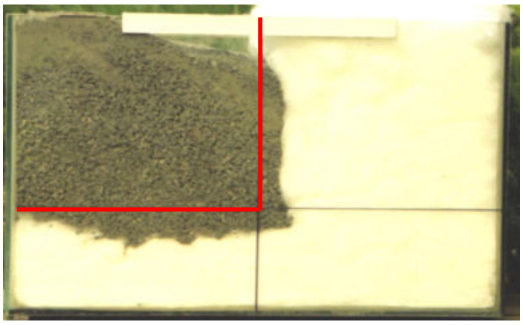


Abb. 105 zeigt das Modell ungleicher Bodenarten im Kanalgraben.

Der Versuch zeigt, dass ein anstehender Boden mit geringer Dichte durch eine Grabenverfüllung mit höherer Dichte an den Grabenwänden sowie an der Grabensohle verdrängt werden kann. Da Erdbewegungen an den Nahtstellen zweier unterschiedlicher Böden nach neuer Erddruck-Theorie errechenbar sind, ließen sich die bekannten Schäden an Leitungen vermeiden, wenn die derzeitigen Vorgaben zur Rohrstatik diesen Erkenntnissen angepasst würden.

Ermittlung der Erdkräfte auf ein verlegtes Rohr DN 1800 Sb

Errechnet werden die Kräfte gegen das Rohr DN 1800 Sb, welches in einem offenen Graben auf ‚steiniger Erde' mit der Bettungshöhe *hb* = 0,22 m verlegt werden soll, wobei der Graben nach der Rohrverlegung mit dem gleichen Material verfüllt werden soll. Als Sohltiefe wird *hs* = 5,00 m vorgegeben. Die ‚steinige Erde' soll die Feuchtdichte *pig* = 1,992 t/m³ besitzen und den Neigungswinkel *βi* = 58,0° ausbilden. Über die Rohrnennweite DN 1800 (*di* = 1,80 m), die Wanddicke *s* = 0,18 m und die Dicke der Verbautafeln *vd* = 0,12 m sind zunächst die Grabenabmessungen und hiernach die Kraftfelder sowie die Erdkräfte gegen das Rohr zu ermitteln. Die Auflasten aus Verkehr bleiben bei diesem Beispiel unberücksichtigt.

Die vorgegebenen Maße sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst:

Graben	Rohr DN 1800 mm
Sohltiefe *hs* = 5,00 m Bettungshöhe *hb* = 0,22 m Verbaudicke *vd* = 0,12 m	Innendurchmesser *di* = 1,80 m Außendurchmesser *da* = 2,16 m Rohrwanddicke *s* = 0,18 m
Dichte *pig* = 1,992 t/m³	Neigungswinkel *βi* = 58,0°

Über die Nennweite des Rohrs können die Grabentiefe *hg* = *hs* + *s* + *hb* sowie die Grabenbreite errechnet werden, wobei die Breite *bg* sich addiert aus dem Rohr-Außendurchmesser *da*, zwei Arbeitsräumen *ar* = 0,50 m und zwei Verbaudicken *vd*, also *bg* = *da* + 2 · (*ar* + *vd*). Der halbe Außendurchmesser *da* wird durch die Höhe *ra* angezeigt, so dass die Erdblockhöhe bzw. Berechnungshöhe ermittelt werden kann über den Ansatz *h* = *hs* + *s* – *ra*.

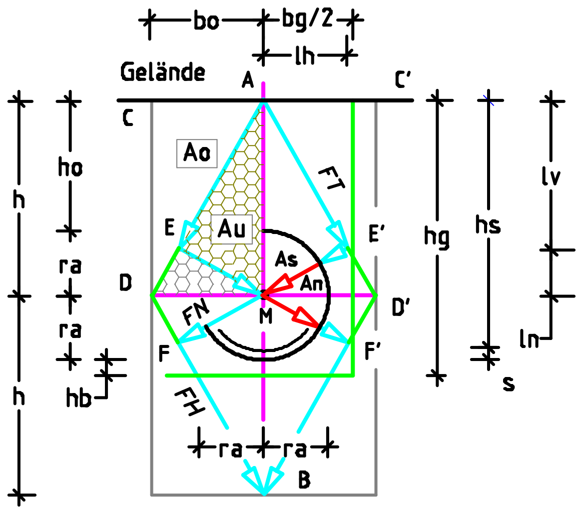


Abb. 106 zeigt das Rohr und die schraffierte Blockfläche *Au* = *A* – *Ao*.

Für die Kraftermittlung aus dem Füllboden sind vorgegeben: die Berechnungstiefe $a = 1{,}00$ m, die Feuchtdichte $pig = 1{,}992$ t/m³ und der Winkel $\beta i = 58{,}0°$. Zu ermitteln sind die Keilbreite *bo,* die Keilfläche *Au* sowie die Flächen *As* und *An*, die durch den Rohrradius aus der Fläche *Au* abgetrennt werden.

Es werden berechnet:
Rohraußenradius *ra*

$$ra = da/2 = 2{,}16/2 = 1{,}08 \quad \text{m} \quad 4.259$$

Blockhöhe *h*

$$h = hs + s - ra = 5{,}00 + 0{,}18 - 1{,}08 = 4{,}10 \quad \text{m} \quad 4.260$$

Grabentiefe *hg*

$$hg = hs + s + hb = 5{,}00 + 0{,}18 + 0{,}22 = 5{,}40 \quad \text{m} \quad 4.261$$

Grabenbreite *bg*

$$bg = da + 2 \cdot (ar + vd) = 2{,}16 + 2 \cdot 0{,}62 = 3{,}40 \quad \text{m} \quad 4.262$$

Keilbreite *bo*

$$bo = bu = h \,/\, \tan \beta i_{58} = 4{,}10/1{,}600 = 2{,}56 \quad \text{m} \quad 4.263$$

Keilfläche *Au*

$$Au = Ao = h \cdot bu/2 = 4{,}10 \cdot 2{,}56/2 = 5{,}25 \quad \text{m}^2 \quad 4.264$$

Höhe $lv \rightarrow$ Winkel $\beta i = 58{,}0°$

$$lv = h \cdot \sin^2 \beta i = 4{,}10 \cdot 0{,}719 = 2{,}95 \quad \text{m} \quad 4.265$$

Höhe *ln*

$$ln = h \cdot \cos^2 \beta i = 4{,}10 \cdot 0{,}281 = 1{,}15 \quad \text{m} \quad 4.266$$

Breite *lh*

$$lh = h \cdot \sin \beta i \cdot \cos \beta i = 4{,}10 \cdot 0{,}450 = 1{,}84 \quad \text{m} \quad 4.267$$

Fläche *As*

$$As = d^2 \cdot \pi \cdot 58/360 \cdot 4 = 2{,}16^2 \cdot \pi \cdot 0{,}04 = 0{,}590 \quad \text{m}^2 \quad 4.268$$

Fläche *An*

$$An = d^2 \cdot \pi \cdot 32\,/360 \cdot 4 = 2{,}16^2 \cdot \pi \cdot 0{,}022 = 0{,}326 \quad \text{m}^2 \quad 4.269$$

Die Größe der errechneten Kraftfläche $Au = 5{,}25$ m² (4.264) liegt weit unter der maximal zulässigen Kraftfläche $Au' = 50{,}0$ m². Eine Überlastung des Baugrunds durch die Kraft aus der errechneten Kraftfläche wird sich nicht einstellen, wenn der anstehende Boden eine ähnliche Dichte aufweist wie der Füllboden. Da die Kraftermittlung halbseitig erfolgt, sind bei der Rohrbemessung die Berechnungsergebnisse entsprechend anzupassen. Zu der nachstehenden Berechnung bleibt anzumerken, dass es vorteilhafter sein kann, zuerst die Kraftmeter *lv*, *ln* und *lh* zu ermitteln und danach über die Kraftzahl *gi* die Kraftmeter in Kräfte umzuwandeln, siehe Abb. 106.

Gewichtskraft $G \rightarrow$ mit g = 9,807 m/s²

$$G = Au \cdot pig \cdot g = 5{,}25 \cdot 1{,}992 \cdot 9{,}807 = 102{,}6 \quad \text{kN} \quad 4.270$$

Kraft *FL*

$$FL = G \cdot \cos \beta i_{58} = 102{,}6 \cdot 0{,}530 = 54{,}3 \qquad \text{kN} \qquad 4.271$$

Kraft *FT*

$$FT = G \cdot \sin \beta i_{58} = 102{,}6 \cdot 0{,}848 = 87{,}0 \qquad \text{kN} \qquad 4.272$$

Kraft *Lv*

$$Lv = G \cdot \sin^2 \beta i_{58} = 102{,}6 \cdot 0{,}719 = 73{,}8 \qquad \text{kN} \qquad 4.273$$

Kraft *Ln*

$$Ln = G \cdot \cos^2 \beta i_{58} = 102{,}6 \cdot 0{,}281 = 28{,}8 \qquad \text{kN} \qquad 4.274$$

Kraft *Lh*

$$Lh = G \cdot \sin \beta i_{58} \cdot \cos \beta i_{58} = 102{,}6 \cdot 0{,}448 = 46{,}1 \qquad \text{kN} \qquad 4.275$$

Kraftzahl *gi*

$$gi = bu \cdot pig \cdot \mathrm{g} /2 = 2{,}56 \cdot 1{,}992 \cdot 9{,}807/2 = 25{,}0 \qquad \text{kN/m} \qquad 4.276$$

Kraftmeter *fl*

$$fl = FL/gi = 54{,}4/25{,}00 = 2{,}18 \qquad \text{m} \qquad 4.277$$

Kraftmeter *ft*

$$ft = FT/gi = 87{,}0/25{,}00 = 3{,}48 \qquad \text{m} \qquad 4.278$$

Kraftmeter *lv*

$$lv = Lv/gi = 73{,}8/25{,}00 = 2{,}95 \qquad \text{m} \qquad 4.279$$

Kraftmeter *ln*

$$ln = Ln/gi = 28{,}8/25{,}00 = 1{,}15 \qquad \text{m} \qquad 4.280$$

Kraftmeter *lh*

$$lh = Lh/gi = 46{,}1/25{,}00 = 1{,}84 \qquad \text{m} \qquad 4.281$$

Der vertikalen Kraft *Lv* = 73,8 kN (4.273) ist die Kraftfläche (A–E'–M) und der Kraft *Ln* = 28,8 kN (4.274) die Kraftfläche (E'–D'–M) zuzuordnen, wobei der Buchstabe *M* den Rohrmittelpunkt beschreibt.

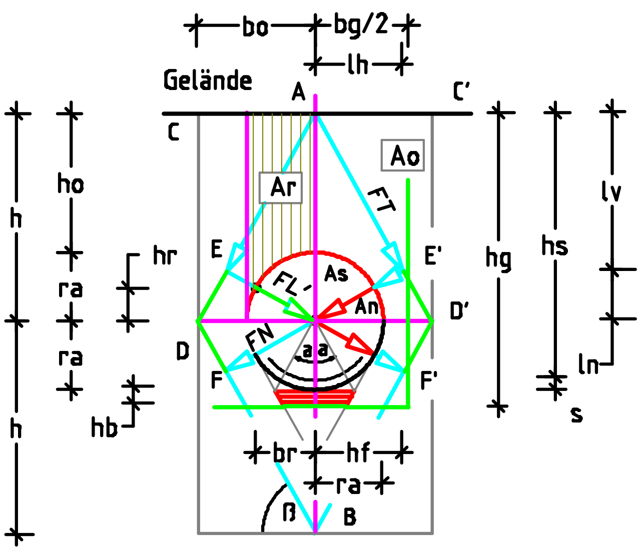


Abb. 107 zeigt die Kraftfläche *Ar*, die Kraft *FL'* und das Rohrauflager (rot) unter dem Winkel 2 · α des unter dem Rohr anstehenden Bodens.

Da insbesondere die Kraft Lv den Rohrquerschnitt nur teilweise belastet, sind für die Rohrbemessung die vorstehenden Kräfte und Kraftflächen den Teilflächen Ar, As und An anzupassen. Auf den Rohrscheitel wirkt beidseitig der Bezugsachse die vertikale Kraft Lv^*, die aus der Fläche $Ar = (h - ln) \cdot ra$ zu ermitteln und ggf. als Streckenlast auf den Rohrdurchmesser da = 2,16 m zu verteilen ist. In den Ebenen (E–M) und (E'–M) greift jeweils die Kraft FL gegen das Rohr in der Höhe hr und unter dem Winkel $\alpha = 90° - \beta i = 90° - 58° = 32°$ an. Da die Kraft FL die Strecke (E–M) einnimmt, ist die Strecke um den Kraftanteil zu kürzen, der innerhalb des Rohres liegt. Die Kürzung lässt sich vollziehen über den Radius ra multipliziert mit der Kraftzahl gi, so dass hierdurch die Kraft $FL^* = FL - ra \cdot g$ entsteht.

Es werden ermittelt:

Fläche Ar

$$Ar = h \cdot ra - As - An = 4{,}10 \cdot 1{,}08 - 0{,}916 = 3{,}51 \quad \text{m}^2 \qquad 4.282$$

Höhe hr

$$hr = ra \cdot \sin 32° = 1{,}08 \cdot 0{,}530 = 0{,}57 \quad \text{m} \qquad 4.283$$

Breite br

$$br = ra \cdot \cos 32° = 1{,}08 \cdot 0{,}848 = 0{,}92 \quad \text{m} \qquad 4.284$$

Diagonale $fl' \rightarrow$ in der Ebene (E–M)

$$fl' = \sqrt{h^2 + br^2} = \sqrt{0{,}57^2 + 0{,}92^2} = 1{,}08 = ra \quad \text{m} \qquad 4.285$$

Kraft $Lv^* \rightarrow$ aus der Fläche $Ar \cdot a = Vr$ mit $a = 1{,}00$ m

$$Lv^* = Vr \cdot pig \cdot \text{g} = 3{,}51 \cdot 1{,}992 \cdot 9{,}807 = 68{,}6 \quad \text{kN} \qquad 4.286$$

Kraft FL'

$$FL' = fl' \cdot gi = 1{,}08 \cdot 25{,}0 = 27{,}0 \quad \text{kN} \qquad 4.287$$

Ergebnis:

Für die Rohrbemessung wären die vertikalen Kräfte $2 \cdot Lv^*$ als Streckenlast über den Rohrdurchmesser da = 2,16 m zu verteilen und die Kraft FL = 27,0 kN/m gegen das Rohr in den Ebenen (E–M) und (E'–M) anzusetzen. Die vorstehenden Kräfte können für den Kraftabbau gespiegelt werden, vor allem dann, wenn das Gewicht des Rohres und dessen Vollfüllung dem Gewicht des durch das Rohr verdrängten Erdreichs entspricht. Maßgebend für die Kraftableitung in den Baugrund sind die Eigenschaften und Winkel des anstehenden Bodens. Der Auflagerbereich des Rohres ist mit dem Winkel 2α in der Abb. 107 rot schraffiert dargestellt. Über die Belastbarkeit von Böden wurde bereits geschrieben in dem Unterkapitel 4.2.

Überlastungen des Baugrunds führen zu Rohrsetzungen!

4.8 Erddruck auf Einzelpfähle

In der Regel dienen Pfähle zum Abtrag größerer Lasten in weniger tragfähigen Böden. Die Arten der Pfahlgründungen, die Pfahlherstellung sowie die Begriffsbedeutungen werden übernommen aus der DIN 1054 und hier nicht weiter kommentiert, siehe auch ‚Tiefgründungen, Pfähle und Anker' [1: N].

Anders als in der DIN 1054 vorgegeben, wird für den Abtrag von Pfahlauflasten in das anstehende Erdreich ein Berechnungssystem aus acht Erdblöcken gewählt. In die vertikale Achse des Würfels wird der Pfahl gestellt, so dass die Kräfte der oberen vier Erdblöcke den Pfahl allseitig einspannen. Damit kann die auf den Pfahlkopf aufgetragene Kraft über den Pfahlmantel in das anstehende Erdreich übertragen und dort abgebaut werden. Die vier Erdblöcke der unteren Ebene übernehmen die Kraft, die über den Pfahlfuß in das Erdreich eingeleitet wird, und bauen sie ab. Über das Volumen und die Bemaßung von Erdblöcken sowie über die Berechnung der Tragfähigkeit von Böden wurde berichtet in dem Unterkapitel 4.2. Die dortigen Angaben beziehen sich auf die Berechnungstiefe $a = 1{,}00$ m, so dass für die quadratische Grundfläche des Erdwürfels die Höhe h' und die Breite $b' = \sqrt{(4 \cdot a \cdot b)}$ zu ermitteln sind über das Volumen $V = 4 \cdot V^* = 400$ m³ und den Neigungswinkel β der gewählten Bodenart. Wie für alle Berechnungen des Erddrucks gilt auch hier, dass der in die Abbildungen eingezeichnete Neigungswinkel β dem Winkel der jeweilig gewählten Bodenart βt, βi, βn, βiw oder βnw anzupassen ist. Zudem ist die Kraft, die auf den Pfahl aufgetragen werden soll, über die Trockendichte $ptg_n = Vf_n \cdot ptg_{90}$ des anstehenden Bodens in eine Lastfläche umzurechnen, d. h. bei dieser Umrechnung bleiben die tatsächliche Dichte feuchter sowie nasser Böden über und unter Wasser ebenso unberücksichtigt wie die Gravitation. Dieser Ansatz der Trockendichte wird für richtig angesehen, da in freier Natur Wasser im Erdreich unter Druck ausweicht und damit zum Lastabtrag nicht zur Verfügung steht. Erst wenn Kräfte aus Böden unter Wasser gegen Bauwerke zu ermitteln sind, ist in der Statik nicht die Trockendichte anzusetzen, sondern die realen Dichten der Böden unter Wasser (*piwg* bzw. *pnwg*) und die Fallbeschleunigung g.

Über das Volumen des Kreiskegels Vr multipliziert mit der Trockendichte ptg lassen sich die Auflast Ee bzw. die Gewichtskraft $Ge = Ee \cdot$ g und die Teilkräfte Lv, Ln und Lh errechnen. Bei dem Lastabtrag unter dem Pfahlfuß ist zusätzlich das Erdeigengewicht zu berücksichtigen. Dieses kann ermittelt werden über den Durchmesser Ø des Pfahlfußes, den Winkel β und die Bodendichte *ptg* des anstehenden Bodens. Abzutragen sind die Auflast und das Erdeigengewicht über den Erdkegel mit der Höhe *hg* und dem Radius *rg*.

Lastauftrag und Lastabtrag bei einem Einzelpfahl

Es soll die Nutzlast für einen Pfahl Ø = 0,60 m errechnet werden, der ohne Fußverbreiterung aus Ortbeton mit der Dichte p_{pf} = 2,30 t/m³ herzustellen ist. Das Pfahleigengewicht soll unter Ausnutzung der zulässigen Bodenpressung vollständig von dem Boden unter dem Pfahl abgetragen werden. Dem anstehenden Boden werden die Trockendichte *ptg* = 1,764 t/m³ (3.9) und der Neigungswinkel βt = 55° zugeordnet. Die Bodenpressung σ_{Dzul} = 206,7 kN/m² (4.5) wurde über die Erdsäule mit der Auflastfläche *Ad** = 1,00 m² und dem Volumen *V** = 100 m³ bei einseitiger Kraftausdehnung über die Höhe *h* = 11,95 m (4.1) und die Breite *b* = 8,37 m (4.2) bereits errechnet, siehe S. 98ff.

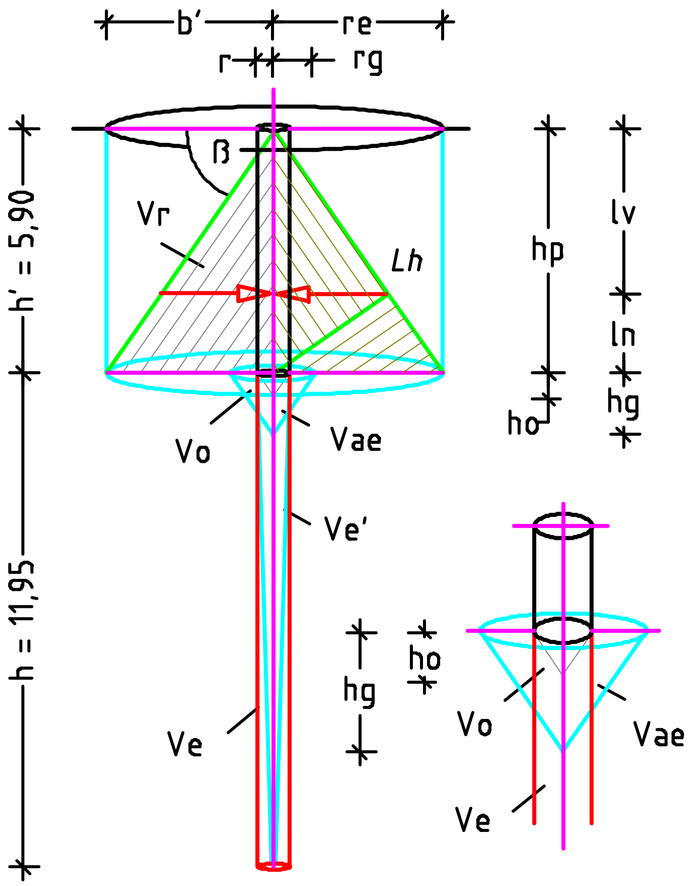


Abb. 108 zeigt einen Schnitt durch die Erdsäule mit der Lage und der Bezeichnung der einzelnen Volumina.

Die Höhe *h'* und die Breite *b'* des Kraftfelds lassen sich über den Neigungswinkel βt = 55° und das Volumen 4 · V^* = 400 m³ der oberen Ebene bestimmen.

In der Tabelle sind die Ausgangswerte für die Ermittlungen zusammengefasst:

Boden	Bewehrter Pfahl
Winkel βt = 55,0°	Durchmesser Ø = 0,60 m
Dichte *ptg* = 1,764 t/m³	Pfahldichte p_{pf} = 2,30 t/m³
Kraftfeldhöhe *h* = 11,95 m	Pfahlhöhe *hp* = *h'*
Kraftfeldbreite *b* = 8,37 m	σ_{Dzul} = 206,7 kN/m²

Die Breite *b'* und die Höhe *h'* beschreiben einen Erdwürfel mit quadratischer Grundfläche. Da in diesem Fall die Kräfte gegen einen runden Pfahl zu ermitteln sind, ist in den Erdwürfel ein Kraftkegel mit dem Radius *re* = *b'* und der Höhe *h'* einzufügen, siehe Abb. 108. Weitere Erläuterungen zu der Kraftermittlung gegen den Pfahl werden im Rahmen des Berechnungsbeispiels gegeben.

Abmessungen des Erdwürfels

Die Breite *b'* und die Höhe *h* des Erdwürfels können über das Volumen V^* = 100 m³ einer Erdsäule und den Neigungswinkel βt = 55,0° der gewählten Bodenart errechnet werden.

Breite *b'*

$$b' = \sqrt[3]{(V^* \cdot 8 / \tan \beta t)} = \sqrt[3]{(100 \cdot 8/1{,}428)} = 8{,}24 \qquad \text{m} \qquad 4.288$$

Höhe *h'*

$$h' = (b' \cdot \tan \beta t) / 2 = 8{,}24 \cdot 1{,}428/2 \sim 5{,}90 \qquad \text{m} \qquad 4.289$$

Für den Abtrag des Pfahleigengewichts bleibt die Höhe *h* = 11,95 m (4.1), über welche die zulässige Bodenpressung errechnet worden ist, weiter maßgebend.

Maximal zulässiger Lastabtrag unter dem Pfahlfuß

Unter der Vorgabe, dass die zulässige Bodenpressung unter dem Pfahl nicht überschritten werden darf, werden über die Höhe *h* = 11,95 m, die Dichte *ptg* = 1,764 t/m³ und den Pfahldurchmesser Ø = *d* = 0,60 m die zulässige Auflast *Eu* und die Lastverteilung im Erdreich errechnet.

Auflastfläche *Ad**

$$Ad^* = \pi \cdot d^2/4 = \pi \cdot 0{,}60^2/4 = 0{,}283 \qquad \text{m}^2 \qquad 4.290$$

Umfang *U*

$$U = \pi \cdot d = \pi \cdot 0{,}60 = 1{,}88 \qquad \text{m} \qquad 4.291$$

Volumen Ve

$$Ve = h \cdot Ad^* = 11{,}95 \cdot 0{,}283 = 3{,}382 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.292$$

Auflast Eu

$$Eu = Ve \cdot ptg = 3{,}382 \cdot 1{,}764 = 5{,}97 \qquad \text{t} \qquad 4.293$$

Gewichtskraft Gu = Gewichtskraft Gp des Pfahls

$$Gu = Eu \cdot \text{g} = 5{,}97 \cdot 9{,}807 = 58{,}5 \qquad \text{kN} \qquad 4.294$$

Im Erdreich wird die Auflast Eu bzw. die Kraft Gu über das Gesamtvolumen Ve abgetragen. Das Volumen Ve teilt sich hierbei auf in das aktive Volumen $Ve' = Ve/3$ und in das reaktive Volumen $Ve^* = 2 \cdot Ve/3$. Für die Ermittlung der Pfahlauflast ist zu dem aktiven Volumen Ve' das Volumen Vo zu addieren, welches sich aus dem kraftabtragenden Erdkegel unterhalb der Pfahlsohle errechnet. Über das Volumen $Vae = Vo + Ve'$ und den Neigungswinkel βt lassen sich dann die Höhe hg und der Radius rg des Kegels ermitteln.

Es werden berechnet:

Höhe ho

$$ho = 0{,}5 \cdot d \cdot \tan \beta t_{55} = 0{,}5 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}428 = 0{,}43 \qquad \text{m} \qquad 4.295$$

Volumen Vo

$$Vo = Ad \cdot ho/3 = 0{,}283 \cdot 0{,}43/3 = 0{,}041 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.296$$

Volumen Vae

$$Vae = Vo + Ve/3 = 0{,}041 + 3{,}382/3 = 1{,}168 \qquad \text{m}^3 \qquad 4.297$$

Radius rg

$$rg = \sqrt[3]{(3 \cdot Vae/\pi \cdot \tan \beta t_{55})}$$

$$rg = \sqrt[3]{(3 \cdot 1{,}168/\pi \cdot 1{,}428)} = 0{,}92 \qquad \text{m} \qquad 4.298$$

Höhe hg

$$hg = \sqrt[3]{(3 \cdot Vae \cdot \tan^2 \beta t_{55} / \pi)}$$

$$hg = \sqrt[3]{(3 \cdot 1{,}168 \cdot 1{,}428^2 / \pi)} = 1{,}32 \qquad \text{m} \qquad 4.299$$

Gemäß der Vorgabe, dass der Boden der unteren Kraftebene das Pfahleigengewicht abträgt, wird über die zulässige Auflast Eu = 5,97 t (4.293), die Fläche Ad^* = 0,283 m² (4.290) und die Pfahldichte p_{pf} die mögliche Pfahlhöhe hp^* errechnet.

Pfahlhöhe hp^*

$$hp^* = Eu/Ad \cdot p_{pf} = 5{,}966/0{,}283 \cdot 2{,}30 = 9{,}16 \qquad \text{m} \qquad 4.300$$

Da die Höhe h' = 5,90 m (4.289) der oberen Kraftebene der Pfahlhöhe hp entsprechen soll, kann bei der Ausführung eines kürzeren Pfahls das unverbrauchte Pfahleigengewicht zur Erhöhung der Pfahlnutzlast herangezogen werden.

Ermittlung der Kräfte gegen den Pfahlmantel

Die Kraftgrößen gegen den Pfahl werden durch die Breite *b'* = 8,24 m (4.288) und die Höhe *h'* = *hp* = 5,90 m (4.289) des oberen Erdwürfels vorgegeben. In die quadratische Grundfläche des Würfels ist entsprechend dem Pfahlquerschnitt eine runde Erdsäule mit dem Radius *re* = *b'* einzustellen. In ihrem unteren Bereich bildet sich der reaktive Erdkegel mit dem Volumen *Vr* = 4 · *V**/3 aus, dem für die Kraftermittlung links und rechts der Pfahlachse die Kraftflächen *Ar* zuzuordnen sind.

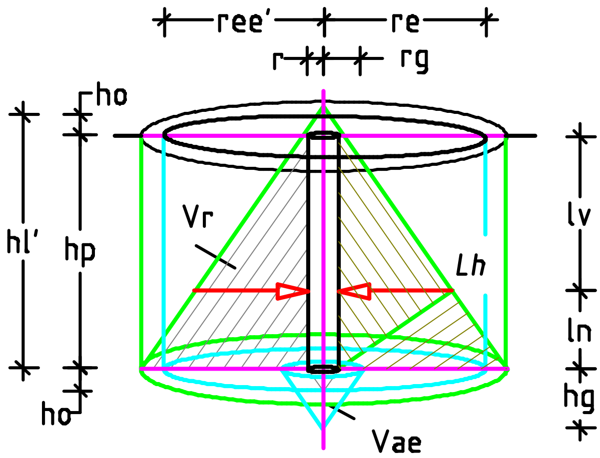


Abb. 109 zeigt den oberen Erdkegel mit dem Volumen *Vr* und den unteren Kegel, der über das Volumen *Vae* das Pfahleigengewicht abträgt.

Verschiebt man die Kraftflächen *Ar* horizontal von der Achse an dem Pfahlmantel, so bildet sich mit dem Radius *ree* = *re* + *d*/2 und der Höhe *hl'* = *hp* + *ho* ein neuer Kegel aus. Die Umwandlung der Kegelgröße führt zu dem Volumen *Vr'*, das durch den Abzug des Pfahlvolumens *Vp* wieder zu dem ursprünglichen Kegelvolumen *Vr* geführt werden kann. Über das reduzierte Kegelvolumen können die Gewichtskraft *G* und die Kräfte *Lv*, *Ln* und *Lh* ermittelt werden, siehe Abb. 109.

Es werden berechnet:

Höhe *hl'* → *hp* = *h'* = 5,90 m (4.289)

$hl' = hp + ho = 5{,}90 + 0{,}43 = 6{,}33$ m 4.301

Radius *re*

$re = b'/2 = 8{,}24/2 = 4{,}12$ m 4.302

Radius *ree* = *boo*

$ree = re + d/2 = 4{,}12 + 0{,}60/2 = 4{,}42$ m 4.303

Volumen *Vr*

$Vr = hl' \cdot ree^2 \cdot \pi/3 = 6{,}33 \cdot 4{,}42^2 \cdot \pi/3 = 129{,}5$ m³ 4.304

Volumen Vp

$$Vp = (hp+ho/3) \cdot Ad^* = (5{,}90 + 0{,}43/3) \cdot 0{,}283 = 1{,}7 \quad \text{m}^3 \qquad 4.305$$

Volumen Vr'

$$Vr' = Vr - Vp = 129{,}5 - 1{,}7 = 127{,}8 \quad \text{m}^3 \qquad 4.306$$

Gewichtskraft G → des Erdkegels

$$G = Vr' \cdot ptg_{55} \cdot \text{g} = 127{,}8 \cdot 1{,}764 \cdot 9{,}807 = 2210 \quad \text{kN} \qquad 4.307$$

Da sich gegenläufige horizontale Kräfte innerhalb des Erdkegels ausbilden, ist die Gewichtskraft G für die Ermittlung der Kraft Lh zu halbieren und danach die Kraft Lh auf den halben Umfang des Pfahlmantels zu verteilen.

Gewichtskraft G'

$$G' = G/2 = 2210/2 = 1105 \quad \text{kN} \qquad 4.308$$

Die horizontale Kraft Lh gegen den Pfahlmantel und die vertikale Kraft Lv an dem Mantel lassen sich vereinfacht über die Kraftzahl git multipliziert mit dem Kraftmeter der Kräfte ermitteln.

Kraftzahl git → über die Pfahlhöhe $hp = h' = 5.90$ m (4.289).

$$git = G'/hp \cdot a = 1105/5{,}90 \cdot 1{,}00 = 187{,}3 \quad \text{kN/m}^2 \qquad 4.309$$

Kraftmeter $lv = -rv$ → gleiche Lage, jedoch konträre Richtung.

$$lv = hp \cdot \sin^2 \beta t_{55} = 5{,}90 \cdot 0{,}671 = 3{,}96 \quad \text{m} \qquad 4.310$$

Kraftmeter ln

$$ln = hp \cdot \cos^2 \beta t_{55} = 5{,}90 \cdot 0{,}329 = 1{,}94 \quad \text{m} \qquad 4.311$$

Kraftmeter $lh = -rh$ → gleiche Lage, jedoch konträre Richtung.

$$lh = hp \cdot \sin \beta t_{55} \cdot \cos \beta t_{55} = 5{,}90 \cdot 0{,}470 = 2{,}77 \quad \text{m} \qquad 4.312$$

Die nachstehenden Kräfte sind ausgerichtet auf den Pfahlmantel.

Kraft Lv

$$Lv = lv \cdot git = 3{,}96 \cdot 187{,}3 = 741{,}7 \quad \text{kN} \qquad 4.313$$

Kraft Lh

$$Lh = lh \cdot git = 2{,}77 \cdot 187{,}3 = 518{,}8 \quad \text{kN} \qquad 4.314$$

Kraft Rv → reaktive Kraft aus der Auflast

$$-Rv = Lv = 741{,}7 \quad \text{kN} \qquad 4.315$$

Gewichtskraft Ge_{zul} → mit welcher der Pfahl belastet werden kann

$$Ge_{zul} = 2 \cdot Lv = 2 \cdot 741{,}7 = 1483 \quad \text{kN} \qquad 4.316$$

Mantelfläche Am → des Pfahls mit der Höhe $hp = 5{,}90$ m (4.289)

$$Am = hp \cdot d \cdot \pi = 5{,}90 \cdot 0{,}60 \cdot \pi = 11{,}12 \quad \text{m}^2 \qquad 4.317$$

Manteldruck σ_m → beidseitig durch die Kraft Lh

$$\sigma_m = 2 \cdot Lh/Am = 2 \cdot 518{,}8/11{,}12 = 93{,}3 \quad \text{kN/m}^2 \qquad 4.318$$

Wie zu der Pfahlhöhe hp^* = 9,16 m (4.300) angemerkt, kann das Pfahleigengewicht, welches sich aus der Differenzhöhe hp^* zu hp = 5,90 m ergibt, zur Erhöhung der Gewichtskraft Ge_{zul} herangezogen werden.

Gewichtskraft Ge^* $\rightarrow (hp^* - hp) = 9{,}16 - 5{,}90 = 3{,}26$ m

$$Ge^* = Ge_{zul} + (hp^* - hp) \cdot Ad \cdot p_{pf} \cdot \mathrm{g}$$

$$Ge^* = 1483 + 3{,}26 \cdot 0{,}283 \cdot 2{,}30 \cdot 9{,}807 = 1504 \quad \text{kN} \qquad 4.319$$

Ergebnis:

Es wurde ermittelt, dass die untere Bodenschicht mit der Höhe h = 11,95 m (4.1) die Gewichtskraft Gu = 58,5 kN (4.294) abtragen kann, ohne dass hierbei der Boden überlastet wird. Die Gleichsetzung der Kraft Gu mit der Kraft des Pfahleigengewichts ergab die zulässige Pfahlhöhe hp^* = 9,16 m (4.300).
Über den Erdkegel der oberen Ebene, der in den Erdwürfel mit der Breite b' = 8,24 m (4.239) und der Höhe hp = 5,90 m (4.289) eingestellt wurde, konnte die Kraft Ge_{zul} = 1483 kN (4.316) errechnet werden, die auf den Pfahl aufgetragen werden kann. Durch die Anpassung des Pfahleigengewichts Gu von der Pfahlhöhe hp^* = 9,16 m auf die Pfahlhöhe hp = 5,90 m entstand ein Kraftüberschuss, der zur erhöhten Gewichtskraft Ge^* = 1504 kN (4.319) führte. Bei den vorstehenden Berechnungen sind Sicherheitsfaktoren nicht angesetzt worden. Betrachtet man die Höhe hg = 1,32 m (4.299) des Kegels unter dem Pfahlfuß mit der Kegelhöhe hp = 5,90 m (4.289) der oberen Ebene, so weist die Höhendifferenz auf ein Kraftpotential hin, welches zu einer größeren Pfahlhöhe und einer Nutzlasterhöhung führen könnte. Dieser Mutmaßung wird nachgegangen.

Kräfte bei einer Veränderung der Pfahlhöhe

Für die horizontale Krafteinspannung des Pfahlschaftes und für den Kraftabtrag unterhalb des Pfahlfußes können die konträr zueinanderstehenden Erdkegel mit der Höhe h = 5,90 m angesetzt werden. Von dem unteren Erdkegel wird für den maximal zulässigen Lastabtrag unter dem Pfahl das Volumen Vae = 1,168 m³ (4.279) mit der Höhe hg = 1,32 m (4.299) beansprucht, so dass für die Pfahlerhöhung die Höhendifferenz $h' - hg$ des Kegels herangezogen werden kann. Nach der Addition der oberen und der unteren Kegelhöhe entstehen zwei spiegelbildliche Kegel mit der gemittelten Höhe $hp' = (2 \cdot hp - hg) / 2 = (2 \cdot 5{,}90 - 1{,}32) / 2 = 5{,}24$ m. Hierdurch vergrößert sich die Pfahlhöhe von hp = 5,90 m auf $hp'' = 2 \cdot hp'$, siehe Abb. 109, S. 158 und nachfolgende Abb. 110.

Pfahlhöhe *hp''*

$$hp'' = 2 \cdot hp' = 2 \cdot 5{,}24 = 10{,}48 \qquad \text{m} \qquad 4.320$$

Die Berechnung der Kräfte gegen den Pfahlmantel wird weiterhin mit der jeweiligen Kegelhöhe *hp'* geführt. Hierbei zu beachten bleibt, dass über den Erdkegel mit dem Volumen *Vae* nur das Eigengewicht eines Pfahls mit der Höhe *hp** = 9,16 m (4.300) abdeckt ist. Das höhere Pfahleigengewicht, dass aufgrund der Pfahlerhöhung *hp“ – hp** zu berücksichtigen ist, wäre von der zu ermittelnden Nutzlast, die auf den Pfahl aufgetragen werden kann, in Abzug zu bringen.

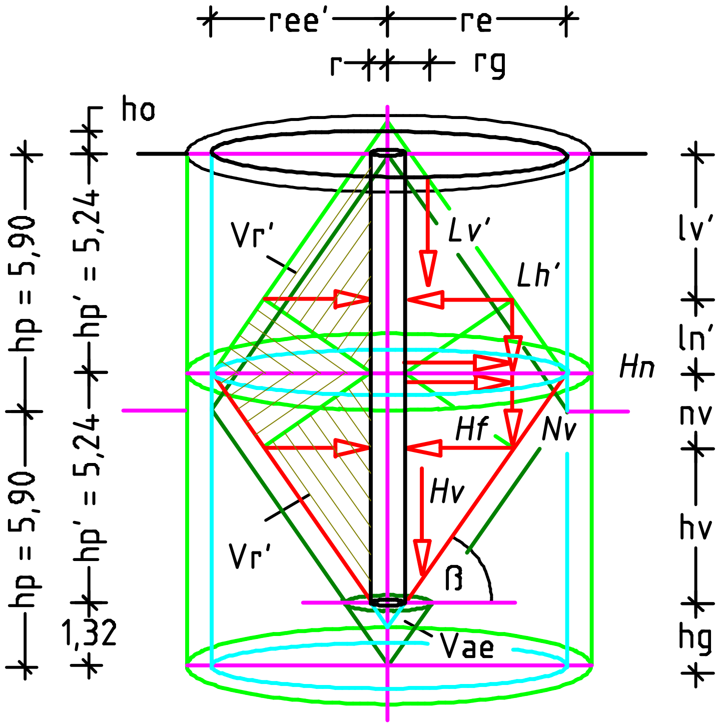


Abb. 110 zeigt die Erdsäule sowie in den beiden Ebenen die Kraftkegel und deren Kräfte gegen den Pfahlmantel.

Die anstehende Ermittlung der Kräfte gegen den verlängerten Pfahl wird über die vorstehenden Berechnungsansätze geführt, wobei die Bezeichnungen der Maße und Kräfte unverändert übernommen werden. Die bisherigen und die neuen Berechnungsergebnisse, insbesondere zur Nutzlast, werden in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

Vorab sind zu berechnen:

Höhe *hl'*

$$hl' = hp' + ho = 5{,}24 + 0{,}43 = 5{,}67 \qquad \text{m} \qquad 4.321$$

Radius *ree'*

$$ree' = hl' / \tan \beta t_{55} = 5{,}67/1{,}428 = 3{,}97 \qquad \text{m} \qquad 4.322$$

Volumen Vr

$Vr = hl' \cdot ree'^2 \cdot \pi/3 = 5{,}67 \cdot 3{,}97^2 \cdot \pi/3 = 93{,}6$ m³ 4.323

Volumen Vp → Pfahlvolumen im Bereich des oberen Erdkegels

$Vp = (hp'+ho/3) \cdot Ad^* = (5{,}24 + 0{,}43/3) \cdot 0{,}283 = 1{,}5$ m³ 4.324

Volumen Vr'

$Vr' = Vr - Vp = 93{,}6 - 1{,}5 = 92{,}1$ m³ 4.325

Gewichtskraft G des Erdkegels

$G = Vr' \cdot ptg_{55} \cdot \mathrm{g} = 92{,}1 \cdot 1{,}764 \cdot 9{,}807 = 1593$ kN 4.326

Gewichtskraft G' des halbe Erdkegels

$G' = G/2 = 1593/2 = 796{,}5$ kN 4.327

Die Gewichtskraft G ist für die Ermittlung der gegenläufigen horizontalen Kräfte gegen den Pfahlmantel zu halbieren und auf die Kegelhälften links und rechts der Bezugsachse zu verteilen. Hiernach sind zur maßstäblichen Darstellung die horizontalen Kräfte $Lh = Hf$ gegen den Pfahlmantel und die vertikalen Kräfte $Lv = Hv$ und $Ln = Nv$ über Kraftzahl git in Kraftmeter umzuwandeln.

Kraftzahl git → über die Pfahlhöhe $hp' = 5{,}24$ m

$git = \mathrm{G'}/hp' \cdot a = 796{,}5/5{,}24 \cdot 1{,}00 = 152{,}0$ kN/m² 4.328

Kraftmeter lv

$lv = hp' \cdot \sin^2 \beta t_{55} = 5{,}24 \cdot 0{,}671 = 3{,}52$ m 4.329

Kraftmeter ln

$ln = hp' \cdot \cos^2 \beta t_{55} = 5{,}24 \cdot 0{,}329 = 1{,}72$ m 4.330

Kraftmeter $lh = -rh$

$lh = hp' \cdot \sin \beta t_{55} \cdot \cos \beta t_{55} = 5{,}24 \cdot 0{,}470 = 2{,}46$ m 4.331

Die nachstehenden Kräfte sind ausgerichtet auf den Pfahlmantel.

Kraft $Lv = Hv$

$Lv = Hv = lv \cdot git = 3{,}52 \cdot 152{,}0 = 535{,}0$ kN 4.332

Kraft $Ln = Nv$

$Ln = Nv = ln \cdot git = 1{,}72 \cdot 152{,}0 = 261{,}4$ kN 4.333

Kraft $Lh = Hf$

$Lh = Hf = lh \cdot git = 2{,}46 \cdot 152{,}0 = 373{,}9$ kN 4.334

Kraft Rv → reaktive Kraft aus der Auflast

$-Rv = Lv + Hv = 535{,}0 + 535{,}0 = 1070$ kN 4.335

Gewichtskraft Gee_{zul} → mit welcher der Pfahl belastet werden kann

$Gee_{zul} = 2 \cdot Lv = 2 \cdot 1070 = 2140$ kN 4.336

Mantelfläche Am^* → bei der Pfahlhöhe $hp'' = 10{,}48$ m (4.320)

$Am^* = hp'' \cdot d \cdot \pi = 10{,}48 \cdot 0{,}60 \cdot \pi = 19{,}75$ m² 4.337

Manteldruck σ_m^* → beidseitig durch die Kraft Lh

$\sigma_m^* = 4 \cdot Lh/Am = 4 \cdot 373{,}5 /19{,}75 = 75{,}6$ kN/m² 4.338

Das für die Pfahlhöhe hp^* = 9,16 m (4.300) errechnete Eigengewicht des Pfahls Gp = 58,5 kN (4.294) wird über den Erdkegel Vae = 1,168 m³ (4.297) in das Erdreich unterhalb des Pfahls abgetragen. Zu ermitteln und von der Gewichtskraft Gee_{zul} = 2140 kN (4.336) abzuziehen bleibt das Pfahleigengewicht für die Pfahlhöhe hg = 1,32 m (4.299).

Gewichtskraft ΔGp des Pfahls

$$\Delta Gp = \O \cdot \Delta hp \cdot p_{pf} \cdot \mathrm{g} = 0{,}283 \cdot 1{,}32 \cdot 2{,}3 \cdot 9{,}807$$

$$\Delta Gp = 8{,}4 \qquad \text{kN} \qquad 4.339$$

Gewichtskraft Gee^*

$$Gee^* = Gee^* - \Delta Gp = 2140 - 8{,}4 = 2131{,}6 \qquad \text{kN} \qquad 4.340$$

Auf den Pfahl mit der Höhe hp'' = 2 · hp' = 10,48 m lässt sich vertikal die Gewichtskraft Gee^* = 2131,6 kN (4.340) auftragen, ohne dass der Pfahl sich setzt.

Auch dieses Beispiel belegt, dass ein Pfahl durch die horizontalen Kräfte im Erdreich (Anpressdruck) gehalten werden kann und dass Reibungskräfte (Mantelreibungskräfte) nur auftreten, wenn der Pfahl gezogen oder durch Überlastung tiefer in den Boden getrieben wird (durchsackt). Wird ein Pfahl überlastet, verdichtet sich der Boden unter dem Pfahl, der dann einen steileren Neigungswinkel und geringere Horizontalkräfte für den Lastabtrag ausbildet. Folgt der Boden unter dem Pfahl dem Umbau des Kraftsystems nicht, kann es zu einer Pfahlsetzung, einem Grundbruch unter dem Pfahl oder einer Schrägstellung des Pfahls kommen. Unbedeutend hierbei bleibt die Oberflächenbeschaffenheit des Pfahlmantels, siehe hierzu die Reibungskraft in Abschnitt 2.3.1.

Die vorgestellte Ermittlung von zulässigen Pfahlbelastungen ist übertragbar auch auf Pfähle mit wechselnder Schaft- und Fußausbildung (Fußverbreiterung). Hierbei sind lediglich die veränderten Volumina zu berücksichtigen. Nicht behandelt sind exzentrische und dynamische Belastungen von Pfählen sowie sicherheitsrelevante Faktoren, die Einfluss auf die Pfahlbemessung nehmen können.

In der Tabelle sind die Berechnungsergebnisse zusammengefasst:

Pfahl mit der Höhe hp = 5,90 m	Pfahl mit der Höhe hp'' = 10,48 m
Horizontalkraft Lh = 518,8 kN (4.314)	Horizontalkraft 2Lh =747,8 kN (4.334)
Vertikalkraft Rv = –741,7 kN (4.315)	Vertikalkraft Rv = –1070 kN (4.335)
Manteldruck σ_m = 93,3 kN/m² (4.318)	Manteldruck σ_m^* = 75,6 kN/m² (4.338)
Gewichtskraft Ge^* = 1504 kN (4.319)	Gewichtskraft Gee^* = 2132 kN (4.340)

4.9 Fazit zum Kapitel 4

Die neue Erddruck-Theorie stützt sich auf die Annahme, dass Erdspannungen immer aktiv sind und der Spannungsauf- und -abbau im Erdreich über die Neigungsebene innerhalb von Erdblöcken erfolgt. Werden externe Kräfte auf die Geländeebene/Belastungsebene aufgetragen, verändern sie die Form und Größe des Spannungsbildes, den Neigungswinkel und ggf. die Bodendichte. Isoliert man aus einer geschlossenen Feldformation unterhalb der Geländeebene eine idealisierte, porenlose Felssäule mit der quadratischen Grundfläche Ad = 1,00 m², so lässt sich über das Höhen/Seiten-Verhältnis der Tangens des Neigungswinkels tan βt = 100/1 = 100 = µ und damit der Winkel βt = 89,43° ermitteln. Ordnet man der Felssäule die Trockendichte ρ_{90} = 3,0 t/m³ und die Fallbeschleunigung g zu, so stellt sich in der Aufstandsfläche Ad die Pressung σ_d = 2942 kN/m² ein. Diese Pressung ändert sich auch dann nicht, wenn man die Säule auf die Feldformation verbringt. Es ist somit annehmbar, dass jede andere Bodenart unter analogen Bedingungen Gleiches leistet, d. h. bei einer h^* = 100 m hohen Erdsäule in der Aufstandsfläche eine adäquate Pressung erzeugt. Da aber eine Erdsäule unter realen Bedingungen unter ihrem Neigungswinkel auseinanderbersten und damit an Höhe zugunsten der Fläche Ad verlieren würde, reduziert die größere Aufstandsfläche auch die Bodenpressung, siehe hierzu weitere Ausführungen in dem Unterkapitel 4.2.

Kehrt man zurück zur Felssäule und tauscht unterhalb der Geländeebene das Felsgestein gegen eine Bodenart, so wird bei zugelassener einseitiger Kraftausbreitung deren Horizontalkraft für ihren Abbau eine Kraftfläche ausbilden. In dieser Fläche mit der Höhe h' und der Breite b nimmt die Neigungsebene unter dem Winkel β die Flächendiagonale ein. Der auf der Neigungsebene lagernde Boden wird als ‚aktiv' und der unterhalb anstehende Boden als ‚reaktiv' betrachtet. Ordnet man der Kraftfläche $A = h' \cdot b$ die Berechnungsbreite a = 1,00 m zu, so entsteht eine Erdscheibe mit der Höhe h', der Aufstandsfläche $Ad = a \cdot b$ und dem Volumen V^* = 100 m³. Da die Gewichtskraft G einer 100 m hohen Erdsäule mit der Aufstandsfläche $Ad = a^2$ der Gewichtskraft G der Erdscheibe mit dem Volumen V^* = 100 m³ und der Aufstandsfläche $Ad' = a \cdot b$ entspricht, muss sich die zulässige Bodenpressung über die Aufstandsfläche Ad' der Erdscheibe berechnen lassen. Hieraus lässt sich ableiten, dass jeder Quadratmeter einer Bodenart eine Erdsäule der gleichen Bodenart und der Höhe *h'* tragen kann, ohne dass sich hierbei eine Bodensetzung unter der Säule einstellt. Für die Berechnung des Last- oder Kraftabtrags von Auflasten, egal ob diese als Erdmasse oder externe Kraft auf die Erdoberfläche aufgetragen werden, sind diese zunächst den Eigenschaften des lastabtragenden Bodens anzupassen. Der Kraftabtrag von Auflasten erfolgt im Erdreich über eine Vergrößerung der Kraftfläche des Erdeigengewichts und einen Wandel des Neigungswinkels *βe* unter Auflast. In gleicher Weise ändert sich der natürliche Scherwinkel *s* und wird zum Scherwinkel *se* unter Auflast. Wird das lastabtragende Erdreich durch die Auflast nicht überlastet bleibt die Bodendichte dieses Bodens konstant. Immer aber erzeugt eine größere Kraftfläche im Erdreich auch eine höhere Erddruckkraft gegen eine Wand oder lässt Erdmassen aus einem Hang schneller abgleiten. Die Kraftverteilung und die Winkel im Erdreich können sich ändern, wenn der Abtrag der vertikalen Kräfte aus der Auflast durch einen Felsschicht (Beton) gehindert wird. In diesem Fall wandeln sich vertikale in horizontale Kräfte und flachen den Neigungswinkel *βe* ab.

Für die Kraftermittlung gegen ein Bauwerk oder die Berechnung des Abbaus von auf Bauwerken/Bauteilen aufgetragenen Lasten in das anstehende Erdreich dienen Koordinatensysteme, die aus einem, zwei, vier oder acht Erdblöcken bestehen. Das beschriebene Volumen $V^* = 100\ m^3$ eines Erdblocks hilft u. a. auch, die Grenzen der Belastbarkeit eines Bodens zu bestimmen. Über einen Erdblock und die Berechnungstiefe $a = 1{,}00$ m lässt sich die Belastung einer Stützwand errechnen. Zwei Erdblöcke werden benötigt, um den Kraftabbau unter einem Streifenfundament verfolgen zu können. Vier Erdblöcke unterhalb der Oberfläche in einer Ebene angelegt dienen dem Kraftabtrag unter einem Einzelfundament mit vierseitiger Kraftabstrahlung.

Ein vertikal gestelltes Koordinatensystem, das mit vier Erdblöcken bestückt ist, dient zu der Kraftermittlung gegen einen Rohr- oder Tunnelquerschnitt und der Berechnung des Kraftabbaus unter dem Querschnitt. Der Mittelpunkt der Leitung ist hierbei in das Zentrum des Koordinatensystems zu legen. Die zwei oberen Erdblöcke belasten den Querschnitt und die zwei unteren Blöcke tragen die Kräfte in dem Boden nach unten ab. Acht Erdblöcke, in zwei Ebenen mit je vier Blöcken zusammengefasst, bilden einen Erdwürfel, dessen quadratische Grundfläche mit der Breite *b'* die Berechnungstiefe *a* ablöst. Dieses Koordinatensystem dient zur Kraftermittlung bei Einzelpfählen, die mit ihrer Achse in die vertikale Systemachse zu stellen sind. Die vier Erdblöcke der oberen Ebene spannen mit ihren Kräften den Pfahl ein und die vier Erdblöcke der unteren Ebene übernehmen die Kraft, die über den Pfahlfuß in das Erdreich abgetragen werden soll.

Die ausgeführten Berechnungsbeispiele in diesem Kapitel belegen, dass sich mit den ermittelten Bodeneigenschaften die Erdkräfte auf die unterschiedlichsten Bauwerke ermitteln lassen und der Abbau der Kräfte innerhalb des anstehenden Erdreichs verfolgt werden kann.

5 Erkundung durch Erdbewegung ausgelöster Unglücksfälle

In den Medien wird immer wieder über Berg- und Bauschäden sowie von Unglücksfällen in Deutschland berichtet, die im Zusammenhang stehen mit angeblich ‚unvorhersehbaren' Bodenbewegungen. Oft wird jahrelang nach den Schadensursachen gesucht, bis die Angelegenheit ungeklärt zu den Akten kommt. Mit den neuen Erkenntnissen zum Bodenverhalten und den zeitgemäßen Berechnungsgrundlagen der neuen Erddruck-Theorie besteht heute die Möglichkeit, das Bodenverhalten exakt zu ermitteln. Die bekanntesten Unglücksfälle des Jahres 2009 − der U-Bahnbau in Köln mit Einsturz der Historischen Archivs und der Bergrutsch in Nachterstedt im Zuge der Flutung des Concordiasees − mit getöteten Personen und hohen Sachschäden wurden ausgewählt, um aufzuzeigen, dass sich nach den Grundlagen der neuen Theorie die Schadensursachen berechnen lassen. Da Medien technische Merkmale oder relevante Fakten zu den gemeldeten Schadensfällen kaum veröffentlichen, werden bezogen auf die Bodenparameter und die Bauwerksabmessungen Annahmen getroffen.

5.1 Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln 2009

Im Internet stehen Berichte und Fotostrecken [G] zum Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln zur allgemeinen Information zur Verfügung. Als Unglücksursache wird ein hydraulischer Grundbruch vermutet, der eine Einbruchstelle mit einer Länge von 70 m und einer Breite von 50 m hervorgerufen haben soll. Zudem werden Pump-Protokolle benannt, mit denen ein überhöhter Wasserentzug mit unkontrollierbar großen Sandmengen nachzuweisen sei, der zur Instabilität des Bodens unter dem Archiv geführt haben könnte. In den Artikeln „Das Kölner Lehrstück" vom 5.03.2011 *(www.zeit.de)* und „Im ‚Kölner Loch' verschwinden Beweise und Millionen" vom 24.01.2013 *(www.focus.de)* wird dargestellt, dass die Schadensursache als noch ungeklärt gilt. Der Kölner Stadtanzeiger vom 30.03.2014 berichtet: „Ursache soll Ende 2014 geklärt sein".

Betrachtet man die enorm große Gebäudelast des Historischen Archivs als Auflast auf den anstehenden Baugrund neben dem Tunnelquerschnitt, so ist eine Überbelastung der rechten Schlitzwand möglicherweise als schadensursächlich anzusehen. Diese Vermutung wird bestärkt durch die Veröffentlichungen im Web zur Schrägstellung des Kirchturms von Sankt Johann Baptist [E].

Die Erfassung von Auf- und Gebäudelasten (Archiv) und der Abtrag dieser Lasten in das anstehende Erdreich ist nicht neu, jedoch bestehen nach den Berechnungsgrundlagen der derzeitigen Erddruck-Lehre und der neuen Theorie gravierende Unterschiede, die in dem Abschnitt 2.5, S. 46 kurz dargestellt und in Kapitel 4, S. 95ff. vertieft wurden.

Da für die nachstehende Untersuchung der Schadensursache weder Pläne des Archivs noch für die U-Bahnbaustelle zu beschaffen waren, sind Bilder der Fotostrecke und die Infografik: ‚Querschnitt der Kölner U-Bahntrasse' [B] aus dem Internet herangezogen worden, um nach bautechnischen Gesichtspunkten den Tunnelquerschnitt im Bereich der Einsturzstelle nachzubilden. Im Wissen um die vielen notwendigen Annahmen ist die nachstehende Berechnung der Schadensursache so abgefasst, dass sie in Kenntnis der realen Zahlen nachgestellt und überprüft werden kann. Auch wegen der Annahmen sind Berechnungsergebnisse etwas größer als sonst üblich auf- und abgerundet worden.

5.1.1 Annahmen zu Tunnelquerschnitt und Baugrund

Es wird angenommen, dass die Schlitzwände zur Einfassung der Baugrube von der Straßen- bzw. Geländeoberkante (OKG) bis zur Wandsohle hs = 30,0 m messen [B]. Die Lamellendicke der Schlitzwände wird auf d = 1,0 m geschätzt, wobei eingebaute Stahlträger zur Erdverankerung der Schlitzwände dienen. Von der OKG gemessen, soll die Unterkante (UK) der Tunnelsohle (Stahlbeton) gleich der Oberkante (OK) Unterwasserbeton die Höhe hss = –25,0 m und der Tunnelquerschnitt die lichte Rohbaubreite bt = 14,50 m einnehmen. Der langjährige Grundwasserspiegel wurde mit der Höhe hw = –5,00 m unterhalb der OKG angelegt.

Dem Baugrund, quartäre Kiese/Sande, werden nach neuer Erddruck-Theorie der Neigungswinkel βt = 65° und die vom Winkel abhängige Trockendichte ptg = 2,046 t/m³ errechnet, siehe Anlage 1. Hierbei wird davon ausgegangen, dass der Boden durch den wiederholten Kontakt mit dem Grundwasser als fest gelagert beschrieben werden kann und sein Volumen auch konstant bleibt, auch wenn ihm das Porenwasser entzogen wird (siehe hierzu die Versuchsreihe 2 und 3 zu der Bodenverdichtung durch Wasser, Unterkapitel 2.4.3, Abb. 19 bis 21, S. 44f..

Unbekannt sind die einzelnen Schichtungen der Tunnelsohle (Betoniervorgänge), der Anschluss der Tunnelsohle an die Schlitzwände und der Bauzustand der Tunnelsohle zum Zeitpunkt des Unglücks. Ferner konnte nicht recherchiert werden, ob zum Auftrieb infolge des Grundwassers die erforderliche Gegenlast ausschließlich über die Sohlausbildung abgedeckt werden sollte oder eine weitere Lastverteilung über Bahnsteige, Wände, Säulen und Geschossdecken geplant war.

5.1.1.1 Lastannahmen zum Stadtarchiv und Wohngebäude

Das Historische Archiv war ein modernes 7-geschossiges Gebäude mit Flachdach (Abb. 111). Seine Obergeschosse, müssen gemessen an der Höhe des Nachbargebäudes, mit reduzierten lichten Höhen ausgeführt worden sein. Eher als Regelbebauung des Straßenzuges wäre das benachbarte Wohnhaus mit vier Etagen und ausgebautem Dachgeschoss anzusehen. Betrachtet man die Bauweise der beiden Gebäude und seine Nutzungen, so muss das Archiv mit der Nutzung als Bibliotheksgebäude eine weit höhere Belastung des Baugrunds bewirken als das einfache Wohnhaus.

Abb. 111 zeigt eine skizzierte Straßenansicht des Archivs mit benachbartem Wohnhaus.

Den Auswirkungen der unterschiedlichen Baugrundbelastungen wird nachgegangen und hierzu folgende Annahmen getroffen:
Die lichten Höhen der sechs Obergeschosse werden mit h = 2,3 m und jene der Erd- und Kellergeschosse mit h = 3,5 m geschätzt. Als Gebäudebreite wird im Erdgeschoss die Breite b = 13,5 m zugrunde gelegt und durch die straßenseitige Auskragung aller Obergeschosse auf b' = 14,0 m erweitert. Die Dicken der Geschossdecken werden mit d = 0,30 m und die als Fundamentierung des Gebäudes angenommene durchgehenden Sohlplatte mit der Dicke 1,10 m in die nachstehenden Massenermittlungen übernommen. Die Gebäudehöhe ab UK Sohlplatte errechnet sich über die Summe aller lichten Höhen

$\sum h = 2 \cdot 3{,}5 + 6 \cdot 2{,}3 = 20{,}8$ m zuzüglich der Geschossdecken und der Sohlplatte zu $\sum d = 8 \cdot 0{,}30 + 1{,}10 = 3{,}5$ m. Ausgehend vom Straßenniveau bzw. der OKG und dem gewählten Grundwasserspiegel WSp wird die Unterkante (UK) der Bauwerkssohle auf $\Delta h = hw = -5{,}0$ m gelegt, so dass das Archiv oberhalb der OKG die Höhe $hh = \sum h + \sum d + hw = 20{,}8 + 3{,}5 - 5{,}0 = 19{,}3$ m einnimmt. Die Gehwegbreite zwischen der Hinterkante HK der Schlitzwand und dem Archiv wird auf $bb = 3{,}0$ m geschätzt. Da die Obergeschosse des Gebäudes auskragen, verringert sich hier der Abstand zur HK Schlitzwand auf die Breite $bb = 2{,}5$ m. Für die Berechnungen wird eine vertikale Bezugsachse durch das Archiv im Abstand der Breite $ble = 3{,}0 + b'/2 = 3{,}0 + 14{,}0/2 = 10{,}0$ m zur HK. Schlitzwand gelegt. Die Berechnungstiefe $a = 1{,}00$ m wird vorgegeben.

Gebäudelasten des Archivs

Es wird angenommen, dass das Archiv als Stahlbeton-Skelettbau errichtet worden ist und die Geschossdecken anstatt von festen Mittelwänden von Stahlbetonsäulen getragen werden. Für die Lastermittlung werden die Außenwände sowie die mittleren Säulen, Unterzüge und Vouten in die Rohbau-Wandstärken mit der Breite $bw = 1{,}40$ m eingerechnet und die gemittelte Dichte $p_1 = 2{,}20$ t/m³ gewählt. Den Geschossdecken einschließlich der Bauwerkssohle wird die Dichte des Stahlbetons $p_2 = 2{,}50$ t/m³ zugeordnet. Über die Bauwerksabmessungen und die Dichten p_1 und p_2 werden die Gebäudelasten und die vom Baugrund abzutragenden Kräfte ermittelt.

Gewichtskraft $Ge_1 \rightarrow$ der Wände mit der Dichte $p_1 = 2{,}20$ t/m³

$$Ge_1 = bw \cdot \sum h \cdot p_1 \cdot \mathrm{g} = 1{,}40 \cdot 20{,}8 \cdot 2{,}2 \cdot \mathrm{g} = 628 \quad \text{kN} \qquad 5.1$$

Gewichtskraft $Ge_2 \rightarrow$ der Decken mit der Dichte $p_2 = 2{,}50$ t/m³

$$Ge_2 = b' \cdot \sum d \cdot p_2 \cdot \mathrm{g} = 14{,}0 \cdot 3{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot \mathrm{g} = 1201 \quad \text{kN} \qquad 5.2$$

Die Gewichtskraft Ge_3, die den Innenausbau der acht Geschosse und die Dachabdeckung erfasst, wird errechnet über die nutzbare Gebäudefläche mit der Breite $b^* = b' - bw = 14{,}0 - 1{,}4 = 12{,}6$ m und der angenommenen Dichte $p_3 = 0{,}125$ t/m².

Gewichtskraft $Ge_3 \rightarrow$ des Innenausbaus mit der Dichte $p_3 = 0{,}125$ t/m³

$$Ge_3 = 9 \cdot b^* \cdot p_3 \cdot \mathrm{g} = 9 \cdot 12{,}6 \cdot 0{,}125 \cdot 9{,}807 = 139 \quad \text{kN} \qquad 5.3$$

Gewichtskraft $Ge_4 \rightarrow$ aus Verkehrslast $p_v = 5{,}0$ kN/m² (DIN 1054)

$$Ge_4 = 8 \cdot b^* \cdot p_v = 8 \cdot 12{,}6 \cdot 5{,}0 = 504 \quad \text{kN} \qquad 5.4$$

Die Addition der Gewichtskräfte Ge_1 bis Ge_4 dividiert durch die Gesamtbreite $b'' = b' + 2 \cdot 0{,}50 = 14{,}0 + 1{,}0 = 15{,}0$ m (Fundamentbreite plus Fundamentüberstände) ergibt die Gewichtskraft q_v pro m². Diese Kraft ist den Eigenschaften des belasteten Bodens über die Trockendichte $ptg = 2{,}046$ t/m³ (Anlage 1) und die Fallbeschleunigung g = 9,807 m/s² anzupassen. Die Trockendichte ist hierfür zu wählen, weil das Porenwasser im Boden unter der Auflast ausweicht und für den Kraftabtrag im Erdreich letztlich nur die Struktur der Feststoffe (Feststoffvolumen) zur Verfügung steht.

Gewichtskraft q_v

$$q_v = (Ge_1 + Ge_2 + Ge_3 + Ge_4) / b''$$

$$q_v = (628 + 1201 + 139 + 504) / 15{,}0 = 164{,}8 \quad \text{kN/m}^2 \qquad 5.5$$

Lasthöhe he_1 → mit der Trockendichte $ptg = 2{,}046$ t/m³

$$he_1 = qv/ptg \cdot \mathrm{g} = 164{,}8/2{,}046 \cdot 9{,}807 \approx 8{,}20 \quad \text{m} \qquad 5.6$$

Ergebnis:

Die Gebäudelast des Archivs einschließlich der Verkehrslast für Bibliotheken $p_v = 0{,}5$ kN/m² (DIN 1054) bringt die Gewichtskraft $q_v = 164{,}8$ kN/m² (5.5). Um die Gewichtskraft q_v in den Boden unterhalb des Archivs abtragen zu können, ist sie umgerechnet worden in die Auflastfläche mit der Höhe $he_1 = 8{,}2$ m (5.6) und der Breite $b'' = 15{,}0$ m, siehe nachfolgende Abb. 112, S. 175.

Gebäudelasten des Wohnhauses

Um einen Gegenwert zu dem Lastabtrag des Archivs zu erhalten, wurde das Wohnhaus neben dem Archiv gewählt und auf die andere Seite des Tunnels gestellt. Hier wird davon ausgegangen, dass entlang der U-Bahntrasse eine viergeschossige Wohnbebauung vorherrscht und das Archiv mit seinen sieben Geschossen die Ausnahme in der Bebauung des Straßenzugs bildet. Durch die unterschiedlichen Gebäudelasten links und rechts des U-Bahnquerschnitts werden sich auch ungleiche Kraftfelder gegen die Schlitzwände des Tunnels einstellen, vergleiche Abb. 112, S. 175 und Abb. 113, S. 177.

Für das links des Tunnels fiktiv angeordnete Wohnhaus wurde die Abstandsbreite $bb' = 16{,}5$ m zu der Vorderkante der linken Schlitzwand gewählt. Zudem sollen betragen: die lichte Höhe der Vollgeschosse $h = 2{,}50$ m und des Dach- und Kellergeschosses $h = 2{,}30$ m. Zudem werden angesetzt die Dicke der Geschossdecken mit $d = 0{,}20$ m und die Dicke der durchgehenden Sohlplatte mit $d = 0{,}70$ m. Über die Höhen $\sum h = 2 \cdot 2{,}30 + 4 \cdot 2{,}75 = 15{,}6$ m plus die Dicken der sechs Geschossdecken plus Sohlplatte $\sum d = 6 \cdot 0{,}20 + 0{,}70 = 1{,}9$ m lässt sich ab UK. Sohlplatte die Gebäudehöhe zu $hg = 17{,}5$ m errechnen, wobei die Decke der Dachgeschosswohnung als Bestandteil des Satteldaches gewertet wird. Die Breite des Wohnhauses soll $b = 11{,}5$ m betragen, so dass nach Abzug der tragenden Wände mit der Breite $bw = 1{,}3$ m als Nutzflächenbreite $b^* = b - bw = 11{,}5 - 1{,}3 = 10{,}2$ m verbleibt. Über die Breite b^* werden die Verkehrslast $pv = 0{,}150$ t/m² und die Last $p_3 = 0{,}125$ t/m² für leichte Querwände und den sonstigen Innenausbau berücksichtigt. Die UK. Sohlplatte soll zum Straßenniveau auf $\Delta h = -2{,}80$ m liegen. Über die vorgenannten Werte werden die Lasten des Wohnhauses errechnet.

Ermittlung der Gebäudelasten des Wohnhauses

Gewichtskraft $Ge_1 \rightarrow$ der Wände mit der Dichte $p_4 = 2{,}00$ t/m³

$$Ge_1 = bw \cdot \sum h \cdot p_4 \cdot g = 1{,}30 \cdot 15{,}6 \cdot 2{,}0 \cdot \mathrm{g} = 398 \quad \text{kN} \qquad 5.7$$

Gewichtskraft $Ge_2 \rightarrow$ der Decken mit der Dichte $p_2 = 2{,}50$ t/m³

$$Ge_2 = b' \cdot \sum d \cdot p_2 \cdot g = 11{,}5 \cdot 1{,}9 \cdot 2{,}5 \cdot \mathrm{g} = 536 \quad \text{kN} \qquad 5.8$$

Gewichtskraft $Ge_3 \rightarrow$ des Innenausbaues mit der Dichte $p_3 = 0{,}125$ t/m³

$$Ge_3 = 6 \cdot b^* \cdot p_3 \cdot g = 6 \cdot 10{,}2 \cdot 0{,}125 \cdot 9{,}807 = 75 \quad \text{kN} \qquad 5.9$$

Gewichtskraft $Ge_4 \rightarrow$ aus Verkehrslast $p_v = 1{,}5$ kN/m² (DIN 1054)

$$Ge_4 = 6 \cdot b^* \cdot p_v = 6 \cdot 10{,}2 \cdot 1{,}5 = 92 \quad \text{kN} \qquad 5.10$$

Die Gewichtskräfte addiert und danach durch die Fundamentbreite plus Fundamentüberstand $b'' = 11{,}5 + 0{,}5 = 12{,}0$ m dividiert, ergibt die Gewichtskraft pro m², die wie zuvor den Eigenschaften des Baugrundes anzupassen ist.

Gewichtskraft q_v

$$q_v = (Ge_1 + Ge_2 + Ge_3 + Ge_4) \,/\, b''$$

$$q_v = (398 + 536 + 75 + 92) \,/\, 12{,}0 = 91{,}8 \quad \text{kN/m}^2 \qquad 5.11$$

Lasthöhe $he_2 \rightarrow$ mit der Trockendichte $ptg = 2{,}046$ t/m³

$$he_2 = qv/ptg \cdot \mathrm{g} = 91{,}8/\,(2{,}046 \cdot 9{,}807) = 4{,}6 \quad \text{m} \qquad 5.12$$

Ergebnis:

Die Wohnhaus einschließlich der Verkehrslast $p_v = 1{,}5$ kN/m² (DIN 1054) bringt die Gewichtskraft $q_v = 91{,}8$ kN/m² (5.11), welche nach der Umrechnung mit den Bodenkennwerten des anstehenden Bodens die Auflasthöhe $he_2 = 4{,}6$ m (5.12) erzeugt. Die Lasthöhe he_2 ist über die Gesamtbreite $b'' = 12{,}0$ m anzusetzen (Abb. 113, S. 177). Vergleicht man die Auflasthöhe $he_1 = 8{,}2$ m (5.6) des Archivs (Abb. 112, S. 175) mit der Auflasthöhe $he_2 = 4{,}6$ m (5.12) des Wohnhauses, so wird bereits hier die unterschiedliche Belastung des Baugrunds und damit der Schlitzwände deutlich.

5.1.1.2 Annahmen zu den Bodeneigenschaften

In der Infografik [B] sind quartäre Kiese/Sande als Baugrund dargestellt. Diese Bodenart wird als Basis genutzt, um die weiteren Eigenschaften des Bodens in den einzelnen Bodenzuständen zu ermitteln, siehe Kapitel 3, S. 56.
Stellt man sich für die nachstehenden Berechnungen den quartären Kies/Sand in einem getrockneten Zustand vor, so kann über eine gezielte Wasserzugabe der trockene Boden in einen feuchten Boden, einen nassen Boden oder in einen ‚Boden unter Wasser' gewandelt werden. Jeder Boden, ob im trockenen, feuchten oder nassen Zustand verkörpert eine eigene Bodenart mit eigenen Bodenkenngrößen. Die unterschiedlichen Neigungswinkel und Dichten der Böden erlauben es, den Kräften neben und unter dem Tunnelquerschnitt nachzugehen und diese den einzelnen Bauteilen zuzuordnen.

Zudem haben die Versuchsanordnungen 2 und 3 der Unterkapitels 2.4.2 und 2.4.3 erkennen lassen, dass sich das Volumen eines ‚nassen Bodens unter Wasser' nicht verändert, wenn dem Boden das Wasser entzogen und danach wieder zugeführt wird. Für das Bodenvolumen unter den Gebäuden kann daraus gefolgert werden, dass sich das Bodenvolumen durch den reinen Wasserentzug im Zuge der Grundwasserabsenkung nicht beeinflussen lässt. Auch wenn durch das Abpumpen des Grundwassers Feinteile (Sand) aus dem anstehenden Erdreich mit abgesaugt worden wären, dürften diese die Standfestigkeit des Bodens unter den Gebäuden kaum mindern. Denn es wäre zudem möglich, dass zufließendes Grundwasser aus entfernten Bereichen wieder Feinteile in den Boden unterhalb der Gebäude einspülen könnten.

Eigenschaften des trockenen Kieses

Nach der neuen Erddruck-Theorie lassen sich dem quartären Kies/Sand die Trockendichte ptg = 2,046 t/m³ (Anlage 1) und der Neigungswinkel βt = 65,0° zuordnen und daraus folgende weitere Bodeneigenschaften errechnen:

Trockendichte ptg = 2,046 t/m³ → über den Neigungswinkel βt = 65°.

$$ptg = p_{90} /(1/ \tan \beta t + 1) = 3 / (1/2{,}146 + 1) = 2{,}046 \quad \text{t/m}^3 \qquad 5.13$$

Feststoffvolumen Vf

$$Vf = ptg \cdot Vp_{90}/p_{90} = 2{,}046 \cdot 1{,}000/3{,}0 = 0{,}682 \quad \text{m}^3 \qquad 5.14$$

Porenvolumen Vl

$$Vl = Vp_{90} - Vf = 1{,}000 - 0{,}682 = 0{,}318 \quad \text{m}^3 \qquad 5.15$$

Eigenschaften des nassen Kieses bei vollständiger Porenfüllung mit Wasser:

Gewicht des Porenwassers $pwg = 1{,}00$ t/m³

$$pwg = Vl \cdot pwg/Vp_{90} = 0{,}318 \cdot 1{,}0/1{,}0 = 0{,}318 \qquad \text{t/m}^3 \qquad 5.16$$

Nassdichte png

$$png = ptg + pwg = 2{,}046 + 0{,}318 = 2{,}364 \qquad \text{t/m}^3 \qquad 5.17$$

Neigungswinkel $\beta n \;\rightarrow ptg_{90} = 3{,}00$ t/m³

$$\tan \beta n = Vf \,/\, (Vl + Vl \cdot pwg/ptg_{90})$$

$$\tan \beta n = 0{,}682 \,/\, (0{,}318 + 0{,}318 \cdot 1{,}0/3{,}0) = 1{,}609 \qquad 5.18$$

$$\beta n = 58{,}1° \qquad [-] \qquad 5.19$$

Eigenschaften des nassen Kieses unter Wasser

Die Umwandlung eines trockenen Bodens in einen nassen Boden unter Wasser ist behandelt worden in Abschnitt 3.2.1.

Feststoffvolumen Vfw

$$Vfw = 2 \cdot Vf/3 = 2 \cdot 0{,}682/3 = 0{,}455 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.20$$

Auftriebsvolumen Vfa

$$Vfa = Vf/3 = 0{,}682/3 = 0{,}227 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.21$$

fiktive Trockendichte unter Wasser $ptwg$

$$ptwg = Vfw \cdot ptg_{90}/Vp_{90} = 0{,}455 \cdot 3{,}0/1{,}0 = 1{,}364 \qquad \text{t/m}^3 \qquad 5.22$$

Nassdichte unter Wasser $pnwg$

$$pnwg = ptwg + pwg = 1{,}364 + 0{,}318 = 1{,}682 \qquad \text{t/m}^3 \qquad 5.23$$

Dichte $pawg$ → zur Ermittlung der Auftriebskraft.

$$pawg = Vfa \cdot ptg_{90}/Vp_{90} = 0{,}227 \cdot 3{,}0/1{,}0 = 0{,}682 \qquad \text{t/m}^3 \qquad 5.24$$

Neigungswinkel βnw

$$\tan \beta nw = Vfw/(Vl + Vl/3 - Vl/2)$$

$$\tan \beta nw = 0{,}455 \,/\, (0{,}318 - 0{,}318/6) = 1{,}717 \qquad 5.25$$

$$\beta nw = 59{,}8° \qquad [-] \qquad 5.26$$

Ergebnis:

Folgende Eigenschaften wurden für den quartären Kies berechnet:

Nasser Kies	**Nasser Kies unter Wasser**
Nassdichte $png = 2{,}364$ t/m³ (5.17)	Nassdichte $pnwg = 1{,}682$ t/m³ (5.23)
Neigungswinkel $\beta n = 58{,}1°$ (5.19)	Neigungswinkel $\beta nw = 59{,}8°$ (5.26)
Unter Wasser: Auftriebsdichte $pawg = 0{,}682$ t/m³ (5.24)	

Bei der vorstehenden Ermittlung blieb eine Volumenreduzierung der Feststoffe unberücksichtigt, die eventuell bei der Grundwasserabsenkung durch das Ausspülen von Feinstteilen aus dem Baugrund entstanden sein könnte.

5.1.2 Belastung des Baugrunds durch die Gebäude

Das Archiv wie auch das Wohnhaus sind als Erdlasten zu verstehen, die sich mit der Ersatzlasthöhe *he* und der Fundamentbreite *b“* als Lastfläche *Ae* darstellen und die Gründungssohle (UK. Kellersohle) belasten. Zur Verfolgung des Kraftabtrags im Erdreich wird mittig in die Fläche $Ae = he \cdot b“$ eine vertikale Bezugsachse gelegt und links und rechts der Achse mit der Breite $bo = b“/2$ und der Höhe *ho* die Keilfläche des Erdeigengewichtes $Ao = bo \cdot ho/2$ angelegt. Die Keilhöhe *ho* lässt sich über die Breite *bo* und den Neigungswinkel $\beta n = 58{,}1°$ (5.19) ermitteln. Unterhalb der Fläche *Ao* ist die Höhe *he* der Auflastfläche *Ae* so anzuordnen, dass jeweils links und rechts der Achse die halbe Auflastfläche *Ae* zu liegen kommt. Die Teilflächen $Ae/2$ sind diagonal in die aktive Fläche *Aa* und in die reaktive Fläche *Ar* zu unterteilen wobei die Diagonale innerhalb der Fläche $Ae/2$ als neue Neigungsebene mit dem Winkel βe zu betrachten ist. Für die Kraftermittlung sind die aktive Fläche des Erdeigengewichtes *Ao* und die aktive Fläche *Aa* der Gebäudelast zur Fläche $Ac = Ao + Aa$ zu addieren und dann die Gewichtskraft *Ge* über die Fläche *Ac* multipliziert mit der Nassdichte $png = 2{,}364$ t/m³ (5.17) und der Fallbeschleunigung g = 9,807 m/s² zu berechnen, siehe Abschnitt 2.5.

Die Nassdichte *png* und der Neigungswinkel βn wurden für die Kraftermittlung gewählt, weil nicht davon ausgegangen wird, dass sich trotz der erwähnten ‚übermäßig hohen Wasserentnahme’ beim Tunnelbau der ursprünglich nasse Kies in einen feuchten teilgesättigten Kies umgewandelt hat. Zudem wäre vor Ort die Porenwassermenge im Boden nur über die Entnahme ungestörter Bodenproben nachweisbar.

Kraftflächen unter dem Archiv

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Eigenschaften nasser Kies’	**Maße des Archivs**
Nassdichte png = 2,364 t/m³ (5.17)	Höhe he_1 = 8,2 m (5.6)
Neigungswinkel βn = 58,1° (5.19)	Höhen Δh = –5,0 m
Schlitzwandhöhe hs = 30,0 m	Breite $b“$ = 15,0 m
Abstandbreite ble = 10,0 m (HK Schlitzwand bis Bezugsachse)	
Grundwasserabsenkung bis UK Tunnelsohle hss = –25,0 m	

Die zu ermittelnden Maße sind dargestellt in der nachstehenden Abbildung.

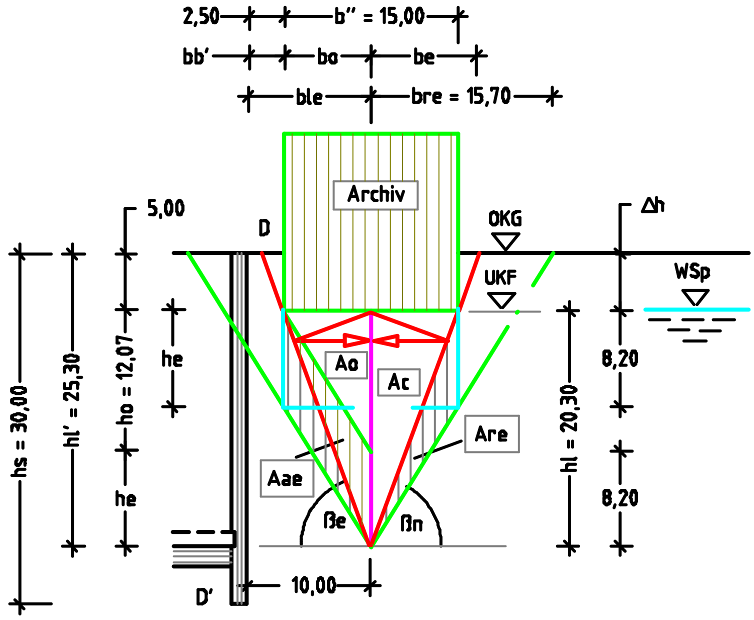


Abb. 112 zeigt im Erdreich unter dem Archiv die Kraftfelder zum Lastabtrag.

Es werden berechnet:

Breite *bo*

$bo = b\text{“}/2 = 15{,}00/2 = 7{,}50$	m	5.27

Höhe *ho*

$ho = bo \cdot \tan \beta n = 7{,}50 \cdot 1{,}609 = 12{,}07$	m	5.28

Auflastfläche *Ao*

$Ao = bo \cdot ho/2 = 7{,}50 \cdot 12{,}07/2 = 45{,}26$	m²	5.29

Auflastfläche *Ae*

$Ae = bo \cdot he/2 = 7{,}50 \cdot 8{,}20/2 = 30{,}75$	m²	5.30

Höhe *hl*

$hl = ho + he = 12{,}07 + 8{,}20 = 20{,}27$	m	5.31

Aktive Lastfläche *Ac*

$Ac = bo \cdot hl/2 = 7{,}50 \cdot 20{,}27/2 = 76{,}01$	m²	5.32

Höhe *hl’* → OKG bis Kraftfeldspitze

$hl' = hl + \Delta h = 20{,}27 + 5{,}00 = 25{,}27$	m	5.33

Neigungswinkel *βe*

$\tan \beta e = hl/bo = 20{,}27/7{,}50 = 2{,}703$		5.34
$\beta e = 69{,}7°$	[-]	5.35

Breite *be*

$be = hl' / \tan \beta e = 25{,}27/2{,}703 = 9{,}35$	m	5.36

Breite *bre*

$bre = hl' / \tan \beta n = 25{,}27/1{,}609 = 15{,}72 \sim 15{,}7$	m	5.37

Der Neigungswinkel *βe* lässt sich rechnerisch über die Raumteile des belasteten Bodens nachvollziehen. Hierzu sind zunächst die Flächen $Ao = 45{,}26$ m²

(5.29) und Ae = 30,75 m² (5.30) über die Berechnungstiefe a = 1,00 m in die Volumina Vo und Ve umzuwandeln und danach deren Raumteile zu ermitteln. Bereits bekannt sind die Volumina Vf = 0,682 m³ (5.14) und Vl = 0,318 m³ (5.15) des trockenen Bodens. Multipliziert man das Volumen Vo mit den Raumteilen Vf und Vl, so erhält man die Volumina $\sum Vfo$ und $\sum Vol$. Das Volumen Vo wird zudem mit der Ersatzlast aus dem Archiv belastet, deren aktiver Part beidseitig der vertikalen Bezugsachse erfasst worden ist durch die Fläche Ae = 30,75 m² (5.30) bzw. durch das Volumen Ve. Über das Volumen Ve und den Raumteil Vf ist das Volumen $\sum Vfe$ zu ermitteln. Für die Berechnung des tan βe steht die Winkelfunktion des nassen Bodens zur Verfügung.

Volumen $\sum Vf$

$$\sum Vf = Ac \cdot a \cdot Vf = 76{,}01 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}682 = 51{,}84 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.38$$

Volumen $\sum Vl$

$$\sum Vl = Ao \cdot a \cdot Vl = 45{,}26 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}318 = 14{,}39 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.39$$

Neigungswinkel βe^*

$$\tan \beta e^* = \sum Vf / 1{,}333 \cdot \sum Vl = 51{,}84/1{,}333 \cdot 14{,}39 = 2{,}703 \qquad 5.40$$

$$\beta e^* = 69{,}7° \qquad [-] \qquad 5.41$$

Ergebnis zum Archiv:

Breite bo = 7,50 m (5.27)	Höhe ho = 12,07 m (5.28)
Breite be = 9,35 m (5.36)	Höhe hl = 20,27 m (5.31)
Breite bre = 15,70 m (5.37)	Höhen hl' = 25,27 m (5.33)
Neigungswinkel βe = 69,7°	Fläche Ac = 76,0 m² (5.32)

Zudem zeigt die Gleichheit der Winkel βe und βe^* = 69,7°, dass sich Auflasten und ihr Abbau im Erdreich über die Raumteile der Böden verfolgen lassen.

Kraftflächen unter dem Wohnhaus

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Nasser Kies	**Wohnhaus**
Nassdichte png = 2,364 t/m³	Höhe he_1 = 4,60 m (5.12)
Neigungswinkel βn = 58,1°	Höhen Δh = –2,80 m
Schlitzwandhöhe hs = 30 m	Breite b“ = 12,00 m
Abstandsbreite bre = 15,70 m (Bezugsachse/Schlitzwand)	

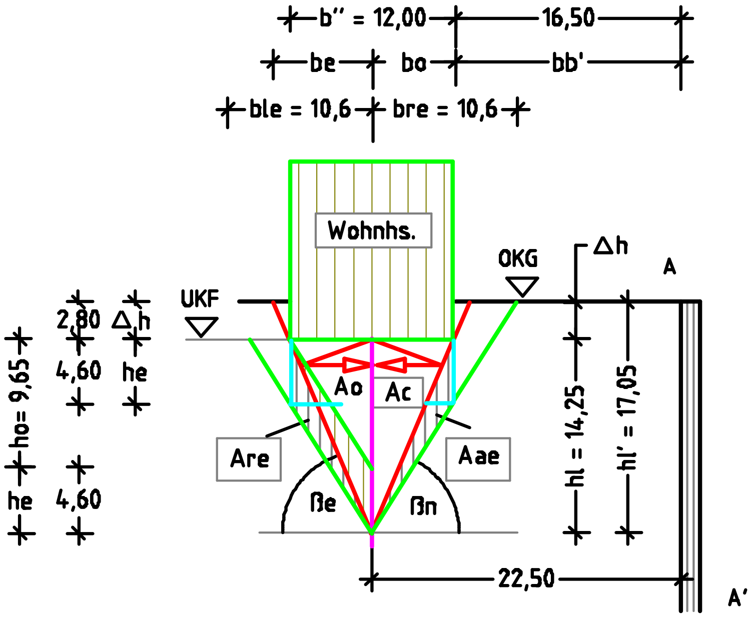


Abb. 113 zeigt im Erdreich unter dem Wohnhaus die Kraftfelder zum Lastabtrag.

Es werden berechnet:

Breite *bo*

$bo = b''/2 = 12{,}00/2 = 6{,}00$ m 5.42

Höhe *ho*

$ho = bo \cdot \tan \beta n = 6{,}00 \cdot 1{,}609 = 9{,}65$ m 5.43

Höhe *hl*

$hl = ho + he = 9{,}65 + 4{,}60 = 14{,}25$ m 5.44

Höhe *hl'* → OKG bis Kraftfeldspitze

$hl' = hl + \Delta h = 14{,}25 + 2{,}80 = 17{,}05$ m 5.45

Neigungswinkel *βne*

$\tan \beta ne = hl/bo = 14{,}25/6{,}00 = 2{,}375$ 5.46

$\beta ne = 67{,}2°$ [-] 5.47

Breite *be*

$be = hl' / \tan \beta ne = 17{,}05/2{,}375 = 7{,}18$ m 5.48

Breite *ble* → tan *βn* = 1,609 (5.18)

$ble = hl' / \tan \beta n = 17{,}05/1{,}609 = 10{,}60$ m 5.49

Auflastfläche *Ae*

$Ae = 2 \cdot bo \cdot he = 2 \cdot 6{,}00 \cdot 4{,}60 = 55{,}2$ m² 5.50

Aktive Lastfläche *Ac*

$Ac = bo \cdot hl/2 = 6{,}00 \cdot 14{,}25/2 = 42{,}8$ m² 5.51

Ergebnis zum Wohnhaus:

Breite *bo* = 6,00 m (5.42)	Höhe *hl* = 14,25 m (5.44)
Breite *be* = 7,18 m (5.48)	Höhe *hl'* = 17,05 m (5.45)
Neigungswinkel *βe* = 67,2°	Fläche *Ac* = 42,8 m² (5.51)

5.1.3 Kräfte aus dem Baugrund gegen den Tunnelquerschnitt

In der folgenden Abbildung sind die Erdkeile mit ihren Flächen *Aol* und *Aor* dargestellt, welche die 30,00 m hohen Schlitzwände bei bis zur Höhe *hss* = 25,00 m abgesenktem Grundwasserspiegel (OK. Unterwasserbeton) belasten. Unberücksichtigt bleiben vorab die Gebäudelasten (Archiv und Wohnhaus).

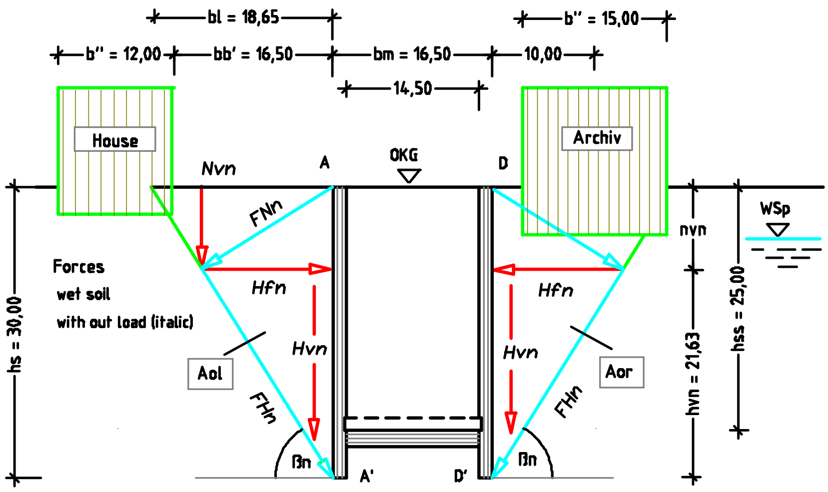


Abb. 114 zeigt die aktiven Kraftflächen des nassen Bodens gegen die Schlitzwände, jedoch ohne die Einflüsse der Gebäudelasten und des Grundwassers.

Kräfte gegen die Schlitzwände (nur Erdlasten)

Für die Berechnung stehen zur Verfügung: die Schlitzwandhöhe *hs* = 30,00 m, die Nassdichte *png* = 2,364 t/m³ (5.17) und der Neigungswinkel *βn* = 58,1° (5.19). Zu berechnen sind Lastflächen und die Kräfte gegen die Wände.

Kräfte aus der Fläche *Aol* = *Aor*

Breite *bl*

$$bl = hs \,/\, \tan \beta n = 30{,}00/1{,}609 = 18{,}65 \qquad \text{m} \qquad 5.52$$

Lastfläche *Aol* = *Aor*

$$Aol = Aor = hs \cdot bl/2 = 30{,}00 \cdot 18{,}65/2 = 279{,}8 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.53$$

Gewichtskraft *Gtl*

$$Gtl = Aol \cdot ptg \cdot \mathrm{g} = 279{,}8 \cdot 2{,}046 \cdot 9{,}807 = 5614 \qquad \text{kN} \qquad 5.54$$

Gewichtskraft *Gnl*

$$Gnl = Aol \cdot png \cdot \mathrm{g} = 279{,}8 \cdot 2{,}364 \cdot 9{,}807 = 6487 \qquad \text{kN} \qquad 5.55$$

Kraft *Nvn*

$$Nvn = Gnl \cdot \cos^2 \beta n = 6487 \cdot \cos^2 58{,}1° = 1811 \qquad \text{kN} \qquad 5.56$$

Kraft *Hvn*

$$Hvn = Gnl \cdot \sin^2 \beta n = 6487 \cdot \sin^2 58{,}1° = 4676 \qquad \text{kN} \qquad 5.57$$

Kraft *Hfn*

$$Hfn = Gnl \cdot \sin \beta n \cdot \cos \beta n = 6487 \cdot 0{,}849 \cdot 0{,}528$$

$$Hfn = 2908 \qquad \text{kN} \qquad 5.58$$

Kraftzahl *gin* → zur Umwandlung der Kräfte in Kraftmeter

$$gin = bol \cdot ptg \cdot \mathrm{g}/2 = 18{,}65 \cdot 2{,}364 \cdot \mathrm{g}/2 = 216{,}2 \quad \mathrm{kN/m^2} \quad 5.59$$

Kraftmeter *nvn*

$$nvn = Nvn/gin = 1810/216{,}2 = 8{,}37 \quad \mathrm{m} \quad 5.60$$

Kraftmeter *hvn*

$$hvn = Hvn/gin = 4676/216{,}2 = 21{,}63 \quad \mathrm{m} \quad 5.61$$

Kraftmeter *hfn*

$$hfn = Hfn/gin = 2908/216{,}2 = 13{,}45 \quad \mathrm{m} \quad 5.62$$

Kräfte aus der Fläche *Aol'*

Über die Fläche *Aol'* werden die Kräfte aus dem Erdreich erfasst, die gegen die Schlitzwand von OKG bis Tunnelsohle UK. –25,30 m = Höhe *hl'* wirken.

Breite *bol' = bor'*

$$bol' = bor' = hl' / \tan \beta n = 25{,}27/1{,}609 = 15{,}70 \quad \mathrm{m} \quad 5.63$$

Fläche *Aol'*

$$Aol' = hl' \cdot bol'/2 = 25{,}27 \cdot 15{,}70/2 = 198{,}6 \quad \mathrm{m^2} \quad 5.64$$

Gewichtskraft *Gnl'*

$$Gnl' = Aol' \cdot png \cdot \mathrm{g} = 198{,}6 \cdot 2{,}364 \cdot 9{,}807 = 4604 \quad \mathrm{kN} \quad 5.65$$

Kraft *Nvn'*

$$Nvn' = Gnl' \cdot \cos^2 \beta n = 4604 \cdot \cos^2 58{,}1° = 1286 \quad \mathrm{kN} \quad 5.66$$

Kraft *Hvn'*

$$Hvn' = Gnl' \cdot \sin^2 \beta n = 4604 \cdot \sin^2 58{,}1° = 3318 \quad \mathrm{kN} \quad 5.67$$

Kraft *Hfn'*

$$Hfn' = Gnl' \cdot \sin \beta n \cdot \cos \beta n = 4604 \cdot 0{,}849 \cdot 0{,}528$$

$$Hfn' = 2064 \quad \mathrm{kN} \quad 5.68$$

Kraftzahl g*in'*

$$gin' = bol' \cdot ptg \cdot \mathrm{g}/2 = 15{,}70 \cdot 2{,}364 \cdot \mathrm{g}/2 = 182{,}0 \quad \mathrm{kN/m^2} \quad 5.69$$

Kraftmeter *nvn'*

$$nvn' = Nvn'/gin' = 1285/182{,}0 = 7{,}06 \quad \mathrm{m} \quad 5.70$$

Kraftmeter *hvn'*

$$hvn' = Hvn'/gin' = 3315/182{,}0 = 18{,}21 \quad \mathrm{m} \quad 5.71$$

Kraftmeter *hfn'*

$$hfn' = Hfn'/gin' = 2064/182{,}0 = 11{,}34 \quad \mathrm{m} \quad 5.72$$

Die vorstehenden Berechnungen beinhalten noch nicht die Kräfte, die aus dem Kraftabtrag des Archivs gegen die rechte Schlitzwand wirken. Diese werden in dem nachstehenden Unterkapitel ermittelt, siehe Abb. 115, S. 181.

Die Belastungen aus dem Wohnhaus bleiben unberücksichtigt, da sie die Kräfte aus der Fläche *Aol* gegen die linke Stützwand nicht beeinflussen.

Ergebnisse:

Berechnete Kräfte gegen die Schlitzwände mit den unterschiedlichen Höhen:

Kräfte aus Fläche *Aol*	**Kräfte aus Fläche *Aol'***
Nassdichte *png* = 2,364 t/m³	Neigungswinkel *βn* = 58,1°
Keilhöhe *hs* = 30,00 m	Keilhöhe *hl'* = 25,27 m (5.33)
Breite *bl* = 18,65 m (5.52)	Breite *bol'* = 15,70 m (5.63)
Fläche *Aol* = 279,8 m² (5.53)	Fläche *Aol'* = 198,6 m² (5.64)
Kraft *Gnl* = 6487 kN (5.55)	Kraft *Gnl'* = 4604 kN (5.65)
Kraft *Nvn* = 1811 kN (5.56)	Kraft *Nvn'* = 1286 kN (5.66)
Kraft *Hvn* = 4676 kN (5.57)	Kraft *Hvn'* = 3318 kN (5.67)
Kraft *Hfn* = 2908 kN (5.58)	Kraft *Hfn'* = 2064 kN (5.68)
Kraftmeter *nvn* = 8,37 m (5.60)	Kraftmeter *nvn'* = 7,06 m (5.70)
Kraftmeter *hvn* = 21,63 m (5.61)	Kraftmeter *hvn'* = 18,21 m (5.71)
Kraftmeter *hfn* = 13,45 m (5.62)	Kraftmeter *hfn'* = 11,34 m (5.72)

5.1.4 Kräfte aus Archiv und Baugrund gegen die rechte Schlitzwand

Durch das Zusammenführen der Kraftflächen aus dem Abtrag der Gebäudelasten und dem reinen Erddruck (Flächen *Aol* und *Aol'*) zeigen sich unterschiedliche Belastungsbilder (Abb. 115). Auf der linken Seite des Tunnelquerschnitts überlagern sich die vorgenannten Lastflächen nicht, so dass je nach Lastfall für die Bemessung der linken Schlitzwand die Kräfte aus der Fläche *Aol* (5.53) mit der Keilhöhe *hs* = 30,0 m oder die Kräfte aus der Fläche *Aol'* (5.64) mit der Keilhöhe *hl'* = 25,3 m (5.33) maßgebend werden. Auf der rechten Seite des Tunnelquerschnitts kann die Erddruckkraft aus der Fläche *Aor* des reinen Erddrucks für die Bemessung der rechten Schlitzwand nicht herangezogen werden (Abb. 114), weil die Kraftfläche *Aor* vollständig überlagert wird durch die Kraftflächen *AC* des Lastabtrags unter dem Archiv (Abb. 115). Somit verbleibt für die Ermittlung des Kraftangriffs gegen die rechte Schlitzwand die Fläche *Aco*. Da in der Geländeebene die Breite *be* = 9,35 m (5.36), die von der Bezugsachse des Archivs bis zu dem Punkt D gemessen wird, die Abstandsbreite *ble* = 10,00 m von der Bezugsachse zur HK. Schlitzwand nicht voll abdeckt, verbleibt die Restbreite *be'* = *ble* – *be* = 10,00 – 9,35 = 0,65 m. Um die Breite *be'* = 0,65 m über die Fläche *Aco* erfassen zu können, wird die Höhe *hro* an der rechten Schlitzwand über die Breite *ble* und den Winkel *βe* ermittelt, wobei die Keilfläche nicht weiter beachtet wird, die sich errechnet über die Breite *be'* und die Höhe Δh, welche die Geländeebene übersteigt.

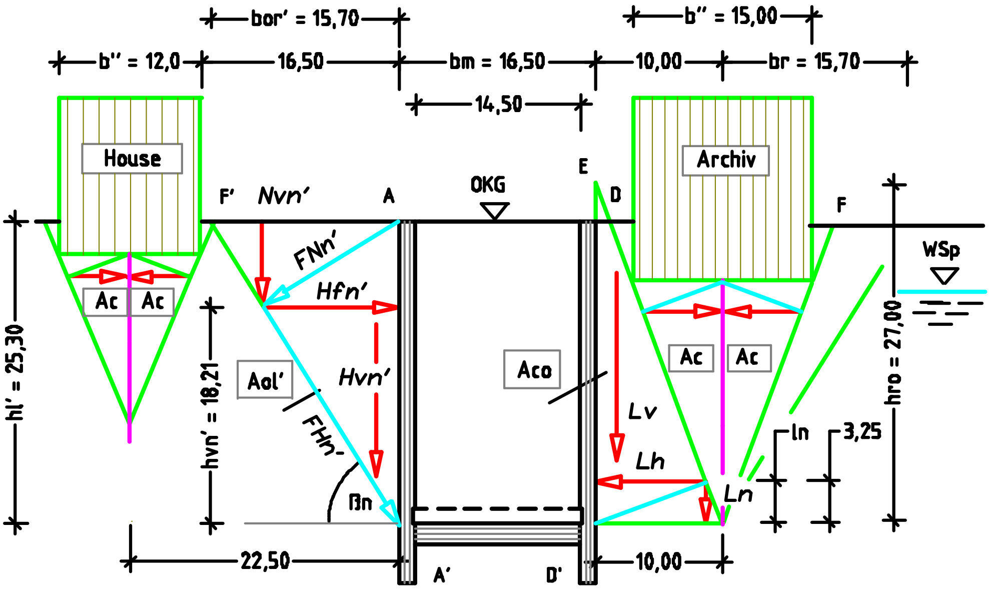


Abb. 115 zeigt links und rechts des Tunnels die Lastflächen, die zur Bemessung der Schlitzwände heranzuziehen sind.

Es werden ermittelt:

Höhe *hro* → mit den Winkel $\beta e = 69{,}7°$ (5.35) → tan $\beta e = 2{,}703$ (5.34)

$$hro = ble \cdot \tan \beta e = 10{,}00 \cdot 2{,}703 = 27{,}03 \quad \text{m} \qquad 5.73$$

Lastfläche *Aco*

$$Aco = ble \cdot hro/2 = 10{,}0 \cdot 27{,}03/2 = 135{,}0 \quad \text{m}^2 \qquad 5.74$$

Gewichtskraft *Gen*

$$Gen = Aco \cdot png \cdot \mathrm{g} = 135{,}0 \cdot 2{,}364 \cdot 9{,}807 = 3130 \quad \text{kN} \qquad 5.75$$

Kraft *Ln*

$$Ln = Gen \cdot \cos^2 \beta e = 3130 \cdot 0{,}120 = 376 \quad \text{kN} \qquad 5.76$$

Kraft *Lv*

$$Lv = Gen \cdot \sin^2 \beta e = 3130 \cdot 0{,}880 = 2754 \quad \text{kN} \qquad 5.77$$

Kraft *Lh*

$$Lh = Gen \cdot \sin \beta e \cdot \cos \beta e$$

$$Lh = 3130 \cdot 0{,}938 \cdot 0{,}347 = 1019 \quad \text{kN} \qquad 5.78$$

Kraftzahl *gin*

$$gin = ble \cdot png \cdot \mathrm{g}\,/2 = 10{,}0 \cdot 2{,}364 \cdot \mathrm{g}\,/2 = 115{,}9 \quad \text{kN/m}^2 \qquad 5.79$$

Kraftmeter *ln*

$$ln = Ln/gin = 376/115{,}9 = 3{,}25 \quad \text{m} \qquad 5.80$$

Kraftmeter *lv*

$$lv = Lv/gin = 2754/115{,}9 = 23{,}75 \quad \text{m} \qquad 5.81$$

Kraftmeter *lh*

$$lh = Lh/gin = 1019/115{,}9 = 8{,}80 \quad \text{m} \qquad 5.82$$

Ergebnis:

Die horizontale Kraft *Hfn'* = 2064 kN (5.68) aus dem nassen Baugrund mit der Angriffshöhe *hvn'* = 18,21 m (5.71) gegen die Schlitzwand wandelt sich durch die Lastverteilung aus dem Archiv zu der horizontalen Kraft *Lh* = 1019 kN (5.78) mit der Angriffshöhe *ln* = 3,25 m (5.80).

Kräfte aus Fläche *Aco*	
Nassdichte *png* = 2,364 t/m³	Neigungswinkel *βne* = 69,7°
Keilhöhe *hro* = 27,03 m (5.73)	Keilbreite *ble* = 10,00 m
Kraft *Gen* = 3130 kN (5.75)	Fläche *Aco* = 135,0 m² (5.74)
Kraft *Ln* = 376 kN (5.76)	Kraftmeter *ln* = 3,25 m (5.80)
Kraft *Lv* = 2754 kN (5.77)	Kraftmeter *lv* = 23,75 m (5.81)
Kraft *Lh* = 1019 kN (5.78)	Kraftmeter *lh* = 8,80 m (5.82)

5.1.5 Bildung von Erdblöcken zur Ermittlung der Auftriebskräfte

Zur Verteilung der Kräfte auf die Schlitzwände und Tunnelsohle sind die errechneten Kraftflächen in Erdblöcke zusammenzufassen. Durch die eingeführte horizontale Berechnungsebene, die gleichzeitig den Grundwasserstand nach der Absenkung darstellen soll, bilden sich Blöcke oberhalb und unterhalb dieser Ebene. Die Höhe *hl'* = 25,27 m (5.33) zeigt den Abstand der Oberkante Gelände OKG bis zu dieser Ebene an, siehe Abb. 116.

Oberhalb des angenommenen Grundwasserspiegels und links des Tunnels errechnet sich die Blockfläche über die Höhe *hl'* und die Breite *bol'* = 15,7 m (5.63). Dieser Fläche ist die Neigungsebene mit dem Winkel *βn* = 58,1° zuzuordnen. Rechts des Tunnels stehen zwei Erdblöcke, die sich die Gesamtbreite *br* = 10,0 + 15,7 = 25,7 m teilen. Ihre Neigungswinkel betragen *βne* = 69,7° (5.35) und *βn* = 58,1°.

Da die Blöcke unterhalb der horizontalen Berechnungsebene im Grundwasserbereich liegen, waren deren Bodeneigenschaften dem ‚nassen Boden unter Wasser' anzupassen und die Breiten der darüberstehenden Blöcke auf die unteren Böcke zu übertragen. Damit lässt sich die Höhe *hlu* des linken Erdblocks über die Breite *bol'* = 15,70 m (5.63) und den Winkel *βew* (5.84) bestimmen.

Für den Erdblock unterhalb des Tunnelquerschnitts würde im Normalfall, d. h. ohne die beherrschende Auflast aus dem Archiv, die vertikale Berechnungsachse mittig durch den Tunnelquerschnitt zu führen sein. Damit könnte die Höhe *hm* der mittleren Erdblöcke über die halbe Breite *bm* und den Neigungswinkel βnw = 59,8° (5.26) ermittelt werden. In diesem Fall zeigt auf der rechten Seite des Tunnelprofils der Neigungswinkel βe = 69,7° (5.35) der Fläche *Aco* an, dass sich die Auflast aus dem Archiv noch nicht abgetragen hat. Folglich ist die Kraftfläche *Aco* vertikal zu spiegeln, so dass die Fläche *Acu* entsteht. Da diese Kraftfläche in das Grundwasser eintaucht, ändert sich ihr Neigungswinkel βe zum Winkel βew (5.84) und ihre Keilhöhe *hro* zur Höhe *hru,* siehe auch Abb. 114 und 115.

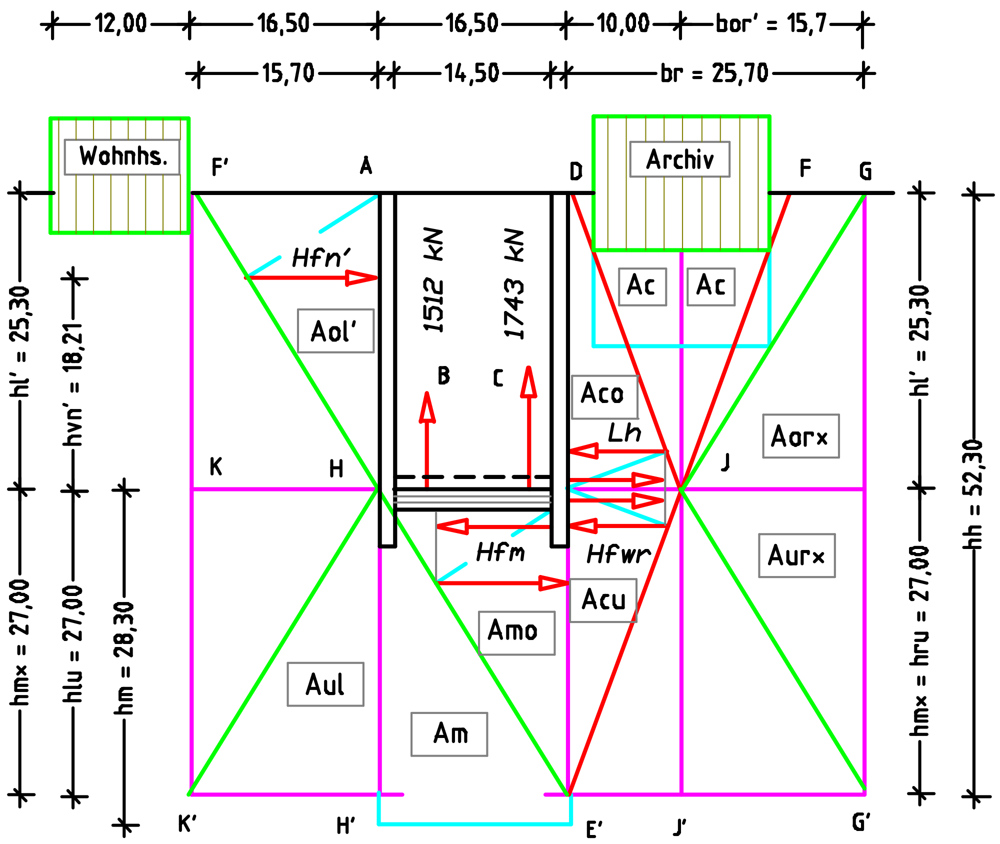


Abb. 116 zeigt die Lastflächen der Erdblöcke ober- und unterhalb des abgesenkten Grundwasserspiegels (OK. Unterwasserbeton).

Der Winkel βew lässt sich über die gleichen Raumteile ermitteln wie der Winkel βe (5.40), jedoch ist hier der Formelansatz des ‚nassen Bodens unter Wasser' anzuwenden. Für die Berechnung der Höhe *hru* steht neben dem Winkel βew die Breite *be* = 9,35 m (5.36) zur Verfügung. Trägt man unterhalb der Ebene (K–H–J) die Höhe *hru* vertikal nach unten ab, erhält man einen Zwangspunkt, an dem die rechte Neigungsebene unter den Winkeln βnw und βn bis zur Geländeebene aufsteigt und damit die Breite des rechten Erdblocks bestimmt. Auf der linken Tunnelseite ist der Erdblock oberhalb des abgesenkten Grundwasserspiegels mit der Höhe *hl'* = 25,3 m und der Breite

bor =15,7 m (5.63) bereits ermittelt worden. Die Höhe hlu des linken Erdblocks unter Wasser lässt sich berechnen über die Breite bor und den Winkel βnw. Unter dem Tunnelquerschnitt stellt sich die Blockhöhe hm ein, welche über die Breite bm und den Winkel βnw zu ermitteln ist. Damit die Auftriebskräfte auch unter Wasser über eine einheitliche Blockhöhe berechnet werden können, sind die unterschiedlichen Höhen hlu, hm und hru unter bautechnischen Gesichtspunkten anzugleichen. Weitere Aspekte, die zu berücksichtigen wären, werden in der Behinderung des Kraftflusses durch die Schlitzwand in der linken aufsteigenden Neigungsebene und bei Unterwasserbeton mit der Höhe hb = 2,00 m gesehen. Für die Ermittlung der Auftriebskräfte, die unterhalb der Tunnelsohle angreifen, stehen neben den Blockabmessungen folgende Dichten unter- und oberhalb des abgesenkten Grundwasserspiegels zur Verfügung: oberhalb die Trockendichte ptg = 2,046 t/m³ und die Nassdichte png = 2,364 t/m³ (5.17) und unterhalb die fiktive Trockendichte $ptwg$ = 1,364 t/m³ (5.22) und die Nassdichte $pnwg$ = 1,682 t/m³ (5.23).

Es bleibt anzumerken, dass die neue Erddruck-Theorie die Auftriebskräfte über die Trockendichten der Böden errechnet und damit nicht der Berechnungsart der Lehre über den stationären und instationären Porenwasserdruck folgt. Die Ermittlung des Auftriebs über den Porenwasserdruck wird verworfen, da das Wasser in freier Natur unter Druck ausweicht und somit für eine Übertragung der Erdkräfte gegen die Tunnelsohle nicht zur Verfügung stehen kann. Die neue Erddruck-Theorie nutzt für ihr Kraftsystem die Feststoffstrukturen der anstehenden Böden und erkennt, dass Kraftdifferenzen in den Erdblöcken zu Bodenverschiebungen oder Bodenhebungen führen können. Damit sind fluktuierende Porenwassermengen oder Grundwasserschwankungen im Erdreich für die Ermittlung der Auftriebskräfte eher unwichtig. Für den Abgleich der Blockhöhen unter Wasser werden zunächst der Neigungswinkel βew und die Höhen hlu, $hm*$ und hru errechnet. Für die Winkelbestimmung stehen die Volumina $\sum Vf$ = 51,84 m³ (5.38) und $\sum Vl$ = 14,39 m³ (5.39) sowie die nachstehende Formel zur Verfügung:

$$\tan \beta nw = Vfw \,/\, (5/6 \cdot \sum Vl) \qquad (5.25)$$

Bei der Berechnung des Neigungswinkels für den Boden unter Wasser wird der Auftrieb der Feststoffe berücksichtigt durch die Reduzierung des Feststoffvolumens um 1/3. Als Berechnungsansatz bleibt das Volumen $Vfw = 0{,}667 \cdot Vf$.

Neigungswinkel βew $\rightarrow \sum Vf = 51{,}84$ m³ (5.38) und $\sum Vl = 14{,}39$ m³ (5.39).

$$\tan \beta ew = 0{,}667 \cdot \sum Vf / (5/6 \cdot \sum Vl) \quad (5.40)$$

$$\tan \beta ew = 0{,}667 \cdot 51{,}84 / (5/6 \cdot 14{,}39) = 2{,}883 \qquad 5.83$$

$$\beta ew = 70{,}9° \qquad [-] \qquad 5.84$$

Höhe *hru*

$$hru = be \cdot \tan \beta ew = 9{,}35 \cdot 2{,}883 = 27{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.85$$

Höhe *hlu* → mit der Breite *bol'* = 15,70 m (5.63) und tan *βnw* = 1,717 (5.25)

$$hlu = bol' \cdot \tan \beta nw = 15{,}70 \cdot 1{,}717 = 27{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.86$$

Höhe *hm* → mit der Breite *bm* = 16,50 m und tan *βnw* = 1,717 (5.25).

$$hm = bm \cdot \tan \beta nw = 16{,}50 \cdot 1{,}717 = 28{,}3 \qquad \text{m} \qquad 5.87$$

Über die Höhe *hm* = 28,3 m (5.87) wird im Regelfall der Auftrieb aus dem Bodenvolumen gegen die Tunnelsohle errechnet. Hier aber beeinflussen mehrere Faktoren den Auftrieb. Zum einen reduziert der Unterwasserbeton mit der geschätzten Höhe *hb* = 2,00 m das Bodenvolumen, aus dem der Auftrieb sich entwickelt, und zum anderen besteht eine Differenz zwischen der Bodendichte *ptwg* = 1,364 t/m³ und der Dichte *p* = 2,400 t/m³ des Unterwasserbetons. Ferner teilt die angenommene horizontale Berechnungsebene die Höhe *hb* des Unterwasserbetons, so dass davon 0,30 m über und 1,70 m unter dem abgesenkten Wasserspiegel zu liegen kommen. Unter Berücksichtigung der aufgezeigten Faktoren wird die Höhe *hm* in die Höhe *hm** umgerechnet.

Höhe *hm**

$$hm^* = 28{,}30 - 1{,}70 \cdot (2{,}400 - 1{,}364) / 1{,}364 = 27{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.88$$

Über die Höhe *hm** werden die übrigen Höhen der unteren Erdblöcke angeglichen und über die Breiten der oberen Blöcke die Flächen und Kräfte der einzelnen Blöcke ermittelt.

Fläche *Aol'*

Die Fläche *Aol'* = 198,6 m² (5.64) und die Gewichtskraft *Gnl'* = 4604 kN (5.65) sind bekannt, noch zu ermitteln ist die Gewichtskraft *Gtl'* mit der Trockendichte *ptg* = 2,046 t/m³.

Gewichtskraft *Gtl'*

$$Gtl' = Aol' \cdot ptg \cdot \text{g} = 198{,}6 \cdot 2{,}046 \cdot 9{,}807 = 3985 \qquad \text{kN} \qquad 5.89$$

Aus der Differenz *Gnl'* – *Gtl'* errechnet sich die Kraft *Gwl* des Porenwassers:

Gewichtskraft *Gwl*

$$Gwl = Gnl' - Gtl' = 4604 - 3985 = 619 \qquad \text{kN} \qquad 5.90$$

Fläche *Aul*

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Trockendichte *ptwg* = 1,364 t/m³	Nassdichte *pnwg* = 1,682 t/m³
Keilhöhe *hlu* = 27,0 m (5.86)	Keilbreite *bol'* = 15,7 m (5.63)

Fläche *Aul*

$$Aul = hlu \cdot bol'/2 = 27{,}00 \cdot 15{,}70/2 = 212{,}0 \quad \text{m}^2 \quad 5.91$$

Kraft *Gtlu* → mit *ptwg*

$$Gtlu = Aul \cdot ptwg \cdot \text{g} = 212{,}0 \cdot 1{,}364 \cdot 9{,}807 = 2836 \quad \text{kN} \quad 5.92$$

Kraft *Gnlu* → mit *pnwg*

$$Gnlu = Aul \cdot pnwg \cdot \text{g} = 212{,}0 \cdot 1{,}682 \cdot 9{,}807 = 3497 \quad \text{kN} \quad 5.93$$

Fläche *Am*

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Trockendichte *ptwg* = 1,364 t/m³	Nassdichte *pnwg* = 1,682 t/m³
Keilhöhe *hm** = 27,0 m (5.88)	Keilbreite *bm* = 16,50 m

Fläche *Am*

$$Am = hm^* \cdot bm/2 = 27{,}0 \cdot 16{,}50/2 = 223{,}0 \quad \text{m}^2 \quad 5.94$$

Kraft *Gtm* → mit *ptwg*.

$$Gtm = Am \cdot ptwg \cdot \text{g} = 223{,}0 \cdot 1{,}364 \cdot 9{,}807 = 2983 \quad \text{kN} \quad 5.95$$

Kraft *Gnm* → mit *pnwg*.

$$Gnm = Am \cdot pnwg \cdot \text{g} = 223{,}0 \cdot 1{,}682 \cdot 9{,}807 = 3678 \quad \text{kN} \quad 5.96$$

Fläche *Aor**

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Trockendichte *ptg* = 2,046 t/m³	Nassdichte *png* = 2,364 t/m³
βn = 58,1°, tan βn = 1,609 (5.18)	βn = 59,8°, tan βnw = 1,717 (5.25)
Keilhöhe *hl'* = 25,30 m (5.33)	Keilhöhe *hru* = 27,0 m (5.86)

Breite *br* → *ble* = Breite *bl* unter Auflast *e*

$$br = ble + bor' = 10{,}00 + 15{,}70 = 25{,}70 \quad \text{m} \quad 5.97$$

Fläche *Aor**

$$Aor^* = hl' \cdot br/2 = 25{,}30 \cdot 25{,}70\ /2 = 325{,}1 \quad \text{m}^2 \quad 5.98$$

Kraft *Gtr* → mit *ptg*

$$Gtr = Aor^* \cdot ptg \cdot \text{g} = 325{,}1 \cdot 2{,}046 \cdot 9{,}807 = 6523 \quad \text{kN} \quad 5.99$$

Kraft *Gnr* → mit *png*

$$Gnr = Aor^* \cdot png \cdot \text{g} = 325{,}1 \cdot 2{,}364 \cdot 9{,}807 = 7537 \quad \text{kN} \quad 5.100$$

Kraft *Gwr* des Porenwassers errechnet sich aus der Kraftdifferenz *Gnr – Gtr.*

Gewichtskraft *Gwr*

$$Gwr = Gnr - Gtr = 7537 - 6523 = 1014 \quad \text{kN} \quad 5.101$$

Fläche *Aur**

Für die Berechnung stehen zur Verfügung:

Trockendichte *ptwg* = 1,364 t/m³	Nassdichte *pnwg* = 1,682 t/m³
Keilhöhe *hru* = 27,0 m (5.85)	Keilbreite *br* = 25,70 m (5.97)

Fläche *Aur**

$$Aur^* = hru \cdot bor^*/2 = 27{,}00 \cdot 25{,}70/2 = 347{,}0 \quad \text{m}^2 \quad 5.102$$

Kraft *Gtru* → mit *ptwg*

$$Gtru = Aur^* \cdot ptwg \cdot g = 347 \cdot 1{,}364 \cdot 9{,}807 = 4642 \quad \text{kN} \quad 5.103$$

Kraft *Gnru* → mit *pnwg*

$$Gnru = Aur^* \cdot pnwg \cdot g = 347 \cdot 1{,}682 \cdot 9{,}807 = 5724 \quad \text{kN} \quad 5.104$$

Ergebnis:

Flächen	**Kräfte**
Fläche *Aol'* = 198,6 m² (5.64)	Kraft *Gtl'* = 3985 kN (5.89)
Breite *bol'* = 15,70 m (5.63)	Kraft *Gnl'* = 4604 kN (5.65)
Fläche *Aul* = 212,0 m² (5.91)	Kraft *Gtlu* = 2836 kN (5.92)
Höhe *hm** = 27,00 m (5.88)	Kraft *Gnlu* = 3497 kN (5.93)
Fläche *Am* = 223,0 m² (5.94)	Kraft *Gtm* = 2983 kN (5.95)
Breite *bm* = 16,50 m	Kraft *Gnm* = 3678 kN (5.96)
Fläche *Aor** = 325,1 m² (5.98)	Kraft *Gtr* = 6523 kN (5.99)
Breite *br* = 25,70 m (5.97)	Kraft *Gnr* = 7537 kN (5.100)
Fläche *Aur** = 347,0 m² (5.102)	Kraft *Gtru* = 4642 kN (5.103)
	Kraft *Gnru* = 5724kN (5.104)
Kraft *Gwl* = 619 kN (5.90)	Kraft *Gwr* = 1014 kN (5.101)

5.1.6 Ermittlung der Auftriebskräfte gegen die Tunnelsohle

Über die vorstehenden Gewichtskräfte können die Auftriebskräfte *Rvl* und *Rvr* berechnet und auch grafisch ermittelt werden. Hierzu ist ein Koordinatensystem gewählt worden, bei dem auf der Abszisse die Blockbreiten *bor'*, *bm* und *bor* und auf der Ordinate die Kräfte aufzutragen sind. Die Ordinaten liegen an den Außenseiten der Schlitzwände. Zur Ermittlung der Auftriebskraft *Rvl* sind links der linken Ordinate und oberhalb der Breite *bol'* von unten nach oben die Kräfte *Gtlu*, *Gtl'* und *Gwl* aufzutragen und rechts unterhalb der Abszisse die Kraft *Gtm,* siehe Abb. 117.

Die Auftriebskraft *Rvr* lässt sich errechnen über die Kräfte *Gtru*, *Gtr* und *Gwr*, die oberhalb der Abszisse der Breite *bor* = *br* = 25,7 m (5.97) zuzuordnen sind. Unterhalb dieser Ebene verbleibt die Kraft *Gtm* mit der Breite *bm* = 16,5 m.

Für die grafische Darstellung der Kräfte und Breiten sind entsprechende Maßstäbe zu wählen. Die aufgezeigten Kräfte sind danach über ihre Krafthöhen in Relation zu den Breiten *bor'*+ *bm* bzw. *bm* + *bor* zu setzen, so dass deren Verbindungsebenen zu Schnittstellen und damit zu der Lage der Auftriebskräfte *Rvl* und *Rv* führen. Die Gewichtskräfte des Porenwassers *Gwl* und *Gwr* werden für die weitere Berechnung nicht benötigt. Sie sind in den Erdblöcken als blau schraffierte Flächen dargestellt, siehe nachstehende Abb. 117 und 118.

Ermittlung der Kraft *Rvl*

Addiert man die Gewichtskräfte *Gtl'* + *Gtlu*, die an der linken Ordinate aufzutragen sind, mit der Auftriebskraft *Gtm*, so erhält man die linke Gesamtkraft *Kraft GTl*.

$$GTl = Gtl' + Gtlu + Gtm$$

$$GTl = 3985 + 2836 + 2983 = 9804 \qquad \text{kN} \qquad 5.105$$

Breite *bxl*

$$GTl \cdot bxl/blg = Gtlu \cdot bxl/blg + Gtm$$

$$9804 \cdot bxl/32{,}20 = 2836 \cdot bxl/32{,}20 + 2983$$

$$bxl = 13{,}80 \qquad \text{m} \qquad 5.106$$

Die einzelnen Kräfte sind dargestellt in der nachstehenden Abbildung, wobei das Gefälle der Kräfte des linken Blocks zu der mittleren Kraft *Gtm* durch die rote Kraftebene angezeigt wird. Diese führt über die Breite *blg* = *bor'* + *bm* = 15,70 + 16,50 = 32,2 m zum Punkt D, der auf der rechten Ordinate liegt. Eine weitere Kraftebene entsteht zwischen den Kräften *Gtlu* und *Gm*. Diese ist in der Abbildung grün eingezeichnet. Vom Punkt D aus schneiden sich im Abstand der Breite *bxl* die rote und grüne Ebene.

Breite *bll*

$$bll = blg - bxl = 32{,}20 - 13{,}80 = 18{,}40 \qquad \text{m} \qquad 5.107$$

Auftriebskraft *Rvl*

$$Rvl = Gtlu \cdot bxl/blg = 2836 \cdot 13{,}80/32{,}2 = 1215 \qquad \text{kN} \qquad 5.108$$

Aus dem linken Erdblock entsteht die Auftriebskraft *Rvl* (5.108). Sie wirkt im Abstand der Breite *bxl* = 13,80 m (5.106) vom Punkt D aus, siehe Abb. 117.

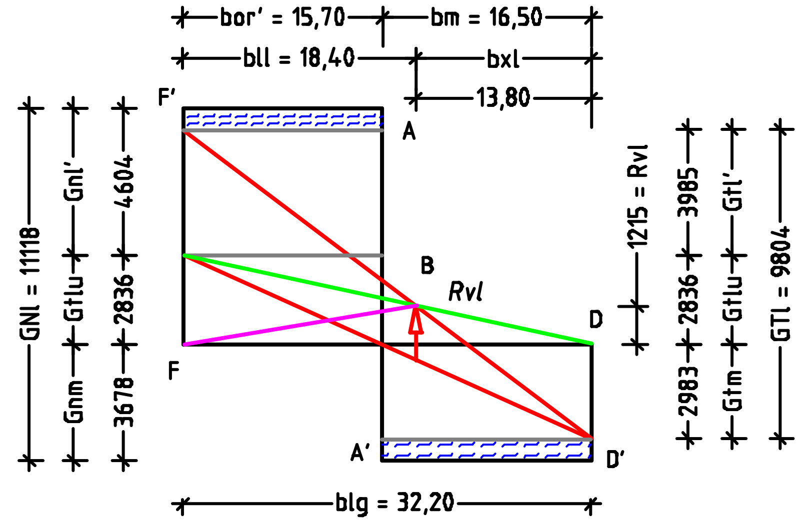


Abb. 117 zeigt die Kraftflächen, die gegen die linke Schlitzwand sowie die Tunnelsohle wirken, und die hieraus resultierende Auftriebskraft *Rvl.*

Ermittlung der Kraft *Rvr*

Auch hier ist zunächst die Gewichtskraft *GTr* über die Kräfte *Gtru* = 4642 kN (5.103), *Gtr* 6523 kN (5.99) und *Gtm* = 2983 kN (5.95) zu ermitteln. Die Gewichtskraft des Porenwassers *Gwr* (5.101) bleibt hierbei unberücksichtigt.

Gewichtskraft *GTr*

$$GTr = Gtr + Gtru + Gtm$$

$$GTr = 6523 + 4642 + 2983 = 14148 \quad \text{kN} \quad 5.109$$

Die Lage der Kräfte ist dargestellt in der nachstehenden Abbildung. Auch hier sind die einzelnen Kräfte in Relation zur Gesamtbreite *brg* = *bm* + *bor* zu bringen, somit *brg* = 16,50 + 25,70 = 42,20 m.

Breite *bxr*

$$GTr \cdot bxr/brg = Gtru \cdot bxr/brg + Gtm$$

$$14148 \cdot bxr/42{,}20 = 4642 \cdot bxr/42{,}20 + 2983$$

$$bxr = 13{,}20 \quad \text{m} \quad 5.110$$

Breite *brr*

$$brr = brg - bxr = 42{,}20 - 13{,}20 = 29{,}00 \quad \text{m} \quad 5.111$$

Auftriebskraft *Rvr*

$$Rvr = Gtru \cdot bxr/brg = 4642 \cdot 13{,}20/42{,}20 = 1452 \quad \text{kN} \quad 5.112$$

Aus dem rechten Erdblock bildet sich die Auftriebskraft *Rvr* (5.112), die im Abstand der Breite *bxr* = 13,20 m (5.110) vom Punkt A aus wirkt. Die Kraftebenen und ihr Schnittpunkt werden in der Abb. 118 gezeigt. Wie zuvor, stellen die roten Linien das obere und untere Kraftgefälle (*GTr*/*brg* und *Gtm*/*brg*) und die grüne Linie die Berechnungsebene dar. Die Gewichtskraft des Porenwassers *Gwr* (5.101) ist als blau schraffierte Fläche dargestellt.

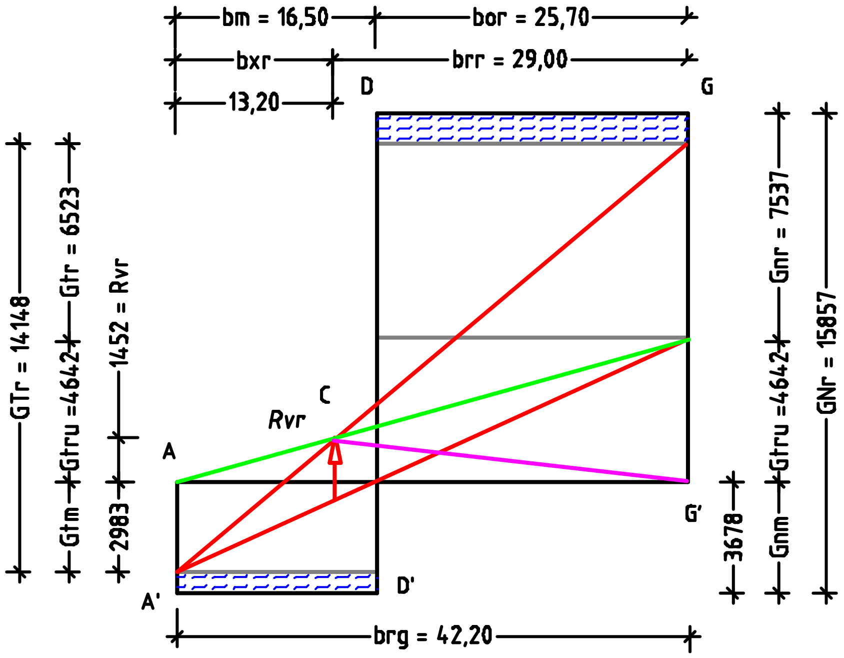


Abb. 118 zeigt die Kraftflächen, die gegen die rechte Schlitzwand sowie die Tunnelsohle wirken, und die hieraus resultierende Auftriebskraft *Rvr*.

Kraftfläche der Auftriebskräfte *Rvl* und *Rvr*

Die Flächen der Auftriebskräfte *Rvl* und *Rvr* sind aus den Abb. 117 und 118 in die Abb. 119 übertragen. Sie setzen auf die OK. des Unterwasserbetons auf. Die Fläche der Auftriebskraft *Rvl* wird in der Abb. 119 nach oben hin in der Farbe magenta begrenzt und die Kraftfläche *Rvr* in grün. Durch die Überlagerung der Auftriebsflächen und damit auch der Kräfte in diesen Flächen entsteht die Kraftfläche mit der blauen Linie als obere Begrenzung. Die Summe der Kräfte in den vertikalen Ebenen B und C werden als rote Pfeile dargestellt. Somit ist die Kraft *Rvl* der Ebene B zuzuordnen und die Kraft *Rvr* der Ebene C. Um den Einfluss der Auftriebskräfte auf die Tunnelsohle und deren Wandanschlüsse erkennen zu können, werden neben den vertikalen Ebenen B und C weitere Schnitte angelegt. An den Außenseiten der Schlitzwände werden diese mit A und D und an den Innenseiten mit A' und D' bezeichnet.

Für die Berechnung der Auftriebskräfte in den einzelnen Ebenen stehen links die Breiten *bxl* = 13,80 m (5.106) und *bll* = 18,40 m (5.107) sowie rechts die Breiten *bxr* = 13,20 m (5.110) und *brr* = 29,00 m (5.109) zur Verfügung. Über die mittlere Breite *bm* = 16,50 m abzüglich der Breiten *bxl* bzw. *bxr* lassen sich die Abstände der Ebenen (A'–B) mit 2,70 m sowie (C–D') mit 3,30 m zu den Innenseiten der Schlitzwände ermitteln. Zudem lassen sich die Kräfte in den vertikalen Ebenen A', B, C und D' über die Kraftzahlen *gitl* und *gitr* in Kraftmeter umrechnen. Bei geöffneter Schleuse, d. h. ohne den Einbau einer Betonsohle zwischen den Schlitzwänden, und nach dem Prinzip der laminaren Strömung entsprechen die Kraftmeter den Höhen der aufsteigenden Erdmasse in dem Tunnelquerschnitt. Für die Ermittlung der Kraftzahlen stehen zur Verfügung: die fiktiven Trockendichten *ptg* = 2,046 t/m³ (Anlage 1) und *ptwg* = 1.36 t/m³ (5.22), die Flächen *Aol'* = 198,6 m² (5.64), *Aul* = 212,0 m² (5.91), Aor* = 325,1 m² (5.98) sowie *Aul** = 347,0 m² (5.102) , die Fallbeschleunigung g = 9,807 m/s² und die Breiten *bm* = 16,50 m, *blg* = 32,20 m bzw. *brg* = 42,20 m.

Kraftzahl *gitl*

$$gitl = blg \cdot (ptg \cdot Aol'/Aul + ptwg \cdot Aul/Aol') \cdot g\ /4 =$$
$$gitl = 32{,}2 \cdot (2{,}046 \cdot 198{,}6/212{,}0 + 1{,}364 \cdot 212{,}0/198{,}6) \cdot g\ /4 =$$
$$gitl = 32{,}2 \cdot (1{,}917 + 1{,}456) \cdot 9{,}807\ /4 = 266{,}3 \quad \text{kN/m}^2 \quad 5.113$$

Kraftzahl *gitr*

$$gitr = brg \cdot (ptg \cdot Aor^*/Aur^* + ptwg \cdot Aur^*/Aor^*) \cdot g\ /4 =$$
$$gitr = 42{,}2 \cdot (2{,}046 \cdot 325{,}1/347{,}0 + 1{,}364 \cdot 347{,}0/325{,}1) \cdot g\ /4 =$$
$$gitr = 42{,}20 \cdot (1{,}917 + 1{,}456) \cdot 9{,}807\ /4 = 349{,}0 \quad \text{kN/m}^2 \quad 5.114$$

Berechnung der Kraftmeter:

Fläche der *Rvl* = 1215 kN (5.108) /*gitl*

Kräfte in den vertikalen Ebenen	*gitl*	Kraftmeter	
A = 1215 · 15,70/18,40 = 1036 kN	266,3	= 3,89 m	5.115
A' = 1215 · 16,70/18,40 = 1103 kN	266,3	= 4,14 m	
B = *Rvl* = 1215 kN	266,3	= 4,56 m	
C = 1215 · 3,30/13,80 = 291 kN	266,3	= 1,10 m	
D' = 1215 · 1,00/13,80 = 88 kN	266,3	= 0,33 m	
D = 0 kN	266,3	= 0,00 m	

Fläche der *Rvr* = 1452 kN (5.112) / *gitr*

Kräfte in den vertikalen Ebenen	*gitl*	Kraftmeter	
A = = 0 kN	349,0	= 0,00 m	5.116
A' = 1452 · 1,00/13,20 = 110 kN	349,0	= 0,32 m	
B = 1452 · 2,70/13,20 = 297 kN	349,0	= 0,85 m	
C = *Rtr* = 1452 kN	349,0	= 4,16 m	
D' = 1452 · 26,70/29,00 = 1337 kN	349,0	= 3,83 m	
D = 1452 · 25,70/29,00 = 1287 kN	349,0	= 3,69 m	

Die aus den Auftriebskräften *Rvl* und *Rvr* zuvor errechneten Kraftmeter werden in den Ebenen A bis D der Abb. 119 dargestellt. Die Addition der Kraftmeter lässt die reaktive Gesamtkraftfläche des Auftriebs gegen die Tunnelsohle entstehen, siehe hierzu Ergebnis und nachstehende Tabelle (5.117).

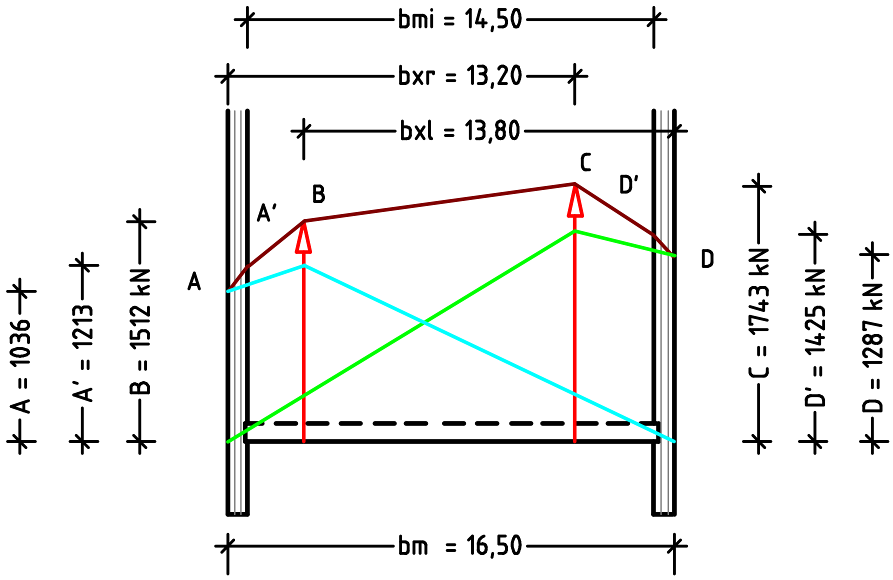


Abb. 119 zeigt die Kraftflächen der Kräfte *Rvl* und *Rvr* und den oberen Verlauf (A–B–C–D) der reaktiven Gesamtkraftfläche.

Ergebnis:

Für die Ermittlung der Auftriebskräfte gegen die Tunnelsohle wurde eine Grundwasserabsenkung bis zur Höhe *hl'* = –25,30 m angenommen. Die Berechnungsergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle zusammengefasst.

Auftriebskräfte $\sum Rvl$ und $\sum Rvr$	Kraftmeter/Höhen *hy*	
A = 1036 + 0 = 1036 kN	3,89 + 0,00 = 3,89 m	5.117
A' = 1103 + 110 = **1213 kN**	4,14 + 0,32 = **4,46 m**	
B = 1215 + 297 = **1512 kN**	4,56 + 0,85 = **5,41 m**	
C = 291 + 1452 = **1743 kN**	1,10 + 4,16 = **5,26 m**	
D' = 88 + 1337 = **1425 kN**	0,33 + 3,83 = **4,16 m**	
D = 0 + 1287 = 1287 kN	0,00 + 3,69 = 3,69 m	

Die Ebenen A und D sowie ihre Auftriebskräfte liegen an den Außenseiten der Schlitzwände und entfallen damit zur Ermittlung des Auftriebs unter der Tunnelsohle. Infolge des Auftriebs würden die Erdmassen bei geöffneter Schleuse bis zu den angezeigten Höhen aufsteigen, siehe Abb. 119.

5.1.7 Ermittlung der horizontalen Erdkräfte unter Wasser

Bereits errechnet wurden die Kräfte des nassen Bodens, die oberhalb des abgesenkten Grundwasserspiegels *hl'* = 25,30 m (5.33) von links und rechts gegen die Schlitzwände wirken. Aus der Fläche *Aol'* ist die Kraft *Hfn'* = 2064 kN (5.68) ermittelt worden, die in der Höhe *hvn'* = 18,21 m (5.71) gegen die linke Schlitzwand wirkt. Gegen die rechte Schlitzwand greift in der Höhe *ln* = 3,25 m (5.80) die Kraft *Lh* = 1019 kN (5.78) an. Nachstehend erfasst werden die Horizontalkräfte aus den Flächen *Amo* und *Acu,* wobei die Fläche *Amo* oberhalb der Neigungsebene der Fläche *Am* und die Fläche *Acu* unterhalb der Fläche *Aco* liegt, siehe Abb. 116, S. 183.

Kräfte aus der Fläche *Amo*

Die Fläche *Amo* errechnet sich über die Höhe *hm** = 27,00 m (5.88) abzüglich der Höhe des Unterwasserbetons, der mit 1,70 m unterhalb des angenommenen Grundwasserspiegels liegt, somit *hmo* = 27,00 – 1,70 = 25,30 m.

Breite *bmo* → mit tan *βnw* = 1,717 (5.25)

$$bmo = hmo / \tan \beta nw = 25{,}30/1{,}717 = 14{,}70 \quad \text{m} \quad 5.118$$

Fläche *Amo*

$$Amo = hmo \cdot bmo/2 = 25{,}30 \cdot 14{,}70/2 = 186{,}0 \quad \text{m}^2 \quad 5.119$$

Kraft *Gmo* → mit *pnwg* = 1,682 t/m³ (5.23)

$$Gmo = Amo \cdot pnwg \cdot g = 186{,}0 \cdot 1{,}682 \cdot 9{,}807 = 3068 \quad \text{kN} \quad 5.120$$

Mit der Kraft *Gmo* werden die weiteren Kräfte in der Fläche *Amo* ermittelt.

Kraft *Nvm* → mit *βnw* = 59,8° (5.26)

$$Nvm = Gmo \cdot \cos^2 \beta nw = 3068 \cdot 0{,}253 = 776 \quad \text{kN} \quad 5.121$$

Kraft *Hvm*

$$Hvm = Gmo \cdot \sin^2 \beta nw = 3068 \cdot 0{,}747 = 2292 \quad \text{kN} \quad 5.122$$

Kraft *Hfm*

$$Hfm = Gmo \cdot \sin \beta nw \cdot \cos \beta nw$$

$$Hfm = 3068 \cdot 0{,}864 \cdot 0{,}503 = 1334 \quad \text{kN} \quad 5.123$$

Kraftzahl *gim*

$$gim = bmo \cdot pnwg \cdot g/2 = 14{,}70 \cdot 1{,}682 \cdot g/2 = 121{,}2 \ \text{kN/m}^2 \quad 5.124$$

Kraftmeter *nvm*

$$nvm = Nvm/gim = 776/121{,}2 = 6{,}40 \quad \text{m} \quad 5.125$$

Kraftmeter *hvm*

$$hvm = Hvm/gim = 2292/121{,}2 = 18{,}90 \quad \text{m} \quad 5.126$$

Kraftmeter *hfm*

$$hfm = Hfm/gim = 1334/121{,}2 = 11{,}00 \quad \text{m} \quad 5.127$$

Kraftmeter *hfm'* → auf die Höhe der UK. rechte Schlitzwand bezogen.

$$hfm' = hfm \cdot hb'/nvm = 11{,}00 \cdot 3{,}0/6{,}40 = 5{,}16 \quad \text{m} \quad 5.128$$

Kraft Hfm' → horizontale Kraft gegen die Innenseite der Schlitzwand.

$$Hfm' = hfm' \cdot gm = 5{,}16 \cdot 121{,}2 = 625 \qquad \text{kN} \quad 5.129$$

Kräfte aus der Fläche *Acu*

Für die Berechnung stehen die Werte der nachstehenden Tabelle zur Verfügung:

Trockendichte $ptwg$ = 1,364 t/m³	Nassdichte $pnwg$ = 1,682 t/m³
Keilbreite be = 9,35 m (5.36) Keilbreite be' = 0,65 m	Keilhöhe hru = 27,00 m (5.85) Winkel βew = 70,9° (5.84)

Anzumerken bleibt hier, dass die Höhe hru (5.85) über die Breite be (5.36) und den Winkel βew (5.84) ermittelt worden ist. Da die Fläche Acu jedoch die Breite ble = 10,00 m bis zur vertikalen Berechnungsebene D einnimmt, ist zur Einbeziehung der Breite $be' = ble - be$ = 0,65 m in die Keilfläche Acu zunächst die neue Keilhöhe hru' zu ermitteln. Die damit verursachte Überschreitung der unteren Berechnungsebene wird hingenommen.

Höhe hru' → $\tan \beta ew$ = 2,883 (5.83)

$$hru' = ble \cdot \tan \beta ew = 10{,}00 \cdot 2{,}883 = 28{,}83 \qquad \text{m} \quad 5.130$$

Fläche Acu

$$Acu = ble \cdot hru'/2 = 10{,}00 \cdot 28{,}83/2 = 144{,}0 \qquad \text{m}^2 \quad 5.131$$

Kraft Gtc → mit $ptwg$

$$Gtc = Acu \cdot ptwg \cdot \mathrm{g} = 144{,}0 \cdot 1{,}364 \cdot 9{,}807 = 1926 \qquad \text{kN} \quad 5.132$$

Kraft Gnc→ mit $pnwg$

$$Gnc = Acu \cdot pnwg \cdot \mathrm{g} = 144{,}0 \cdot 1{,}682 \cdot 9{,}807 = 2375 \qquad \text{kN} \quad 5.133$$

Kraft Nvw → mit Gnc und βew = 70,9°

$$Nvw = Gnc \cdot \cos^2 \beta ew = 2375 \cdot 0{,}107 = 254 \qquad \text{kN} \quad 5.134$$

Kraft Hvw

$$Hvw = Gnc \cdot \sin^2 \beta ew = 2375 \cdot 0{,}893 = 2121 \qquad \text{kN} \quad 5.135$$

Kraft $Hfwr$

$$Hfwr = Gnc \cdot \sin \beta ew \cdot \cos \beta ew$$

$$Hfwr = 2375 \cdot 0{,}945 \cdot 0{,}327 = 734 \qquad \text{kN} \quad 5.136$$

Kraftzahl $ginw$

$$ginw = ble \cdot pnwg \cdot \mathrm{g}/2 = 10{,}0 \cdot 1{,}682 \cdot \mathrm{g}/2 = 82{,}5 \ \text{kN/m}^2 \quad 5.137$$

Kraftmeter nvw

$$nvw = Nvw/ginw = 254/82{,}5 = 3{,}10 \qquad \text{m} \quad 5.138$$

Kraftmeter hvw

$$hvw = Hvw/ginw = 2121/82{,}5 = 25{,}70 \qquad \text{m} \quad 5.139$$

Kraftmeter $hfwr$

$$hfwr = Hfwr/ginw = 734/82{,}5 = 8{,}90 \qquad \text{m} \quad 5.140$$

Ergebnis:

Fläche Acu = 144,0 m² (5.131)	Kraft Gnc = 2375 kN (5.133)
Höhe nvw = 3,10 m (5.138)	Kraft $Hfwr$ = 734 kN (5.136)

5.1.8 Abgleich der Auftriebs- mit den Gewichtskräften des Tunnels

Die Auftriebskräfte sind zusammengefasst in der Tabelle (5.117), S. 192. Die Gewichtskräfte, die den Auftriebskräften entgegen wirken, werden ermittelt aus dem Unterwasserbeton mit der Dichte p_4 = 2,400 t/m³ und der Teilhöhe $\Delta h'$ = 2,00 – 1,70 = 0,30 m, dem Stahlbeton der Tunnelsohle mit der Dichte p_2 = 2,500 t/m³ und der Höhe hbs = 1,50 m sowie aus der Zwischendecke mit der geschätzten Höhe $hz \sim$ 1,20 m und den entsprechenden Innenstützen.

Da die Schlitzwände einen Teil der Deckenlast übernehmen, wird zur Vereinfachung der Gewichtskraftverteilung die Deckenlast auf 75 % reduziert und auf 75 % der lichten Breite bt = 14,50 m verteilt. Damit bleibt die Tunnelsohle nahe den Schlitzwänden jeweils auf der Breite bt' = 0,25 · 14,50/2 = 1,80 m von der Deckenkraft unbelastet. Als Ersatzlast für die Stützen wird eine Erhöhung der Zwischendecke um hz^* = 0,10 m angenommen. Den Auftriebskräften stehen die folgenden Gewichtskräfte entgegen:

Gewichtskraft Gu → Unterwasserbeton mit der Höhe $\Delta h'$ = 0,30 m

$$Gu = bt \cdot \Delta h' \cdot p_4 \cdot \mathrm{g} = 14{,}5 \cdot 0{,}30 \cdot 2{,}400 \cdot 9{,}807 = 102 \quad \mathrm{kN} \qquad 5.141$$

Gewichtskraft Gs → Tunnelsohle

$$Gs = bt \cdot hbs \cdot p_2 \cdot \mathrm{g} = 14{,}5 \cdot 1{,}50 \cdot 2{,}500 \cdot 9{,}807 = 533 \quad \mathrm{kN} \qquad 5.142$$

Gewichtskraft $\sum G_1$ → mit der Breite bt = 14,50 m

$$\sum G_1 = Gu + Gs = 102 + 533 = 635{,}0 \quad \mathrm{kN} \qquad 5.143$$

Gewichtskraft Gi' → Innenausbau: Höhen $hz + hz^*$ = 1,20 + 0,10 = 1,30 m

$$Gi' = bt' \cdot hh \cdot p_2 \cdot \mathrm{g} = 1{,}80 \cdot 1{,}30 \cdot 2{,}50 \cdot 9{,}807 = 57 \quad \mathrm{kN} \qquad 5.144$$

Gewichtskraft Gi' → Innenausbau: Höhe $hz + hz^*$ = 1,30 m

$$Gi^* = bt^* \cdot hh \cdot p_2 \cdot \mathrm{g} = 10{,}90 \cdot 1{,}30 \cdot 2{,}50 \cdot 9{,}807 = 348 \quad \mathrm{kN} \qquad 5.145$$

Gewichtskraft Gsw → Schlitzwand: Höhe hs = 30,0 m

$$Gsw = d \cdot h \cdot p_2 \cdot \mathrm{g} = 1{,}00 \cdot 30{,}0 \cdot 2{,}50 \cdot 9{,}807 = 736 \quad \mathrm{kN} \qquad 5.146$$

Die errechneten Auftriebskräfte aus dem anstehenden Erdreich (5.117) und vorstehenden gegenläufigen Gewichtskräfte aus dem Tunnelausbau zeigen auf, dass die Auftriebskräfte in den vertikalen Berechnungsebenen A' bis D' gegen die Tunnelsohle nicht vollständig mit den Gewichtskräften überlagert werden konnten, siehe Tabelle (5.147).

Aufrechnung

der Auftriebskräfte mit den Gewichtskräften aus dem Tunnelprofil:

Auftriebskräfte	Gewichtskräfte aus den Bauteilen	Verbleibende Auftriebskräfte
A = 1036 kN	–(57 + 736) = –793 kN	= 243 kN
A' = 1213 kN	**–635 kN**	= **578 kN**
B = 1512 kN	**–635 – 348 = –983 kN**	= **529 kN**
C = 1743 kN	**–635 – 348 = –983 kN**	= **760 kN**
D' = 1425 kN	**–635 kN**	= **790 kN**
D = 1287 kN	–(57 + 736) = –793 kN	= 494 kN

5.147

Kräfte und ihre Angriffspunkte gegen den Tunnelquerschnitt

Wie eingangs dargestellt, basieren die Kraftermittlungen auf Annahmen, da entsprechende Unterlagen, wie Baupläne, Bodeneigenschaften, Bauzustände u. a., nicht zu beschaffen waren. Die Berechnungen sind aber so aufgestellt, dass diese mit realen Konstruktionsmerkmalen der Tunnelstrecke nachvollziehbar sind. Die getroffenen Annahmen sowie die Kraftangriffe gegen die Schlitzwände und die Tunnelsohle werden dargestellt in der Abb. 119, S. 192.

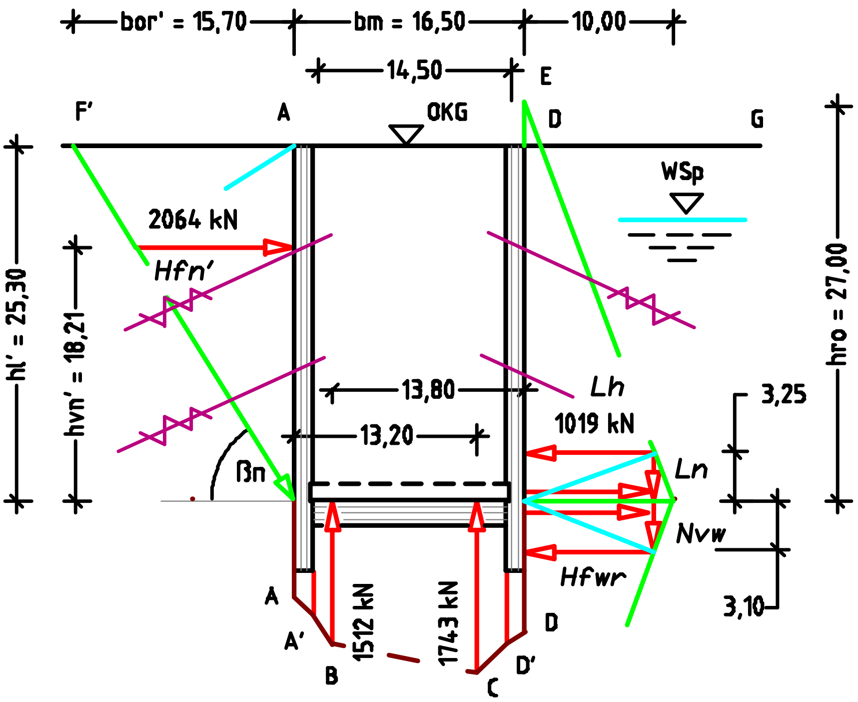


Abb. 120 zeigt den Tunnelquerschnitt mit den angreifenden Kräften.

Schlitzwände

Es wurde angenommen, dass die Baugrube zunächst durch die Schlitzwände, Erdanker, innere Aussteifungen und einen unbewehrten Unterwasserbeton sta-

bilisiert worden ist. Den Wänden wurde die Höhe *hs* = 30,00 m und die Dicke *d* = 1,00 m zugeordnet. Gemäß den Medienberichten sollen die Wände durch Stahlträger im Lamellenabstand von ca. 3,50 m sowie durch eine leichte Stabbewehrung ausgesteift worden sein. Die Erdanker in dem oberen Wandbereich und innere Aussteifungen gegen die Wände dürften das Baufeld frei gemacht haben für den Erdaushub unter Wasser. Nach dem Erreichen der Aushubtiefe von –27,00 m könnte der Unterwasserbeton mit der angenommenen Dicke *hb* = 2,00 m eingebaut werden. Mit der Grundwasserabsenkung bis zur Höhe *hss* = –25,00 m unterhalb der Geländeoberkante (OKG) waren die Voraussetzungen geschaffen, eine zweite Lage von Erdankern und die Tunnelsohle aus Stahlbeton mit der geschätzter Höhe *hbs* = 1,50 m einzubauen. Ferner wurde angenommen, dass eine Anschlussbewehrung für die Sohl-/Wand-Verbindung in die Schlitzwände eingelassen und Aussparungen in den Wänden für die Tunnelsohle angelegt worden sind.
Bei der Kraftermittlung gegen die Schlitzwände zeigen sich sehr unterschiedliche Belastungsbilder. Während auf der linken Seite aus der Fläche *Aol'* die horizontale Kraft *Hfn'* = 2064 kN (5.68) gegen die Schlitzwand in der Höhe *hvn'* = 18,21 m (5.71) oberhalb der Berechnungsebene (*hl'* ~ –25,30 m) angreift, stellt sich durch die Gebäudelast des Archivs eine völlig andere Belastung der rechten Schlitzwand dar, siehe vorangestellte Abb. 119, S. 192.
Die Gebäudelast des Archivs ist derart dominant, dass sie die aktiven Kraftfelder des anstehenden Bodens in reaktive Felder umkehrt und den horizontalen Kraftangriff mit der Kraft *Lh* = 1019 kN (5.78) in die Höhe *ln* = 3,25 m (5.80) verlagert. Unterhalb der Berechnungsebene wirkt im Abstand der Höhe *nvw* = 3,10 m (5.138) die horizontale Kraft *Hfwr* = 734 kN (5.136). Ihr gegenüber steht die Kraft *Hfm'* = 625 kN (5.129), die von innen gegen den Fuß der rechten Schlitzwand drückt.

Tunnelsohle

Aus Fotos zum Tunnelquerschnitt wurde entnommen, dass zum Zeitpunkt des Unglücks der Unterwasserbeton mit der gewählten Höhe *hb* = 2,00 m, die Tunnelsohle mit der angenommenen Höhe *hbs* = 1,50 m, wenige Stützen und eine Zwischendecke aus Stahlbeton eingebaut waren. Da die eigentlichen Tunnelwände noch fehlten, spannte sich die Decke von Schlitzwand zu Schlitzwand. Für die Anschlüsse der Tunnelsohle an die Schlitzwände wird eine geringe Aussparungstiefe und eine Anschlussbewehrung in den Wänden angenommen, die überwiegend die Auftriebskräfte in die Schlitzwände zu übertragen hatten. Die gegen die Tunnelsohle wirkenden Auftriebskräfte wurden nach neuer Erddruck-Theorie über die fiktiven Trockendichten der nassen Böden über und unter Wasser errechnet. Hierbei wird davon ausgegangen, dass Wasser in freier Natur unter Druck ausweicht und damit für einen Krafttransfer nicht zur Verfügung steht, während die Feststoffstruktur einer Bodenart unter normalen Druckverhältnissen unverändert bleibt, siehe Unterkapitel 3.2, S. 70.

Die Auftriebskräfte wurden ermittelt über die Gewichtskräfte von Erdblöcken, die in Relation zu den Kräften der benachbarten Blöcke zu setzen waren. Der Kräfteabgleich zwischen den linken Erdblöcken und dem mittleren Erdblock unter der Tunnelsohle ergab die Auftriebskraft *Rvl* = –1215 kN (5.108) in der Ebene B und der Kraftabgleich der rechten Erdblöcke mit dem mittleren Block die Kraft *Rvr* = –1452 kN (5.112) in der Ebene C, siehe Abb. 117 und 118. Die Überlagerung der Kräfte *Rvl* und *Rvr* ist dargestellt in der Abb. 119, S. 192.

Den Kräften des Auftriebs wirken Gebäudelasten des Tunnels entgegen. Um diese Kräfte realistisch auf die Gesamtbreite *bm* = 16,50 m der Sohle verteilen zu können, wurden Abschnitte mit den Breiten 1,00 + 1,70 + 10,30 + 2,50 + 1,00 = 16,50 m gewählt. Nach der Reduzierung der Auftriebskräfte um die Gewichtskräfte der Tunnelsohle, der Zwischendecke und der Stützen verblieben in der Ebene C die Auftriebskraft *RvC* = –760 kN und in der Ebene D', d. h. an der Innenseite der rechten Schlitzwand, die Kraft *RvD'* = –790 kN, siehe Tabelle (5.147), S. 196.

Mögliche Schadensursache

Die einzelnen Kräfte und ihre Angriffsebenen gegen den Tunnelquerschnitt sind dargestellt in den Tabellen (5.117) und (5.147) und übertragen in die Abb. 119 und 120, S. 192 und 196.

Während die linke Schlitzwand durch die Erddruckkraft *Hfn'* = 2064 kN (5.68) belastet und diese Kraft direkt durch die obere Lage der Erdanker übernommen und in das Erdreich abgetragen wird, konzentrieren sich Kräfte gegen die rechte Schlitzwand auf den Anschlussbereich der Tunnelsohle. Insbesondere die Auftriebskräfte *RvC* = –760 kN und *RvD'* = –790 kN gegen die Tunnelsohle sowie die Erddruckkraft *Lh* = 1019 kN (5.78) mit der Angriffshöhe *ln* = 3,25 m (5.80) oberhalb der gewählten Berechnungsebene (*hl'* –25,30 m) erzeugen eine Torsion in dem Sohl-/Wandbereich, welche das Anheben der Tunnelsohle erleichterte und zu Spannungsüberschreitungen in der Wand führte. Verstärkt wurde die Torsionsbildung durch die konträr wirkenden horizontalen Kräfte *Lh* und *Hfwe*, die in der Höhe der Tunnelsohle nach rechts zeigen, siehe Abb. 120, S. 196.

Setzt man die Kraft *Lh* = 1019 kN (5.78) mit der Höhe *ln* = 3,25 m (5.80) oberhalb der gewählten Berechnungsebene an (*hl'* ~ –25,30 m) und subtrahiert man davon die Höhe des Sohlbetons mit *hbs* = 1,50 m, so liegt der Kraftangriff aus dem anstehenden Boden gegen die Schlitzwand ~ 1,75 m über dem Sohlbeton. Unterhalb dieser Stelle dürfte die Anschlussbewehrung für die Tunnelsohle ansetzen, wobei hier zur Aufnahme des horizontalen Angriffs der Kraft *Lh* eine besondere Wandbewehrung nicht zur Verfügung steht. Betrachtet man die in den Fotos gezeigte Anschlussbewehrung, so dürfte es unwahrscheinlich sein, dass die Auftriebskräfte *RvC* = –760 kN und *RvD'*= –790 kN über diese Bewehrung in die Wand abgetragen werden können. Nach den berechneten Auftriebskräften dürfte sich die Bodenplatte rechtsseitig anheben, zur Verkantung der Platte führen und damit eine Stauchung, Drehung und Rissbildung in der rechten Schlitzwand auslösen. Die möglichen Rissbildungen sind dargestellt in der Abb. 121, S. 200.

Da nach den Berechnungsvorgaben der derzeitigen Erddruck-Lehre in der gezeigten Bruchebene II eine Erddruckkraft in der Größe der Kraft *Lh* = 1019 kN (5.78) nicht zu erwarten wäre, wird von dem Verfasser angenommen, dass für diese Kraft die eingebaute Bewehrung nicht bemessen war. Somit konnten kleine Wandrisse entstehen, die unter dem hohen Druck des in den Tunnel einströmenden Wasser-Sand-Gemischs sich weiter öffneten und den Wandbeton samit großflächig aufbrachen. Durch den Entzug von Erdmassen aus dem benachbarten Baugrund war damit der Einsturz des Archivs nicht mehr aufzuhalten.

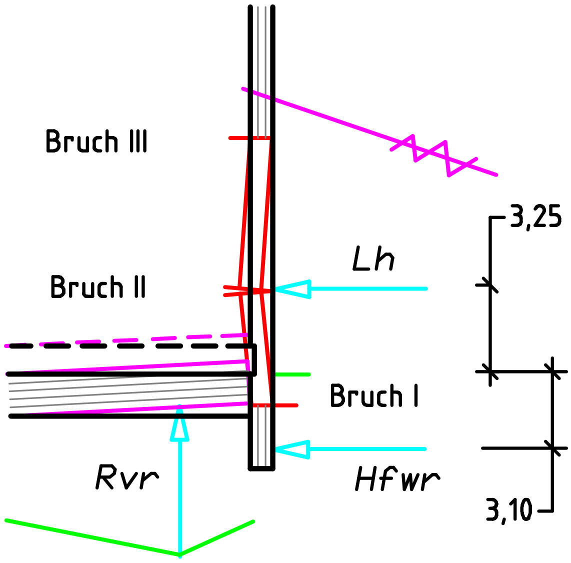


Abb. 121 deutet die möglichen Brüche in der Schlitzwand an.

Die vorstehenden Erddruckberechnungen lassen vermuten, dass bei diesem Abschnitt des U-Bahnbaus eine weit tiefere Grundwasserabsenkung betrieben worden ist als die in dieser Studie mit der Höhe *hl'* = –25,30 m angenommene Absenkung. Die Vermutung stützt sich auf die in der Tabelle (5.117) gezeigten Auftriebskräfte, welche zu mindern waren durch die Gewichtskräfte der Tunnelsohle, der Säulen und der Zwischendecke, siehe Tabelle (5.147). Betrachtet man hierzu den Bauzustand nach dem Einbau des Unterwasserbetons und vor dem Einbau der Tunnelsohle, so waren Maßnahmen zu treffen, die einerseits geeignet waren, die Baugrube für den Einbau der Sohlbewehrung trockenzulegen, und andererseits die Auftriebskräfte wegen der noch fehlenden konträren Gewichtskräfte zu mindern. Nur eine tiefere Grundwasserabsenkung konnte beide baulichen Notwendigkeiten erfüllen. Aus dem erhöhten Grundwasserentzug lassen sich, nach eigener Überzeugung, keine negativen Auswirkungen auf die Standfestigkeit der benachbarten Gebäude ableiten – vorausgesetzt, es werden dem anstehenden Erdreich keine Feststoffe entzogen.

5.1.9 Fazit zum Einsturz des Archivs in Köln

Die ausgeführten Berechnungen nach neuer Erddruck-Theorie lassen annehmen, dass bei der Bauplanung die Gebäudelast des Historischen Archivs der Stadt Köln nur unzureichend berücksichtigt worden ist. Hierzu drängt sich eine Parallele auf mit dem Turm der Kirche von Sankt Johann Baptist, der sich im Zuge des U-Bahnbaus schräggestellt hat.

Die Studie lässt aber auch erkennen, dass die Grundlagen der derzeitigen Erddruck-Lehre nicht dem realen Bodenverhalten folgen, sondern Angaben zu den Bodenwerten (Scherfestigkeit, Einflussgröße und Dichte) nutzen, die auf Erfahrungswerten basieren [1: S. I.19]. Ferner stellt die Lehre Vorgaben zum Abtrag vertikaler Lasten in den Baugrund [1: S. P.14] und zur Ermittlung von Auftriebskräften über einen Porenwasserdruck [1: S. D.1ff.] vor, die zu markanten Unterbemessungen in Teilbereichen des Tunnelquerschnitts führen können, siehe Unterkapitel 2.5, S. 46.
Da die Grundlagen der Erddruck-Lehre in die Regelwerke und Normen zur Erddruckermittlung übernommen wurden, könnte der Einsturz des Archivs weniger den Anwender der Werke, sondern eher den Verfassern der Vorschriften angelastet werden. Den Planern und den Ausführenden ist die Anwendung der Regelwerke und Normen freigestellt, jedoch zwingen meist Rechtsvorschriften die Vorgaben der Lehre als Stand der Technik verpflichtend einzuhalten.

In Kenntnis der aufgezeigten Mängel in den derzeitigen Regelwerken zu der Erddruckberechnung ließe sich der Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln selbst mit der regelkonformen Anwendung der geltenden Bauvorschriften begründen.

5.2 Bergrutsch in den Concordiasee bei Nachterstedt 2009

Auch über den Erdrutsch in Nachterstedt vom 18. Juli 2009 mit drei getöteten Personen und hohem Schachschaden berichteten alle Medien. Der Erdrutsch steht im Zusammenhang mit dem Abbau von Braunkohle im Tagebau, wobei ein Teil der Grube mit dem Abraum aufgefüllt wurde und der weit größere Bereich als See aufgestaut werden soll. Die Ereignisse um den Bergrutsch wurden zusammengefasst in dem Artikel: *„So entstand das Desaster von Nachterstedt“* [11]. Den Umfang des Erdrutsches zeigt zudem eine Bilderserie [J].

Um der Ursache der enormen Erdbewegung mit den Erkenntnissen der neuen Erddruck-Theorie nachgehen zu können, wurde die Unglücksstelle in Nachterstedt vom Verfasser besucht. Hierbei aufgenommen werden sollten die unterschiedlichen Winkel im Geländeverlauf des Hanges (vorher/nachher) und

die Entnahme von Bodenproben. Leider wurde nach Rücksprache mit der zuständigen *Lausitzer und Mitteldeutschen Bergbau-Verwaltungsgesellschaft (LMBV)* der Zutritt zu dem sehr weiträumig abgesperrten Zechengelände verweigert. Gleichfalls abgelehnt wurde die Bitte nach Überlassung von Ergebnissen der in ihrem Auftrag durchgeführten örtlichen Bodenerkundungen. Somit war es erforderlich für die nachstehende Untersuchung, die Bodenart des Hanges nach Augenschein und aus Fotos zum Bergrutsch zu beurteilen. Für den Fall, dass die gewählte Bodenart dem Material der Grubenverfüllung nicht entsprechen sollte, können die Bodenkenngrößen in den nachstehenden Berechnungen problemlos ausgetauscht werden.
Das nachstehende Foto, welches die Braunkohlengrube vor der Flutung zum See zeigt, ist entnommen aus WIKIPEDIA/Concordiasee.

Abb. 122 zeigt die Grube des Tagebaus vor der Flutung.

Im Internet häufen sich Spekulationen zur Unglücksursache. Der SPIEGEL ONLINE berichtete am 18.07.2010: *Die Lausitzer und Mitteldeutsche Bergbau-Verwaltungsgesellschaft hat jetzt die bisherigen Erkenntnisse zum Fall Nachterstedt vorgestellt – ihre Bilanz: "Es haben offenbar mehrere Einflussfaktoren gleichzeitig zusammengewirkt, aber in uns noch unbekannter Form und Art." Und der von der Landesregierung eingesetzte Gutachter erwartet, dass die Begutachtung der Unglücksstelle noch längere Zeit andauern werde, weil "das gesamte Gelände in Bewegung" sei.*

Mit der Pressemitteilung PM 030/2012 vom 17.07.2012 teilte das Ministerium für Wissenschaft und Wirtschaft (MW)/Sachsen-Anhalt mit: „*Die Ursachenermittlung soll bis Mitte nächsten Jahres abgeschlossen werden.*“ Die

Mitteldeutsche Zeitung vom 04.05.2013 schrieb *„Gutachterstreit schwelt weiter“* [13]. Der Mitteldeutsche Rundfunk, MDR.DE berichtete am 13.12.2013 unter dem Titel *„Grundwasserdruck löst verheerenden Erdrutsch in Nachterstedt aus“,* dass Gutachten belegen würden, dass der Erdrutsch von Nachterstedt durch einen hohen Grundwasserdruck ausgelöst worden und das Abrutschen der Böschung nicht vorhersehbar gewesen sei. Zudem schließe ein LMBV-Gutachten den Altbergbau als Unglücksursache aus [14].

Nachstehend wird der Ursache des Bergrutsches von Nachterstedt mit den Erkenntnissen nachgegangen, die zu der neuen Erddruck-Theorie geführt haben. Freundlicherweise hat hierzu das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) die Nutzung der „Vergleichskarte Nachterstedt mit den Profilschnitten, vorher/nachher“ gestattet [H]. Aus dieser Unterlage wurde ein Referenz-Koordinatensystem zum Profilschnitt des DLR aufgebaut und dieses eingeordnet zwischen den Breiten 5472000 m und 5472500 m der geodätischen Länge 661450 m. Die für den Geländeschnitt benötigten Höhen wurden einerseits aus den Profilen des DLR interpoliert und andererseits ergänzt mit Höhenangaben des ‚EffJot-Forums – Geologische Karten zu Nachterstedt’ [12].

In dem eigenen Profilschnitt wird die geodätische Breite als ‚Station’ (Stat) bezeichnet. Die Gruben- und Seesohle setzt mit der Höhe +42 m NN an der geodätischen Breite 5742480 m (Stat. 2480) an und steigt in dem Bereich der Breite 5742000 m (Stat. 2000) bis zu der Höhe +97 m NN auf. Vor dem Bergrutsch soll der Concordiasee die Stauhöhe +82 m NN erreicht haben.

Über die Differenzhöhen, die sich ergeben aus der ansteigenden Grubensohle, der Stauhöhe des Sees und der Geländeebene, können die unterschiedlichen Eigenschaften der anstehenden Bodenart im feuchten oder nassen Zustand über oder unter Wasser errechnet werden. Da jede Bodenart bzw. jeder Zustand unterschiedliche Horizontalkräfte erzeugt, ist es möglich die ‚Scherebene unter Auflast’ in den einzelnen Stationen des Hanges zu ermitteln und damit den Umfang des Hangrutsches rechnerisch darzustellen.

5.2.1 Füllmaterial und seine Eigenschaften

Für das teilweise Auffüllen der Grube wird ein Lehm-Sand-Gemisch angenommen, welches zu 60 Vol.-% aus lehmigen Feststoffen mit Vf_b = 0,392 m³ (4.162) und zu 40 Vol.-% aus sandigen Feststoffen mit Vf_a = 0,548 m³ (4.160) pro 1,00 m³ bestehen soll, siehe Unterkapitel 4.5, S. 137.

Von dem Verfasser wird nach Erfahrungswerten dem eingebauten Füllmaterial vor dem Bergrutsch eine Eigenfeuchte von 78 Liter Wasser pro 1,00 m³ zugeordnet. Zudem ist ihm bekannt, dass bei derartigen Grubenverfüllungen auf eine maschinelle Verdichtung verzichtet wird, wie sie ansonsten beim Dammbau erbracht wird. Über die vorstehenden Annahmen lassen sich weitere Eigenschaften des Füllbodens in den Bodenzuständen trocken, feucht, nass über und unter Wasser errechnen. Die Veränderungen der Bodeneigenschaften stellen sich ein, wenn dem Bodengemisch weiteres Wasser zugeführt oder der Boden vom Wasser überflutet wird, wie z. B. durch das aufstauende Wasser in dem Concordiasee.

Kennwerte des trockenen Bodens

Das angenommene Haldenmaterial soll bestehen aus:

Sand	$Vfa = 0{,}548$ m³	40%	$Vfa' = 0{,}219$ m³	
Lehm	$Vfb = 0{,}392$ m³	60%	$Vfb' = 0{,}235$ m³	
Gemisch		100%	$Vf = 0{,}454$ m³	$Vl = 0{,}546$ dm³

Die Veränderungen der Bodenkennwerte durch die Wasserzugabe werden ermittelt. Die Raumteile dieser Bodenart in dem trockenen Zustand sind in dem Erdwürfel dargestellt. Sie bilden die Basis für die Wandlungen des Bodenzustandes.

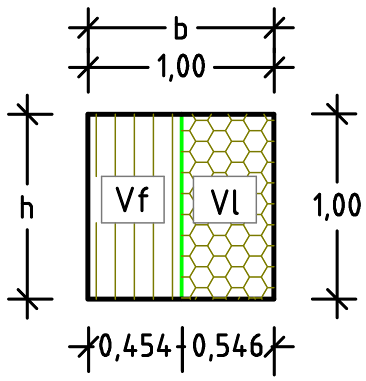


Abb. 123 zeigt den Erdwürfel des Lehm-Sand-Gemisches.

Es werden ermittelt:

Trockendichte *ptg*

$$ptg = Vf \cdot ptg_{90}/Vp = 0{,}454 \cdot 3{,}0/1{,}0 = 1{,}362 \quad \text{t/m}^3 \qquad 5.148$$

Neigungswinkel βt

$$\tan \beta t = Vf/Vl = 0{,}454/0{,}546 = 0{,}832 \qquad 5.149$$

$$\beta t = 39{,}7° \quad [-] \qquad 5.150$$

Die Eigenschaften des trockenen Bodens verändern sich durch die Zugabe der angenommenen Wassermenge von 78 Liter (Vln = 0,078 m³) und der damit einhergehenden Bodenverdichtung, siehe Abschnitt 3.1.4, S. 65.

Kennwerte des feuchten verdichteten Bodengemisches

Durch die Wasserzugabe verbreitert sich der Erdwürfel des trockenen Bodens (Abb. 116) um das fiktive Feststoffvolumen Vfi, so dass der ursprüngliche Würfel mit dem Volumen Vp = 1,00 m³ bei der Berechnungstiefe a = 1,00 m eine größere Breite bb und eine kleinere Höhe h' einnimmt. Wird die Ausbreitung des Bodens durch seine eher feste Lagerung in dem Hang verhindert, verdichtet er.

Es werden ermittelt:

fiktives Feststoffvolumen $\rightarrow Vfi$ des feuchten Bodens

$$Vfi = Vln \cdot pwg/ptg_{90} = 0{,}078 \cdot 1{,}0/3{,}0 = 0{,}026 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.151$$

Breite bb

$$bb = b + bw = 1{,}000 + 0{,}026 = 1{,}026 \qquad \text{m} \qquad 5.152$$

Höhe h'

$$h' = Vp/bb \cdot a = 1{,}000/1{,}026 \cdot 1{,}00 = 0{,}975 \qquad \text{m} \qquad 5.153$$

Füllt man den Würfel von der Höhe h' = 0,975 m bis zur Höhe h = 1,00 wieder mit gleicher Bodenart auf und lässt eine Ausbreitung des Bodens infolge der Wasserzugabe nicht zu, so lassen sich die Eigenschaften des feuchten verdichteten Bodens wie folgt errechnen, siehe Volumina in den Abb. 124 bis 126.

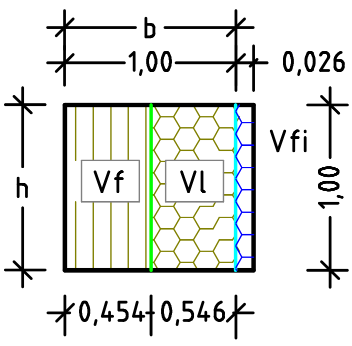


Abb. 124: Verbreiterung durch die Wasseraufnahme.

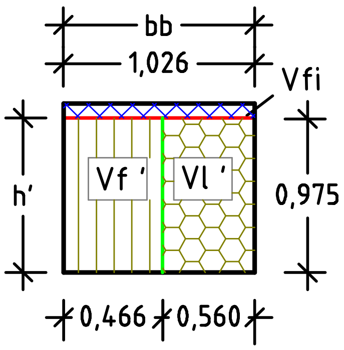


Abb. 125: Höhenverlust durch Bodenausbreitung.

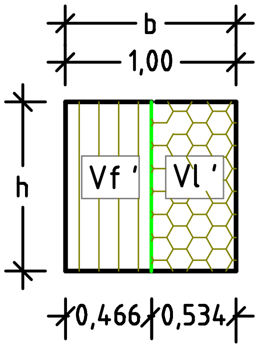


Abb. 126: Raumteile des verdichteten Bodens.

Feststoffvolumen Vf'

$$Vf' = Vf/h' = 0{,}454/0{,}975 = 0{,}466 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.154$$

Porenvolumen Vl'

$$Vl' = Vp - Vf' = 1{,}000 - 0{,}466 = 0{,}534 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.155$$

Neigungswinkel βi

$$\tan \beta i = Vf\,/\,(Vl + Vfi) = 0{,}466\,/\,(0{,}534 + 0{,}026) = 0{,}832 \qquad 5.156$$

$$\beta i = 39{,}8° \qquad [-] \qquad 5.157$$

Trockendichte ptg

$$ptg = Vf \cdot ptg_{90}/Vp = 0{,}466 \cdot 3{,}00/1{,}00 = 1{,}398 \qquad t/m^3 \qquad 5.158$$

Gewichtsteil des Wassers pwg'

$$pwg' = Vln \cdot pwg/Vp = 0{,}078 \cdot 1{,}00/1{,}0 = 0{,}078 \qquad t/m^3 \qquad 5.159$$

Feuchtdichte pig

$$pig = ptg + pwg' = 1{,}398 + 0{,}078 = 1{,}476 \qquad t/m^3 \qquad 5.160$$

Jeder weitere Anstieg des Porenwassers in dem feuchten Boden wandelt die Eigenschaften erneut und fördert den Bewegungsdrang des Bodens. Die Grenzen dieser Umgestaltung werden erreicht, wenn sich das Porengefüge des Bodens vollständig mit Wasser gefüllt hat. Dieser Boden wird dann als ‚nass' bezeichnet. Seine Eigenschaften werden nachstehend ermittelt.

Kennwerte des nassen unverdichteten Bodens

Für das feuchte verdichtete Gemisch wurde das Porenvolumen $Vl' = 0{,}534$ m³ errechnet (5.155). Damit kann die Bodenart weitere 534 Liter = *Vln* Wasser aufnehmen. Bei der Ermittlung der Eigenschaften des nassen Bodens über Wasser wird zunächst auf den Ansatz der natürlichen Verdichtung durch das Wasser verzichtet und erst hiernach dieser Bodenverdichtung nachgegangen.

Es werden berechnet:

fiktives Feststoffvolumen → *Vfn* des nassen Bodens

$$Vfn = Vln \cdot pwg/ptg_{90} = 0{,}546 \cdot 1{,}00/3{,}00 = 0{,}178 \qquad m^3 \qquad 5.161$$

Neigungswinkel βn

$$\tan \beta n = Vf'\,/\,(Vl' + Vfn) = 0{,}466\,/\,(0{,}534 + 0{,}178) = 0{,}655 \qquad 5.162$$

$$\beta n = 33{,}2 \qquad [-] \qquad 5.163$$

Scherwinkel sn

$$\tan sn = (\tan \beta n)\,/\,2 = 0{,}655/2 = 0{,}327 \qquad 5.164$$

$$sn = 18{,}1° \qquad [-] \qquad 5.165$$

Trockendichte ptg'

$$ptg' = Vf' \cdot ptg_{90}/Vp = 0{,}466 \cdot 3{,}00/1{,}00 = 1{,}398 \qquad t/m^3 \qquad 5.166$$

Gewichtsteil des Wassers pwg'

$$pwg' = Vln \cdot pwg/Vp = 0{,}534 \cdot 1{,}00/1{,}00 = 0{,}534 \qquad t/m^3 \qquad 5.167$$

Nassdichte png

$$png = ptg' + pwg' = 1{,}398 + 0{,}534 = 1{,}932 \qquad t/m^3 \qquad 5.168$$

Kennwerte des nassen Bodens im verdichteten Zustand

Die Verdichtung des nassen Bodens lässt die Breite *bb* und die Höhe *h'* entstehen und wandelt den Erdwürfel, wie dargestellt in den Abb. 127 bis 129.

Breite *bw* $\rightarrow$ *Vfn* = 0,178 m³ (5.161)

$bw = Vfn/h \cdot a = 0{,}178/1{,}00 \cdot 1{,}00 = 0{,}178$ m 5.169

Breite *bb*

$bb = b + bw = 1{,}000 + 0{,}178 = 1{,}178$ m 5.170

Höhe *h'*

$h' = Vp/bb \cdot a = 1{,}000/1{,}178 \cdot 1{,}00 = 0{,}849$ m 5.171

Nach der Normierung des nassen Bodens auf die Volumengröße *Vp* = 1,00 m³ stellen sich folgende Bodenkennwerte ein:

Feststoffvolumen *Vf**

$Vf^* = Vf'/\,h' = 0{,}466/0{,}849 = 0{,}549$ m³ 5.172

Porenvolumen *Vl**

$Vl^* = Vp - Vf^* = 1{,}000 - 0{,}549 = 0{,}451$ m³ 5.173

Neigungswinkel *βn**

$\tan \beta n^* = Vf^*/\,1{,}333 \cdot Vl^* = 0{,}549/1{,}333 \cdot 0{,}451 = 0{,}913$ 5.174

$\beta n^* = 42{,}4°$ [-] 5.175

Scherwinkel *sn**

$\tan sn^* = (\tan \beta n^*)\,/\,2 = 0{,}913/2 = 0{,}456$ 5.176

$sn^* = 24{,}5°$ [-] 5.177

Trockendichte *ptg**

$ptg^* = Vf^* \cdot ptg_{90}/Vp = 0{,}549 \cdot 3{,}00/1{,}00 = 1{,}647$ t/m³ 5.178

Gewichtsteil des Wassers *pwg**

$pwg^* = Vln^* \cdot pwg/Vp = 0{,}451 \cdot 1{,}00/1{,}0 = 0{,}451$ t/m³ 5.179

Feuchtdichte *png**

$png^* = ptg^* + pwg^* = 1{,}647 + 0{,}451 = 2{,}098$ t/m³ 5.180

Bei einem nassen Boden über Wasser würde bei der aufgezeigten Volumenminderung folgende Verdichtung eintreten:

$\lambda = h/h' = 1{,}00/0{,}849 = 1{,}178$ $\rightarrow$ 17,8 Vol.-% 5.181

Im Erdband stellt sich die Wandlung der Volumina vom feuchten, teilverdichteten Boden zum nassen verdichteten Boden über Wasser wie folgt dar:

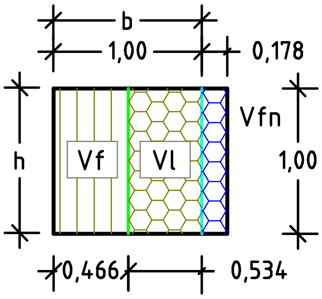


Abb. 127: Verbreiterung des Erdwürfels durch die Wasseraufnahme.

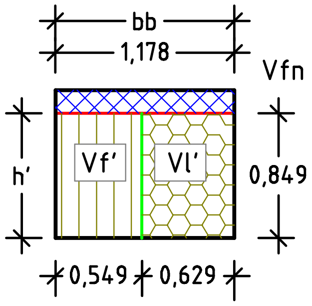


Abb. 128: vor der Normierung mit Höhenverlust durch die Verdichtung.

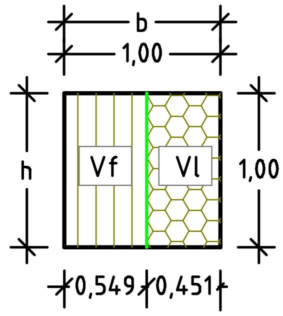


Abb. 129: Raumteile des verdicht. nassen Bodens nach der Normierung.

Folgt man den Erkenntnissen aus den eigenen Experimenten mit unterschiedlichen Bodenarten im trockenen, feuchten und nassen Zustand sowie mit Böden unter Wasser, so kann ein trockener, lose eingebauter Sand bei der Zugabe von Wasser ~15 Vol.-% an Volumen verlieren, siehe Abschnitt 2.4.3, S. 44f.

Kennwerte des nassen unverdichteten Bodens unter Wasser

Betrachtet man, dass bis zum Bergrutsch der Concordiasee von der Höhe 42,0 m NN bis zur Höhe 82,0 m NN aufgestaut worden ist, kann davon ausgegangen werden, dass der Füllboden erstmalig durch das parallel ansteigende Grundwasser überflutet worden ist. Wie mit den eigenen Versuchanordnungen belegt, muss sich der eher trockene unverdichtete Füllbodens durch das aufgestaute Wasser in einen nassen verdichteten Boden unter Wasser gewandelt haben. Hinzu kommt, dass durch das aufsteigende Grundwasser in der Grubenauffüllung Auftriebskräfte entstanden sind, die es vorher nicht gab und die deshalb zur Reduzierung der Bodendichte und zur Gefahrenerhöhung eines Bergrutsches führen mussten. Um bei der Berechnung der Eigenschaften nasser Böden unter Wasser den Nachvollzug mit realen Bodeneigenschaften zu erleichtern, wird in den entsprechenden Formeln das unbesetzte Porenvolumen mit *Vlt* = 0,00 m³ angesetzt, siehe Berechnung der Eigenschaften feuchter Böden, Abschnitt 3.1.4, S. 65f.. Für die Ermittlung der Eigenschaften des nassen Bodens unter Wasser werden folgende Volumina genutzt: *Vf'* = 0,466 m³ (5.154), *Vl'* = 0,534 m³ (5.155) und *Vln* = 0,534 m³.

Volumen des Auftriebs *Vfa* → mit *Vfn* des nassen Bodens

$$Vfa = Vf'/3 + Vlt = 0{,}466 \cdot 1/3 + 0{,}00 = 0{,}155 \qquad \text{m}^3 \quad 5.182$$

Feststoffvolumen *Vfw* → Verhältnis $pwg/ptg_{90} = 1/3$

$$Vfw = 2 \cdot Vf'/3 - Vlt/3 = 2 \cdot 0{,}466/3 - 0{,}0 = 0{,}311 \qquad \text{m}^3 \quad 5.183$$

Neigungswinkel βnw → des nassen Bodens unter Wasser

$$\tan \beta nw = Vfw \,/\, (5 \cdot Vl' /6) = 0{,}311 \,/\, (5 \cdot 0{,}534 /6) = 0{,}698 \qquad 5.184$$

$$\beta nw = 34{,}9° \qquad [-] \qquad 5.185$$

Scherwinkel snw → des nassen Bodens unter Wasser

$$\tan snw = (\tan \beta nw) \,/\, 2 = 0{,}698/2 = 0{,}349 \qquad 5.186$$

$$snw = 19{,}3° \qquad [-] \qquad 5.187$$

Nassdichte $pnwg$ → des nassen Bodens unter Wasser

$$pngw = (Vfw \cdot ptg_{90} + Vl' \cdot pwg) \,/\, Vp_{90}$$

$$pnwg = (0{,}311 \cdot 3{,}0 + 0{,}534 \cdot 1{,}0) \,/\, 1{,}0 = 1{,}467 \qquad t/m^3 \qquad 5.188$$

fiktives Volumen Vnw → führt zur Minderung der Breite bb (5.191).

$$Vnw = Vl'/\,6 = 0{,}534/6 = 0{,}089 \qquad m^3 \qquad 5.189$$

Da der Wasserdruck das Ausbreitbestreben des nassen Bodens verhindert, wird in dem Berechnungsansatz (5.191) das Volumen Vnw = 0,089 m³ bzw. seine Breite bw' mit negativem Vorzeichen eingefügt.

Breite bw' → entspricht bei der Tiefe a = 1,00 m

$$bw' = Vnw/h \cdot a = 0{,}089/1{,}00 \cdot 1{,}00 = 0{,}089 \qquad m \qquad 5.190$$

Breite bb → Breitenminderung

$$bb = b + bw = 1{,}000 - 0{,}089 = 0{,}911 \qquad m \qquad 5.191$$

Höhe h'

$$h' = Vp/bb \cdot a = 1{,}000/0{,}911 \cdot 1{,}00 = 1{,}098 \qquad m \qquad 5.192$$

Verdichtungsfaktor λ

$$\lambda = h/bb = 1{,}00/0{,}911 = 1{,}098 \rightarrow \qquad 9{,}8 \quad \text{Vol.-\%} \qquad 5.193$$

Die Volumina des nassen verdichteten Bodens unter Wasser sind dargestellt in dem Erdband und nach der Normierung in dem Erdwürfel (Abb. 131).

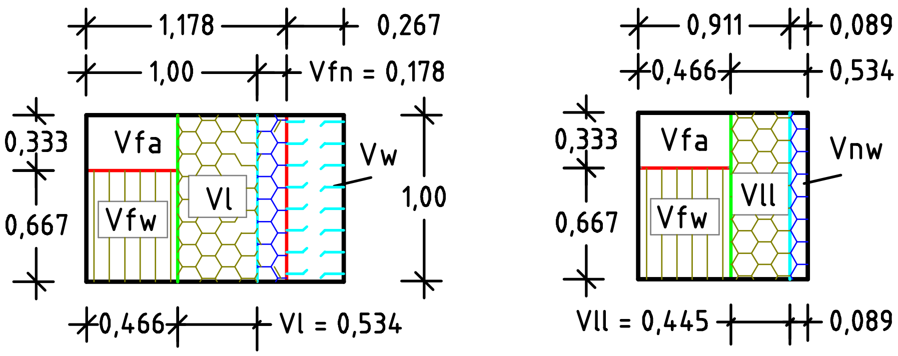


Abb. 130 und 131 zeigen die Raumteile des nassen verdichteten Bodens unter Wasser vor und nach der Normierung.

Zusammenstellung der Ergebnisse:

Da sich nach den Medienberichten vor dem Bergrutsch keine größeren Veränderungen der Geländeoberfläche gezeigt haben sollen, müssten sich nach den vorstehenden Berechnungen gravierende Kraftumlagerungen im Hang vollzogen haben. Allein der errechnete Verdichtungsfaktor $\lambda = 1{,}098$ (5.193) hätte in dem Uferbereichs des Sees eine Absenkung der Geländeoberfläche um die Höhe Δh bewirken können. Diese Höhe Δh wird nachstehend über die Stauhöhe $h^* = 40{,}0$ m errechnet.

Höhe Δh

$$\Delta h = h^* - h^*/\lambda = 40{,}00 - 40{,}00/1{,}098 = 3{,}60 \qquad \text{m} \qquad 5.194$$

Aus der nachstehenden Tabelle kann ersehen werden, dass das zum See aufgestaute Wasser die Eigenschaften des leicht feuchten Lehm-Sand-Gemisches in den einzelnen Bodenzuständen erheblich verändert hat.

Zusammenfassung der Bodenkennwerte:

Bodeneigenschaften	feucht und unverdichtet	nass und unverdichtet	nass und verdichtet	nass unter Wasser, unverdichtet
Dichte t/m³	pig = 1,476 (5.160)	png = 1,932 (5.168)	png^* = 2,098 (5.180)	$pnwg$ = 1,467 (5.188)
Winkel	βi = 39,8° (5.157)	βn = 33,2° (5.163)	βn^* = 42,4° (5.175)	βnw = 34,9° (5.185)
Scherwinkel	si = 22,6°	sn = 18,1° (5.165)	sn^* = 24,5° (5.177)	snw = 19,3° (5.187)
Verdichtung			λ = 17,8 Vol.-% (5.181)	λ = 9,8 Vol.-% (5.193)

Da neben der Bodenverdichtung die Erdmassen auf den Scherebenen der unterschiedlichen Böden den Bewegungsdrang in dem Hang verstärken, wird den Auswirkungen der Erdlasten auf den Scherebenen nachgegangen.

5.2.2 Anpassung von Auflasten an Böden unter Wasser

Auflasten auf Böden sind im Abschnitt 2.4.1 behandelt und im Unterkapitel 4.3 ergänzt worden. Den Last- oder Kraftabtrag der Auflast in dem Erdreich übernimmt nach neuer Erddruck-Theorie ausschließlich die Feststoffstruktur des belasteten Bodens. Nicht für den Kraftabtrag herangezogen werden kann das vom Boden aufgenommene Porenwasser oder anstehendes Grundwasser. Zu beachten bleibt, dass der entstehende Auftrieb bei Böden unter Wasser das Feststoffvolumen um ein Drittel reduziert und damit Einfluss nimmt auf den Neigungs- und den Scherwinkel und das Auseinanderdriften des Bodens. Da die Winkel für die einzelnen Bodenzustände bereits errechnet worden sind, kann die erneute Winkelberechnung infolge der Auflast vermieden werden, wenn man die Auflasthöhe *he,* die oberhalb des Grundwasserspiegels ansteht, entsprechend dem Verhältnis der Feststoffvolumina Vf'/Vfw erhöht. Zum Beispiel kann bei einer angenommenen Auflasthöhe he = 10,00 m die neue Auflasthöhe he^* errechnet werden über die Volumina der Feststoffe Vf' = 0,466 m³ (5.154) und unter Wasser Vfw = 0,311 m³ (5.183).

Auflasthöhe he^*

$$he^* = he \cdot Vf'/Vfw = 10{,}0 \cdot 0{,}466/0{,}311 \sim 15{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.195$$

Die Zunahme der Auflasthöhe bewirkt unter Wasser eine horizontale Ausdehnung des Erdwürfels um die Breite $\Delta b = Vf'/3 \cdot h \cdot a$, wobei h = 1,00 m der Würfelhöhe entspricht. Zur Berechnung der Breiten und Winkel wird das Volumen $Vla = Vf'/3$ eingeführt und mit dem Auftriebsvolumen Vfa gleichgestellt:

Volumen Vla

$$Vla = Vf'/3 = 0{,}466/3 = 0{,}155 \qquad \text{m}^3 \qquad 5.196$$

Neigungswinkel βew → unter Auflast, siehe Unterkapitel 3.2.1, S. 71.

$$\tan \beta ew = Vfw \,/\, (5 \cdot Vl'/6 + Vla)$$

$$\tan \beta ew = 0{,}311 \,/\, (5 \cdot 0{,}534/6 + 0{,}155) = 0{,}518 \qquad 5.198$$

$$\beta ew = 27{,}4° \qquad [-] \qquad 5.199$$

Scherwinkel sew → unter Auflast

$$\tan sew = (\tan \beta we) \,/\, 2 = 0{,}518/2 = 0{,}259 \qquad 5.200$$

$$sew = 14{,}5° \qquad [-] \qquad 5.201$$

Der durch die Auflast reduzierte Neigungswinkel lässt sich auch über die Raumteile der jeweiligen Bodenart errechnen. Hierzu ist das Feststoffvolumen Vfw mit dem veränderten Porenvolumen des Bodens unter Wasser in Relation zu setzen, siehe Formel (3.93), S. 78. In diesem Fall ist die Breite Δb = 0,155 m des Volumens Vla = 0,155 m³ (5.196) zu addieren mit der Breite bw = 0,178 m (5.169), die dann die Breite bw^* = 0,333 m des Erdbandes ergibt, Abb. 132.

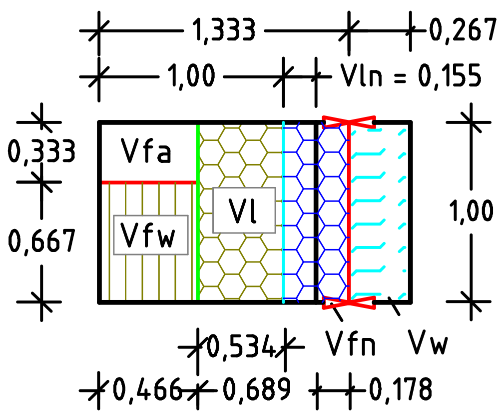


Abb. 132 zeigt das Erdband, das sich unter Wasser durch die Auflast bis zur Breite bw' = 0,333 m gedehnt hat.

Zur Ermittlung der einzelnen Berechnungshöhen steht der Profilschnitt (Abb. 133) zur Verfügung. Innerhalb dieses Schnittes sind Stationen (Stat.) eingerichtet, die in der Geländeebene Änderungen und damit andere Lastfälle im Hang anzeigen.

5.2.3 Lage der Scherebene in den jeweiligen Stationen

Zur Lagebestimmung der Scherebenen in den einzelnen Stationen dient der Profil-/Längsschnitt, der auf der Plangrundlage der DLR (vorher/nachher) aufgebaut und auf die Höhe +40 m NN bezogen worden ist. Dieser Schnitt stellt auf 500 m Länge die Geländeebene zwischen den Höhen +135,00 m NN und +42,00 m NN dar. Zudem wurden aus den Plänen der DLR die Geländeebene nach dem Rutsch (magenta), die Grubensohle von +97 m NN bis +42 m NN und die Stauhöhe des Concordiasees zum Zeitpunkt des Bergrutsches mit +82 m NN übernommen. Alle übrigen Höhen wurden über die Grunddaten interpoliert und vertikale Bezugsachsen (Stat.) dort eingefügt, wo sich Gefällewechsel in dem Hang oder Besonderheiten in dem Zusammenhang mit den Grundwasserhorizonten zeigten. Für die zeichnerische Darstellung des Profils wird das Höhen/Längen-Verhältnis 1:0,36 gewählt, wobei die ursprünglichen Geländehöhen als ‚Gelände I', die Höhen nach dem Bergrutsch als ‚Gelände II' und die Höhen der Grubensohle als ‚Sohle' benannt werden, siehe Abb. 133.

Profilschnitt bei der geodätischen Länge 661450 m

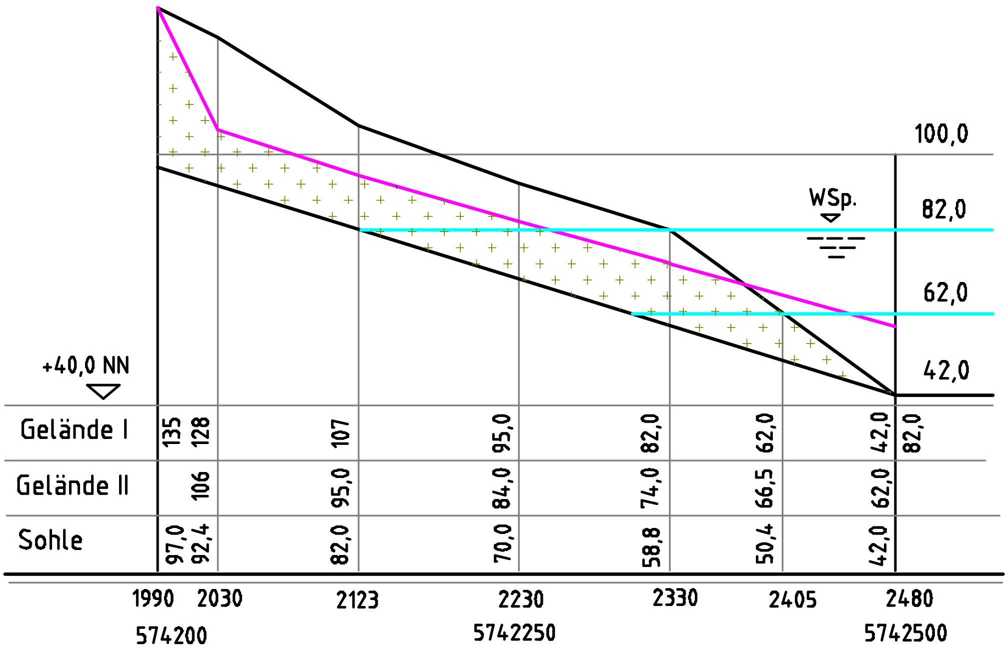


Abb. 133 zeigt im Profilschnitt die Geländeebene vor dem Bergrutsch, die Geländeebene nach dem Rutsch (magenta) und die ursprüngliche Grubensohle.

Die Ermittlung der Scherebene unter Auflast erfolgt abschnittsweise, d. h. jeweils ausgerichtet auf die vertikale Bezugsachse. Bei den Berechnungen der Scherebenen unter Auflast werden die wechselnden Bodeneigenschaften, die unterschiedlichen Geländehöhen und die Wasserstände im See +62 m NN sowie +82,0 m NN berücksichtigt. Die Berechnungen folgen den Ausführungen der Unterkapitel 4.4 bis 4.6.
Die Gefällewechsel in der Geländeebene machen es erforderlich, den Längsschnitt in fünf Berechnungsabschnitte zu unterteilen. Die Grubensohle steigt hingegen gleichmäßig auf, so dass ihr Winkel z berechnet werden kann über die Höhen +42,0 m NN an der Stat. 2480 und +97,0 m NN an der Stat. 1990.

Winkel z → des Sohlanstiegs

$$\tan z = (97{,}0 - 42{,}0) / (2480 - 1990) = 0{,}112 \qquad 5.202$$

$$z = 6{,}4° \qquad [-] \quad 5.203$$

Anpassung der Volumina ungleicher Bodenarten

Bei Schichtungen unterschiedlicher Böden ist für eine Kraftermittlung zunächst die Berechnungshöhe über Addition der einzelnen Schichthöhen zu bestimmen. Hiernach sind die Bodeneigenschaften der Bodenart anzupassen, die in dem Erdkeil die unterste Schicht bildet, siehe Unterkapitel 4.4, S. 131ff..
Zu beginnen ist mit der untersten Bodenschichtung, wobei mit der Höhe *hu* und dem realen Neigungswinkel β die Keilbreite *bu* zu ermitteln ist. Vorausgesetzt, die Bodenschichten entsprechen der Abb. 92, dann zeigen die Höhe *ho* an der Bezugsachse und die Höhe *hoo* im Abstand der Breite *bu* die Abstände zu der realen Geländeebene an. Zur Anpassung der oberen Bodenart an die untere sind die Höhen *ho* und *hoo* mit dem vorgenannten Faktor der Volumina *Vf'/Vfw* zu multiplizieren, so dass die Höhen *hoo'* und *ho'* entstehen. Die Verbindung der Höhen *hoo'* und *ho'* entspricht der fiktiven Geländeebene mit dem Winkel *x'*. Addiert man an der Bezugsachse die Höhen *hu* und *ho'* und fügt oberhalb dieser Höhen eine Horizontale ein, so kommt in dieser Ebene die neue Keilbreite $bo = (hu + ho')/\tan\beta$ zu liegen. Mit der Breite *bo* und der Höhe $hoo' = hx$ bildet sich die Keilfläche, deren Boden den Erdkeil mit der Breite *bo* und der Höhe $hu + ho'$ als Erdlast belastet.
Weitere Abhängigkeiten bei der Ermittlung von Neigungs- und Scherwinkel unter Auflast werden an geeigneter Stelle näher erläutert und hierbei die Höhen mit Buchstaben versehen und in ‚m NN' angegeben. In der jeweiligen Station

erhält die Sohle die Bezeichnung *Hs* und die reale Geländehöhe die Bezeichnung *Ho*, wobei der Abstand der beiden Höhen mit *hm* benannt wird. Wie im Abschnitt 4.3.1 ausgeführt, verändert die Gewichtskraft des Bodens in der Keilfläche oberhalb der Breite *bo* die natürlichen Winkel und lässt den Neigungs- sowie den Scherwinkel unter Auflast *βe* und *se* entstehen. Die Berechnung der Winkel ist abhängig von dem jeweiligen Verhältnis der Winkel *x* bzw. *x'* des Geländeanstiegs zu dem Winkel *s* der natürlichen Scherebene. In der Abb. 78, S. 114 zu der Versuchsanordnung 9.2 wird die Ermittlung der Scherebene unter Auflast gezeigt, wenn der Winkel *x* steiler als der Winkel *s* ist. Die andere Variante – Winkel *x* ist flacher als Winkel *s* – wird gezeigt in Abb. 81, S. 117 der Versuchsanordnung 9.3.
Wie in den angeführten Abbildungen dargestellt, verschiebt sich die Bezugsachse durch den Ansatz der Neigungsebene unter Auflast um die Breite *bm* in den Hang. Damit entsteht bei der Störung des vertikalen Kraftabbaus, z. B. durch Fels in der Basisebene, eine Umwandlung vertikaler Kräfte in horizontale Kräfte, welche mögliche Bodenbewegungen zusätzlich positiv beeinflussen können. Liegt die Oberfläche der angenommenen Felsschicht in einer geneigten Ebene, erhöht sich der Bewegungsdrang in dem Hang, wobei der abgleitende Boden die Scherebene unter Auflast weiter absenkt, siehe Abb. 99, S. 142. Es kann zusammengefasst werden, dass sich zum Abtrag der Bodenauflast die natürliche Neigungsebene steiler stellt und damit den Grenzwert der inneren Reibung des Bodens (μ) überschreitet. Mit steigender Beeinflussung des Bodengefüges wachsen die Beweglichkeit des Bodens und sein Drang, einen Bergrutsch auszulösen. Die hierzu erforderlichen Berechnungen der Massen und Kräfte werden mit der gewählten Berechnungstiefe a = 1,00 m über die Flächen geführt.

Station 2405

Nach der Plangrundlage der DLR (vorher/nachher) liegen die Grubensohle auf der Höhe +42,0 m NN und die Stauhöhe des Concordiasees zum Zeitpunkt des Bergrutsches auf der Höhe +82 m NN. Für den Nachvollzug des Bergrutsches wurde die erste vertikale Bezugsachse in die Stat. 2405 gelegt. Hier nehmen die halbe Stauhöhe des Sees und die Geländehöhe des Seeufers die Höhe Ho_1 +62,0 m NN ein. Die Höhe Hs_1 +50,4 m NN der Grubensohle wurde über den Winkel z = 6,4° (5.203) und den Abstand zwischen den Stat. 2480 und 2405 ermittelt. Von dem Ufer aus steigt die Geländeebene bis zur Höhe Ho_2 = +82,0 m NN der Stat. 2330 an. Für den Abschnitt Stat. 2405 bis 2330 ermittelt sich der Winkel x des Geländeanstiegs über die Höhe hg = 20,0 m dividiert durch die Abschnittlänge lg_1 = 75,0 m.

Winkel x_1 → des realen Geländeanstiegs

$$\tan x_1 = h / lg_1 = 20{,}0 / 75{,}0 = 0{,}267 \qquad 5.204$$

$$x_1 = 14{,}9° \qquad [-] \qquad 5.205$$

Es wird angenommen, dass sich unterhalb der horizontalen Ebene + 62,0 m NN der zur Auffüllung der Grube eingesetzte feuchte Boden durch das gestaute Wasser im See zu einem ‚nassen Boden unter Wasser' gewandelt hat. Die errechneten Eigenschaften der Böden sind in die Tabelle übertragen worden.

Eigenschaften	
Feuchter Boden über Wasser	**Nasser Boden unter Wasser**
Dichte pig = 1,476 t/m³ (5.160)	Dichte $pnwg$ = 1,467 t/m³ (5.188)
Feststoffv. Vf' = 0,466 m³ (5.154)	Feststoffv. Vfw = 0,311 m³ (5.183)
Neigungswinkel βi = 39,8° (5.157)	Neigungsw. βnw = 34,9° (5.185)
tan βi = 0,832 (5.156)	tan βnw = 0,698 (5.184)
tan si = 0,832/2 = 0,416	tan snw = 0,349 (5.186)
Scherwinkel si = 22,6°	Scherwinkel snw = 19,3° (5.187)

Für den Nachvollzug der Bodenbewegung im Hang sind vorab die Eigenschaften des feuchten Bodens denen des Bodens unter Wasser anzupassen, d. h. insbesondere ist die Höhe hoo über das Verhältnis Vf'/Vfw in die Höhe hoo' umzurechnen. Hierzu ist zunächst über die Höhe hm und den Winkel des Bodens unter Wasser (βnw) die Keilbreite bo zu ermitteln.

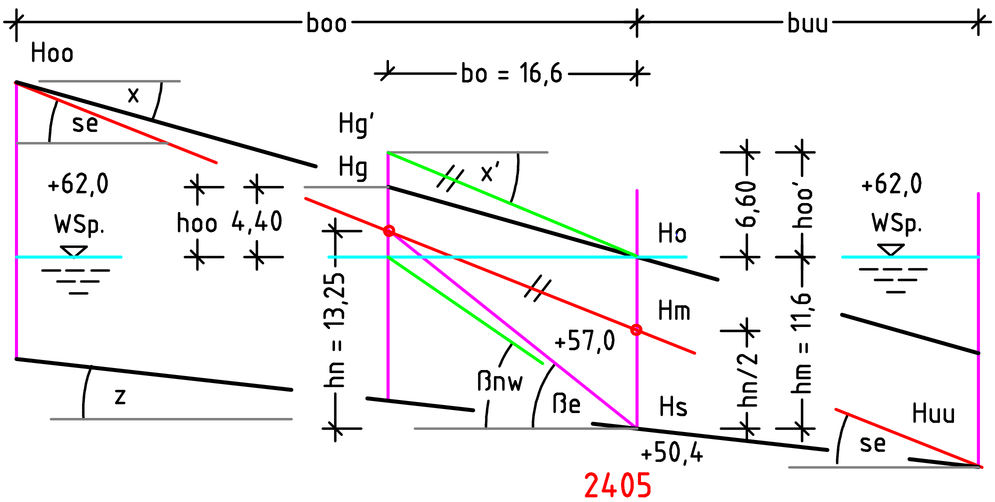


Abb. 134 zeigt zwischen den Höhen Hoo und Huu die Scherebene unter Auflast (rot).

Von der Bezugsachse im Abstand der Breite *bo* sind die ursprüngliche Geländehöhe *Hg* und die fiktive mit *Hg'* zu berechnen. In diesem Fall entspricht die Keilhöhe *hx* der Erdlast auf der natürlichen Scherebene (grün) der Höhe *hoo'* = *hx*, so dass der Winkel *x'* des fiktiven Geländeanstiegs über die Höhe *hx* und die Breite *bo* errechnet werden kann. Der Neigungswinkel *βe* unter Auflast lässt sich ermitteln über die Höhe *hn* = *hm* + *hx*/4 und die Breite *bo.* Der Winkel *se* der Scherebene unter Auflast kann ermittelt werden über tan *se* = (tan *βe*) /2.

Es werden errechnet:
Höhe *hm* → Sichthöhe des unteren Bodens an der Bezugsachse.

$hm = Ho_1 - Hs_1 = 62{,}0 - 50{,}4 = 11{,}6$ m 5.206

Breite *bo* → mit dem Winkel *βnw* = 35° und der Höhe *hm* = 11,60 m.

$bo = hm / \tan \beta nw = 11{,}6 / 0{,}698 = 16{,}6$ m 5.207

Höhe *hoo* → mit dem Winkel x_1 = 14,9°

$hoo = bo \cdot \tan x_1 = 16{,}6 \cdot 0{,}267 \sim 4{,}4$ m 5.208

Höhe *hoo'*

$hoo' = hoo \cdot Vf'/Vfw = 4{,}4 \cdot 0{,}466/0{,}311 = 6{,}6$ m 5.209

Winkel x_1'

$\tan x_1' = hoo' / bo = 6{,}6 / 16{,}6 = 0{,}398$ 5.210

$x_1' = 21{,}7°$ [-] 5.211

Höhe *hm'*

$hm' = hm + hx / 4 = 11{,}6 + 6{,}6 / 4 \sim 13{,}25$ m 5.212

Neigungswinkel *βe*

$\tan \beta e = hm' / bo = 13{,}25 / 16{,}6 = 0{,}798$ 5.213

$\beta e = 38{,}6°$ [-] 5.214

Scherwinkel *se*

$\tan se = (\tan \beta e) / 2 = 0{,}798 / 2 = 0{,}399$ 5.215

$se = 21{,}8°$ [-] 5.216

In diesem Fall zeigen die fast identischen Winkel des fiktiven Geländeanstiegs x_1' = 21,7° (5.211) und der Scherebene unter Auflast *se* = 21,8° (5.216) an, dass auf der Scherebene unter Auflast keine Erdmassen lagern, die abgleiten und damit Erdbewegungen in dem Hang verursachen könnten. Die Breiten *boo* und *buu* zeigen den Einflussbereich dieser Berechnung auf.

Breite *boo*

$boo = hm / (\tan \beta e - \tan se) = 11{,}6 / 0{,}399 \sim 29{,}1$ m 5.217

Breite *buu*

$buu = hm / (\tan se - \tan z)$

$buu = 11{,}6 / (0{,}399 - 0{,}112) \sim 40{,}4$ m 5.218

Da das leicht feuchte Verfüllmaterial zum ersten Mal dem ansteigenden Grundwasser ausgesetzt wird, steht in dem vorstehenden Bereich eine Bodensetzung um die Höhe Δh an. Diese lässt sich vorzugsweise an der Bezugsachse über die Höhe *hm* und den Verdichtungsfaktor λ = 17,8 Vol.-% errechnen, siehe Zusammenstellung der Bodenkennwerte in dem Abschnitt 5.2.1, S. 210.

Höhe Δh

$$\Delta h = hm \cdot \lambda /100 = 11{,}6 \cdot 17{,}8 /100 \sim 2{,}1 \qquad \text{m} \qquad 5.219$$

Ergebnis:

Durch die Gleichheit der Winkel *x'* und *se* in dem Bereich der Stat. 2405 wird es außer der anstehenden Bodenverdichtung infolge des Grundwasseranstiegs zu keiner weiteren Bodenbewegung kommen, es sei denn, dass diese an anderer Stelle des Hangs ausgelöst wird.

Station 2330

Die Station wurde gewählt, weil hier die Geländeebene Ho_2 wie auch der Wasserspiegel (WSp) des Sees die Höhe +82,0 m NN einnehmen. Die Höhe der Grubensohle Hs_2 +58,8 m NN wurde über den Winkel z = 6,4° (5.203) interpoliert. In der Geländeebene findet ein Gefällewechsel statt, wobei rechts der Bezugsachse der Winkel x_1 = 14,9° (5.205) bleibt und links der Achse das Gelände unter dem Winkel x_2 von der Stat. 2330 bis zur Stat. 2123 auf die Länge lg_2 = 207 m von der Höhe +82,00 m NN zur Höhe +107,0 m NN ansteigt.

Winkel $x_2 \rightarrow$ über die Höhendifferenz +107,0 m abzüglich +82,00 m.

$$\tan x_2 = (107{,}0 - 82{,}0) / lg_2 = 25{,}0 /207 = 0{,}121 \qquad 5.220$$

$$x_2 = 6{,}9° \qquad [-] \qquad 5.221$$

Höhe *hm* $\rightarrow$ Sichthöhe des Bodens an der Bezugsachse.

$$hm = Ho_2 - Hs_2 = 82{,}0 - 58{,}8 = 23{,}2 \qquad \text{m} \qquad 5.222$$

Keilbreite *bo* $\rightarrow$ mit tan βnw (5.184)

$$bo = hm / \tan \beta nw = 23{,}2 /0{,}698 \sim 33{,}2 \qquad \text{m} \qquad 5.223$$

Höhe *hoo* $\rightarrow$ über Wasser

$$hoo = bo \cdot \tan x_2 = 33{,}2 \cdot 0{,}121 \sim 4{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.224$$

Höhe *hoo'* $\rightarrow$ unter Berücksichtigung des Faktors *Vf'/Vfw*.

$$hoo' = hoo \cdot Vf'/Vfw = 4{,}0 \cdot 0{,}466 /0{,}311 \sim 6{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.225$$

Winkel $x_2' \rightarrow$ des fiktiven Geländeanstiegs

$$\tan x_2' = hoo'/bo = 6{,}0 /33{,}2 = 0{,}181 \qquad 5.226$$

$$x_2' = 10{,}3° \qquad [-] \qquad 5.227$$

Höhe *hn*

$$hn = hm + hoo' /4 = 23{,}2 + 6{,}0 /4 = 24{,}7 \qquad \text{m} \qquad 5.228$$

Neigungswinkel βe

$$\tan \beta e = hn\,/bo = 24{,}7\,/33{,}2 = 0{,}744 \qquad 5.229$$

$$\beta e = 36{,}6° \qquad [-] \quad 5.230$$

Scherwinkel se

$$\tan se = (\tan \beta e)\,/2 = 0{,}744\,/2 = 0{,}372 \qquad 5.231$$

$$se = 20{,}4° \qquad [-] \quad 5.232$$

Hier zeigt die Differenz der Winkel se zu x_2' an, dass links der Bezugsachse Erdmassen auf der Scherebene lagern, die bei dem Verlust ihrer Standfestigkeit abgleiten können. Über die Höhe hm = 23,20 m (5.222) und die Winkel se, x_2' und z = 6,4° (5.203) lassen sich die Höhe hyy sowie die Breiten boo und buu errechnen und damit die mögliche Bodenbewegung in dem Einflussbereich der Stat. 2330 eingrenzen.

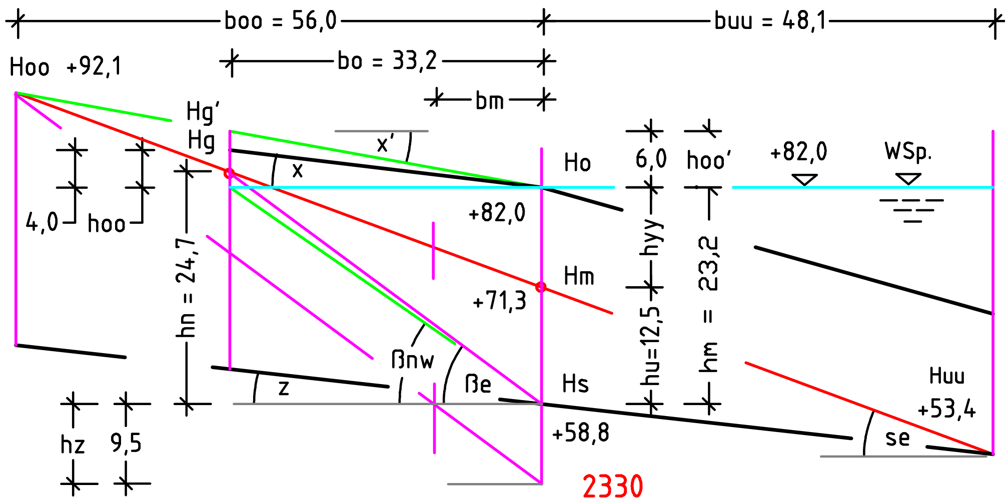


Abb. 135 zeigt die Höhen Hg und Hg' der Geländeebenen und die Lagen der Neigungsebene (magenta) und der Scherebene unter Auflast (rot).

Höhe hyy

$$hyy^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan x_2')] = (hm - hyy)^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan z)]$$

$$hyy^2 / [\,2 \cdot (0{,}372 - 0{,}181)] = (23{,}2 - hyy)^2 / [2 \cdot (0{,}372 - 0{,}112)]$$

$$hyy^2 = (23{,}2 - hyy)^2 \cdot 0{,}382 / 0{,}52$$

$$hyy = \sqrt{0{,}735} \cdot (23{,}2 - hyy) \qquad hyy + 0{,}857\; hyy - 19{,}89 = 0$$

$$hyy = 19{,}89/1{,}857 \sim 10{,}7 \qquad \text{m} \quad 5.233$$

Höhe hu

$$hu = hm - hyy = 23{,}2 - 10{,}7 = 12{,}5 \qquad \text{m} \quad 5.234$$

Breite boo

$$boo = hyy / (\tan se - \tan x_2')$$

$$boo = 10{,}7 / (0{,}372 - 0{,}181) = 56{,}0 \qquad \text{m} \quad 5.235$$

Breite *buu*

$$buu = hu \,/\, (\tan se - \tan z)$$

$$buu = 12{,}50 \,/\, (0{,}372 - 0{,}112) = 48{,}1 \qquad \text{m} \qquad 5.236$$

Fläche *Aoo*

$$Aoo = boo \cdot hyy \,/2 = 56{,}0 \cdot 10{,}7 \,/2 = 299{,}7 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.237$$

Fläche *Auu*

$$Auu = buu \cdot hu \,/2 = 48{,}1 \cdot 12{,}50 \,/2 = 300{,}5 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.238$$

Zur grafischen Darstellung der Kraftflächen und Kräfte, die gegen die fiktive Wand in der Bezugsachse der Stat. 2330 wirken, werden folgende Höhen und Breiten ermittelt und dann in Höhen m NN und Stationen umgerechnet.

Höhe *hh*

$$hh = boo \cdot \tan \beta e = 56{,}0 \cdot 0{,}764 = 42{,}8 \qquad \text{m} \qquad 5.239$$

Höhe *hxx*

$$hxx = boo \cdot \tan x_2' = 56{,}0 \cdot 0{,}181 = 10{,}1 \qquad \text{m} \qquad 5.240$$

Höhe *hz*

$$hz = hh - hxx - hm = 42{,}8 - 10{,}1 - 23{,}2 = 9{,}5 \qquad \text{m} \qquad 5.241$$

Höhe *hm'*

$$hm' = hh - hxx = 42{,}8 - 10{,}1 = 32{,}7 \qquad \text{m} \qquad 5.242$$

Breite *bou*

$$bou = hm' \,/\, \tan \beta e = 32{,}7 \,/0{,}764 = 42{,}8 \qquad \text{m} \qquad 5.243$$

Breite *bou'*

$$bou' = (hm' - hyy) \,/\, \tan \beta e$$

$$bou' = (32{,}7 - 10{,}7) \,/0{,}764 = 28{,}8 \qquad \text{m} \qquad 5.244$$

Breite *bm*

$$bm = hz \,/\, \tan \beta e = 9{,}5 \,/0{,}764 = 12{,}4 \qquad \text{m} \qquad 5.245$$

Fläche *Aou*

$$Aou = (bou \cdot hm') \,/2 = (42{,}8 \cdot 32{,}7) \,/2 = 700{,}0 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.246$$

Höhe *Hoo*

$$Hoo = Ho_2 + hxx = 82{,}0 + 10{,}1 = 92{,}1 \qquad \text{m NN} \qquad 5.247$$

Stat. der Höhe *Hoo*

$$\text{Stat. } 2330 - boo = 2330 - 56{,}0 = \text{Stat. } 2274 \qquad 5.248$$

Höhe *Hm*

$$Hm = Ho_2 - hyy = 82{,}0 - 10{,}7 = 71{,}3 \qquad \text{m NN} \qquad 5.249$$

Höhe *Hz*

$$Hz = Ho_2 - hm' = 82{,}0 - 32{,}7 = 49{,}3 \qquad \text{m NN} \qquad 5.250$$

Höhe *Huu*

$$Huu = Hs_2 - buu \cdot \tan z =$$

$$Huu = 58{,}8 - 48{,}1 \cdot 0{,}112 = 53{,}4 \qquad \text{m NN} \qquad 5.251$$

Stat. der Höhe *Huu*

$$\text{Stat. } 2330 + buu = 2330 + 48{,}1 \sim \text{Stat. } 2378 \qquad 5.252$$

Auch hier wird das leicht feuchte Verfüllmaterial zum ersten Mal dem aufsteigenden Grundwasser ausgesetzt, so dass mit der Höhe *hm* = 23,2 m (5.222) und dem Verdichtungsfaktor λ = 17,8 Vol.-% eine Bodensetzung zu ermitteln ist, siehe Versuchsanordnung 3, S. 44 und Zusammenstellung der Bodenkennwerte für Nachterstedt, S. 210.

Höhe Δh

$$\Delta h = hm \cdot \lambda \,/100 = 23{,}2 \cdot 17{,}8 \,/100 \sim 4{,}10 \qquad \text{m} \qquad 5.253$$

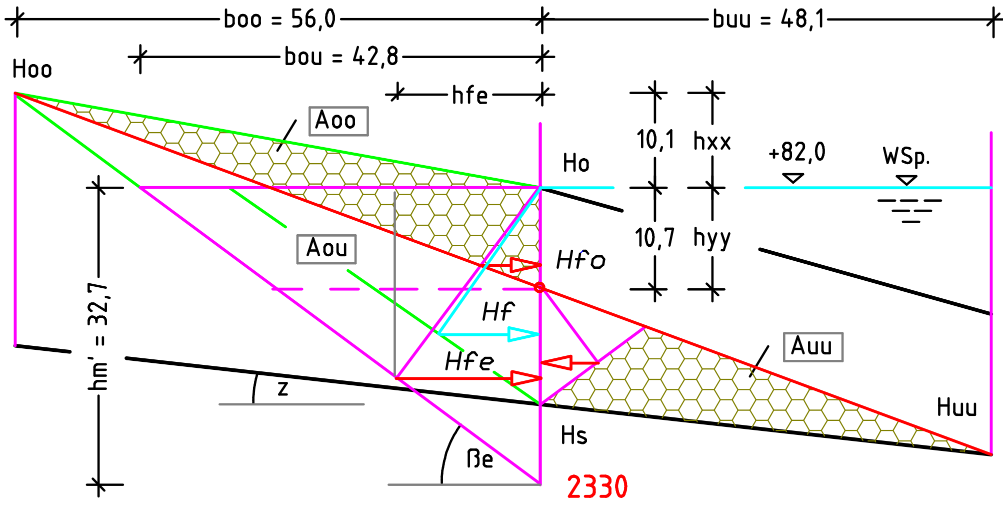


Abb. 136 zeigt im Bereich der Stat. 2330 die Lage, Richtung und Kraftmeter der Kräfte, wobei die Kräfte in kursiver Schrift dargestellt sind.

Ergebnis:

Die Scherebene unter Auflast steigt unter dem Winkel *se* = 20,4° (5.232) auf von der Höhe *Huu* +53,4 m NN der Stat. 2274 über die Höhe *Hm* +71,3 m NN an der Bezugsachse bis zu der Höhe *Hoo* +92,1 m NN der Stat. 2378. Der Boden oberhalb dieser Scherebene kommt in Bewegung, sobald er die Reibungskraft des in dem Bereich der Stat. 2405 anstehenden Bodens überwunden hat. Die horizontale Kraft *Hfo,* die aus der Keilfläche *Aoo* = 299,7 m² (5.237) gegen die Bezugsachse der Stat. 2330 wirkt, kann über die Fläche *Aou* = 700,0 m² (5.246), die Dichte *pnwg* = 1,467 t/m³ (5.188) und die Fallbeschleunigung errechnet werden.

Unberücksichtigt blieb bei den vorstehenden Berechnungen die zu erwartende Bodensetzung in der ermittelten Höhe Δh = 4,10 m (5.253). Würde man diese Setzung in die Erdbewegung einbeziehen, fehlten Erdmassen in gleicher Höhe, die einen Widerstand gegen den abgleitenden Boden aufbauen könnten.

Die Kraftflächen wie sie in der Abb. 136 vorgestellt worden sind, wurden auf der Basis der realen Höhen und Breiten errechnet. Eine Kraftermittlung nach den fiktiven Geländehöhen wäre möglich, jedoch wären dann die Ergebnisse über den Faktor *Vf'/Vfw* wieder den realen Werten anzupassen. Trotz der unterschiedlichen Berechnungsverfahren dürften sich durch die Rückrechnung keine Kraftunterschiede einstellen.

Station 2230

Für den Profilschnitt (vorher) wurden die Höhen der Grubensohle Hs_3 = 70,0 m NN und der Geländeebene Ho_3 +95,0 m NN über die Entfernung zwischen den Stationen und den Anstiegswinkel der Grubensohle z = 6,4° (5.203) bzw. der Geländeebene x_2 = 6,9° (5.221) ermittelt. Durch den Bergrutsch (nachher) senkte sich die ursprüngliche Geländeoberfläche, so dass an der Stat. 2230 das neue Seeufer entstand. Dem Gewässerrand wird die Höhe *Hw* +82,0 m NN zugeordnet, da angenommen wird, dass die aus dem Hang abgeglittenen Erdmassen den WSp des Sees nur um wenige Zentimeter gehoben haben und dieser Höhenanstieg für die anstehenden Berechnungen vernachlässigbar ist.

Zur Darstellung des Profils werden berechnet:

Höhe *hm* → Sichthöhe des Bodens an der Bezugsachse

$hm = Ho_3 - Hs_3 = 95{,}0 - 70{,}0 = 25{,}0$ m 5.254

In diesem Fall wird die Höhe *hm* durch die angenommene Grundwasserebene *Hw* +82,0 m NN geteilt, so dass die Höhen *ho* und *hoo* zu ermitteln und hiernach zur Bildung der fiktiven Geländeebene mit dem Faktor *Vf'/Vfw* zu multiplizieren sind. Die Breite *bo* errechnet sich über die Höhe $hw = Hw - Hs_3$.

Höhe *hw*

$hw = Hw - Hs_3 = 82{,}0 - 70{,}0 = 12{,}0$ m 5.255

Keilbreite *bo* → mit tan *βnw* (5.184)

$bo = hu / \tan \beta nw = 12{,}0 / 0{,}698 \sim 17{,}2$ m 5.256

Höhe *ho* → über Wasser an der Bezugsachse

$ho = Ho_3 - Hs_3 = 95{,}0 - 82{,}0 = 13{,}0$ m 5.257

Höhe *ho'* → über Wasser

$ho' = ho \cdot Vf'/Vfw = 13{,}0 \cdot 0{,}466 / 0{,}311 \sim 19{,}5$ m 5.258

Höhe *hoo*

$hoo = ho + bo \cdot \tan x_2 = 13{,}0 + 17{,}2 \cdot 0{,}121 \sim 15{,}1$ m 5.259

Höhe *hoo'*

$hoo' = hoo \cdot Vf'/Vfw = 15{,}1 \cdot 0{,}466 / 0{,}311 \sim 22{,}6$ m 5.260

Höhe *hx*

$$hx = hoo' - ho' = 22{,}6 - 19{,}5 = 3{,}1 \qquad \text{m} \quad 5.261$$

Winkel x_2' → des fiktiven Geländeanstiegs

$$\tan x_3' = hx\,/bo = 3{,}1\,/17{,}2 = 0{,}180 \qquad 5.262$$

$$x_3' = 10{,}2° \qquad [-] \quad 5.263$$

Höhe *hm**

$$hm^* = hw + ho' = 12{,}0 + 19{,}5 = 31{,}5 \qquad \text{m} \quad 5.264$$

Keilbreite *bo'* → mit tan *βnw* (5.184)

$$bo' = hm^* / \tan \beta nw = 31{,}5\,/0{,}698 = 45{,}1 \qquad \text{m} \quad 5.265$$

Höhe *hn*

$$hn = hm^* + hx/4 = 31{,}5 + 3{,}1\,/4 = 32{,}3 \qquad \text{m} \quad 5.266$$

Neigungswinkel *βe*

$$\tan \beta e = hn\,/bo = 32{,}3\,/45{,}1 = 0{,}716 \qquad 5.267$$

$$\beta e = 35{,}6° \qquad [-] \quad 5.268$$

Scherwinkel *se*

$$\tan se = (\tan \beta e)\,/2 = 0{,}716\,/2 = 0{,}358 \qquad 5.269$$

$$se = 19{,}7° \qquad [-] \quad 5.270$$

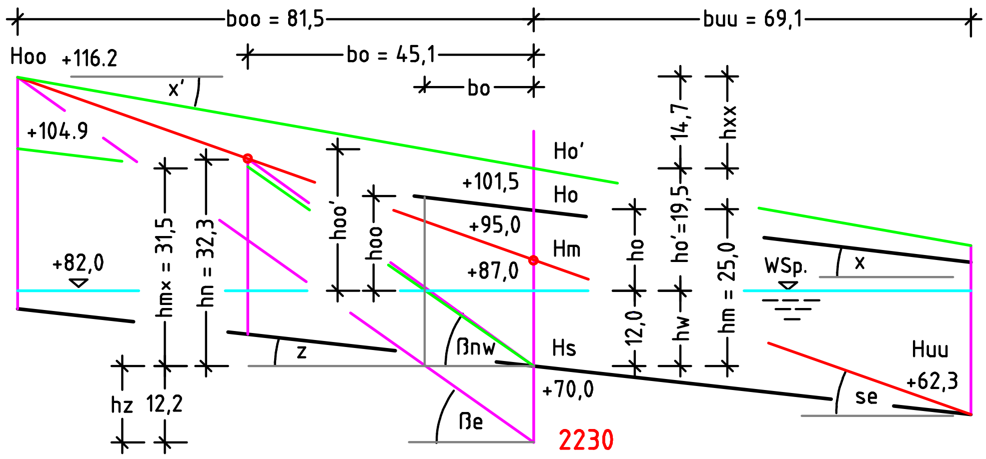


Abb. 137 zeigt die Entwicklung der Neigungsebene über die Höhe *hn* und die Breite *bo* und die Lage der Scherebene unter Auflast (rot).

Auch hier deutet die Differenz der Winkel *se* zu x_3' an, dass links der Bezugsachse Erdmassen auf der Scherebene lagern, die bei Verlust ihrer Standfestigkeit horizontale Kräfte gegen die Stat. 2230 entwickeln. Über die Höhe *hm** = 31,5 m (5.264) und die Winkel *se*, x_3' und *z* (5.203) lassen sich die Höhe *hyy* sowie die Breiten *boo* und *buu* errechnen und damit die mögliche Bodenbewegung in dem Einflussbereich der Stat. 2230 eingrenzen.

Höhe *hyy*

$$hyy^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan x_3')] = (hm^* - hyy)^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan z)]$$

$$hyy^2 / [\,2 \cdot (0{,}358 - 0{,}180)] = (31{,}5 - hyy)^2 / [2 \cdot (0{,}358 - 0{,}112)]$$

$hyy^2 = (31{,}5 - hyy)^2 \cdot 0{,}356 / 0{,}492 \quad \Big| \quad hyy = \sqrt{0{,}724} \cdot (31{,}5 - hyy)$

$hyy = 26{,}8 / 1{,}851 \sim 14{,}5$ m 5.271

Höhe *hu*

$hu = hm^* - hyy = 31{,}5 - 14{,}5 = 17{,}0$ m 5.272

Breite *boo*

$boo = hyy / (\tan se - \tan x_3')$

$boo = 14{,}5 / (0{,}358 - 0{,}180) = 81{,}5$ m 5.273

Breite *buu*

$buu = hu / (\tan se - \tan z)$

$buu = 17{,}0 / (0{,}358 - 0{,}112) = 69{,}1$ m 5.274

Fläche *Aoo*

$Aoo = boo \cdot hyy / 2 = 81{,}5 \cdot 14{,}5 / 2 = 590{,}9$ m² 5.275

Fläche *Auu*

$Auu = buu \cdot hu / 2 = 69{,}1 \cdot 17{,}0 / 2 = 587{,}4$ m² 5.276

Höhe *hh*

$hh = boo \cdot \tan \beta e = 81{,}5 \cdot 0{,}716 = 58{,}4$ m 5.277

Für die Ermittlung der Kraftflächen und Kräfte, die gegen die fiktive Wand in der Bezugsachse der Stat. 2230 wirken, werden die Höhen und Breiten ermittelt und hiernach in Höhen m NN und Stationen umgerechnet.

Höhe *hxx*

$hxx = boo \cdot \tan x_3' = 81{,}5 \cdot 0{,}180 = 14{,}7$ m 5.278

Höhe *hz*

$hz = hh - hxx - hm^* = 58{,}4 - 14{,}7 - 31{,}5 = 12{,}2$ m 5.279

Höhe *hm'*

$hm' = hh - hxx = 58{,}4 - 14{,}7 = 43{,}7$ m 5.280

Breite *bou*

$bou = hm' / \tan \beta e = 43{,}7 / 0{,}716 = 61{,}0$ m 5.281

Breite *bou'*

$bou' = (hm' - hyy) / \tan \beta e$

$bou' = (43{,}7 - 14{,}5) / 0{,}716 = 40{,}8$ m 5.282

Breite *bm*

$bm = hz / \tan \beta e = 12{,}2 / 0{,}716 = 17{,}0$ m 5.283

Fläche *Aou*

$Aou = (bou \cdot hm') / 2 = (61{,}0 \cdot 43{,}7) / 2 = 1332{,}9$ m² 5.284

Höhe *Hoo*

$Hoo = Hs_3 + hm^* + hxx = 70 + 31{,}5 + 14{,}7 = 116{,}2$ m NN 5.285

Stat. der Höhe *Hoo*

Stat. 2230 – *boo* = 2230 – 81,5 = Stat. 2148,5 5.286

Höhe *Hm*

$Hm = Hs_3 + hm^* - hyy = 70{,}0 + 31{,}5 - 14{,}5 = 87{,}0$ m NN 5.287

Höhe *Hz*

$$Hz = Hs_3 - hz = 70{,}0 - 12{,}2 = 57{,}8 \qquad \text{m NN} \quad 5.288$$

Höhe *Huu*

$$Huu = Hs_3 - buu \cdot \tan z =$$

$$Huu = 70{,}0 - 69{,}1 \cdot 0{,}112 = 62{,}3 \qquad \text{m NN} \quad 5.289$$

Stat. der Höhe *Huu*

$$\text{Stat. } 2230 + buu = 2230 + 69{,}1 = \text{Stat. } 2299{,}1 \qquad 5.290$$

An der Bezugsachse ist hier eine Bodenverdichtung durch das aufsteigende Grundwasser zu ermitteln über die Höhe hw = 12,0 m (5.255) und den Verdichtungsfaktor λ = 17,8 Vol.-%, siehe Abschnitt 5.2.1, S. 203.

Höhe Δh

$$\Delta h = hw \cdot \lambda / 100 = 12{,}0 \cdot 17{,}8 / 100 \sim 2{,}1 \qquad \text{m} \quad 5.291$$

Um in den Abbildungen der Kräfte und ihrer Flächen die Kräfte besser von den Höhen unterscheiden zu können, sind die Kürzel der Kräfte in kursiver Schrift dargestellt, siehe Abb. 138 bis 140 und 142.

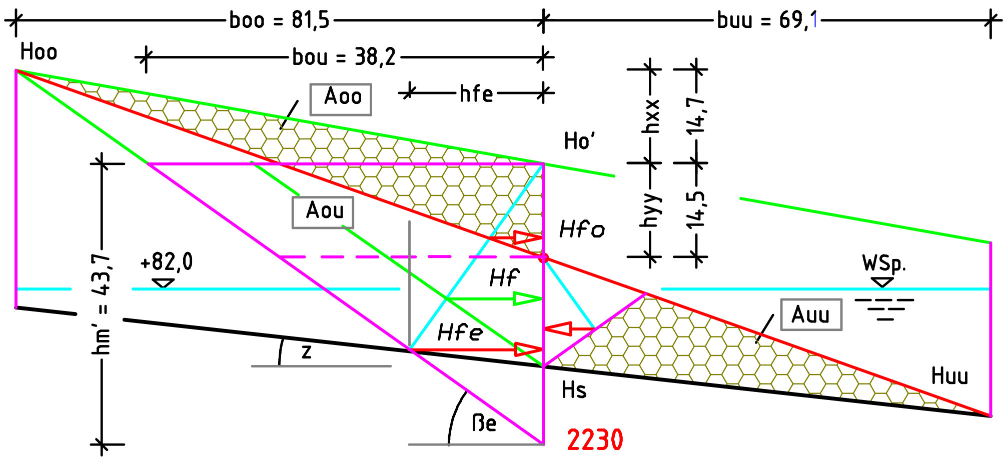


Abb. 138 zeigt im Bereich der Stat. 2230 die Lage, Richtung und Kraftmeter der Kräfte, wobei diese über die Fläche *Aou* errechnet werden können.

Ergebnis:

Die Scherebene unter Auflast verläuft unter dem Winkel *se* = 19,7° (5.270) von der Höhe *Hoo* +116,2 m NN der Stat. 2148 über die Höhe *Hm* +87,0 m an der Bezugsachse bis zur Höhe *Huu* +62,3 m NN der Stat. 2299. Auf ihr lagert in der Fläche *Aoo* ~ 590 m³ Boden (5.275), der abgleitet, sobald er seinen Halt an der Bezugsachse Stat. 2230 verliert. Des Weiteren ist durch den ersten Kontakt des leicht feuchten Bodens mit dem aufsteigenden Grundwasser an der Bezugsachse mit einer Bodensetzung in der Höhe Δh ~ 2,1 m (5.291) zu rechnen.

Für eine Kraftermittlung sind die einzelnen Höhen, Breiten und Winkel ermittelt und die Lage der Kräfte in der Abb. 139 dargestellt.

Station 2123

Zu dem Zeitpunkt des Bergrutsches trifft in der Stat. 2123 der angenommene Wasserspiegel des Concordiasees auf die geneigte Grubensohle: Damit endet der direkte Einfluss des Grundwassers auf den leicht feuchten Füllboden und die Höhen Hw und Hs_4 nehmen die Höhe = +82,0 m NN ein. Gleichzeitig entfällt die bisherige Volumenmehrung (Vf'/Vfw), so dass die Höhe hx direkt über die Breite bo sowie die Winkel des feuchten Bodens si = 22,6° bzw. βi = 39,8° (5.157) errechnet werden kann. Das Gelände steigt links der Bezugsachse von der Höhe Ho_4 +107,0 m NN über die Länge lg_4 = 93,00 m zu der Höhe Hs_5 +128,0 m NN auf. Rechts der Achse fällt die Geländeebene unter dem Winkel x_2 = 6,9° (5.221) ab. Die Grubensohle steigt weiter von der Höhe Hs_4 +82,0 m NN unter den Winkel z = 6,4° (5.203) an.

Es werden berechnet:

Winkel x_4

$$\tan x_4 = (128{,}0 - 107{,}0) / lg_4 = 21{,}0 / 93{,}00 = 0{,}226 \qquad 5.292$$

$$x_4 = 12{,}7° \qquad [-] \quad 5.293$$

Höhe hm

$$hm = Ho_4 - Hs_4 = 107{,}0 - 82{,}0 = 25{,}0 \qquad \text{m} \quad 5.294$$

Keilbreite bo

$$bo = hm / \tan \beta i = 25{,}0 / 0{,}832 = 30{,}0 \qquad \text{m} \quad 5.295$$

Höhe hx

$$hx = bo \cdot \tan x_4 = 30{,}0 \cdot 0{,}226 = 6{,}8 \qquad \text{m} \quad 5.296$$

Höhe hn

$$hn = hm + hx/4 = 25{,}0 + 6{,}8 / 4 = 26{,}7 \qquad \text{m} \quad 5.297$$

Neigungswinkel βe

$$\tan \beta e = hn / bo = 26{,}7 / 30{,}0 = 0{,}890 \qquad 5.298$$

$$\beta e = 41{,}7° \qquad [-] \quad 5.299$$

Scherwinkel se

$$\tan se = (\tan \beta e) / 2 = 0{,}890 / 2 = 0{,}445 \qquad 5.300$$

$$se = 24{,}0° \qquad [-] \quad 5.301$$

Über die Höhe hm = 26,7 m (5.297) und die Winkel se, x_3 und z = 6.4° (5.203) werden die Höhe hyy sowie die Breiten boo und buu errechnet.

Höhe hyy

$$hyy^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan x_4)] = (hm^* - hyy)^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan z)]$$

hyy^2 / [2 · (0,445 – 0,226)] = (25,0 – hyy)²/ [2 · (0,445 – 0,112)]

hyy^2 = (25,0 – hyy)² · 0,438 /0,666 | hyy = √0,658 · (25,0 – hyy)

hyy = 20,3 /1,811 ~ 11,2 m 5.302

Höhe *hu*

$hu = hm - hyy$ = 25,0 – 11,2 = 13,8 m 5.303

Breite *boo*

$boo = hyy$ / (tan se – tan x_4)

boo = 11,2 / (0,445 – 0,226) = 51,1 m 5.304

Breite *buu*

$buu = hu$ / (tan se – tan z)

buu = 13,8 / (0,445 – 0,112) = 41,5 m 5.305

Fläche *Aoo*

$Aoo = boo \cdot hyy$ /2 = 51,1 · 11,2 /2 = 286,2 m² 5.306

Fläche *Auu*

$Auu = buu \cdot hu$ /2 = 41,5 · 13,8 /2 = 286,4 m² 5.307

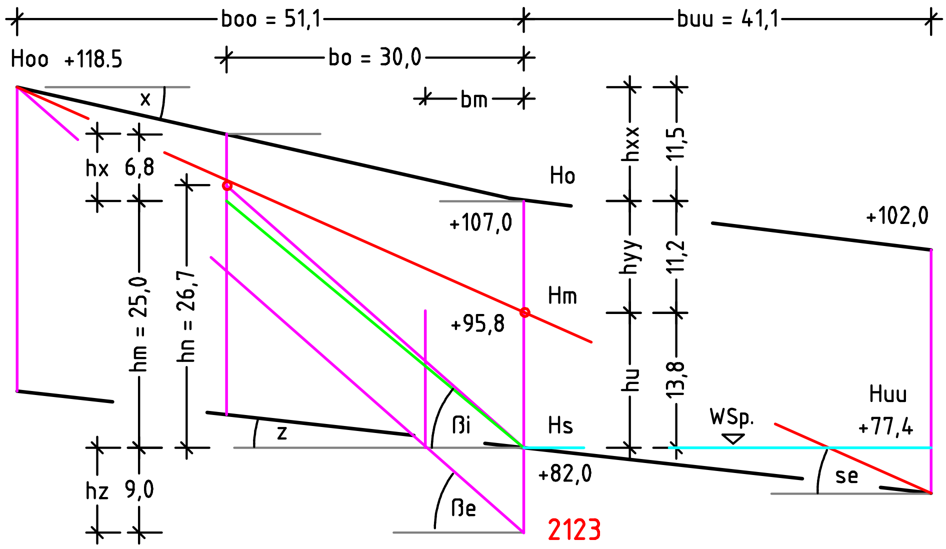


Abb. 139 zeigt die Höhen und die Lage der Scherebene unter Auflast (rot).

Höhe *hh*

$hh = boo \cdot \tan \beta e$ = 51,1 · 0,890 = 45,5 m 5.308

Es werden die Höhen und Breiten der Kraftflächen ermittelt, aus denen die Kräfte gegen die fiktive Wand in der Bezugsachse wirken.

Höhe *hxx*

$hxx = boo \cdot \tan x_4$ = 51,1 · 0,226 = 11,5 m 5.309

Höhe *hz*

$hz = hh - hxx - hm$ = 45,5 – 11,5 – 25,0 = 9,0 m 5.310

Höhe *hm'*

$hm' = hh - hxx$ = 45,5 – 11,5 = 34,0 m 5.311

Breite *bou*

$$bou = hm' \,/\, \tan \beta e = 34{,}0 \,/0{,}890 = 38{,}2 \qquad \text{m} \qquad 5.312$$

Breite *bou'*

$$bou' = (hm' - hyy) \,/\, \tan \beta e$$

$$bou' = (34{,}0 - 11{,}2) \,/0{,}890 = 25{,}6 \qquad \text{m} \qquad 5.313$$

Breite *bm*

$$bm = hz \,/\, \tan \beta e = 9{,}0 \,/0{,}890 = 10{,}1 \qquad \text{m} \qquad 5.314$$

Fläche *Aou*

$$Aou = (bou \cdot hm') \,/2 = (38{,}2 \cdot 34{,}0) \,/2 = 649{,}4 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.315$$

Höhe *Hoo*

$$Hoo = Ho_4 + hxx = 107{,}0 + 11{,}5 = 118{,}5 \qquad \text{m NN} \qquad 5.316$$

Stat. der Höhe *Hoo*

$$\text{Stat. } 2123 - boo = 2123 - 51{,}1 = \text{Stat. } 2071{,}9 \qquad 5.317$$

Höhe *Hm*

$$Hm = Hs_4 + hu = 82{,}0 + 13{,}8 = 95{,}8 \qquad \text{m NN} \qquad 5.318$$

Höhe *Hz*

$$Hz = Hs_4 - hz = 82{,}0 - 9{,}0 = 73{,}0 \qquad \text{m NN} \qquad 5.319$$

Höhe *Huu*

$$Huu = Hs_4 - buu \cdot \tan z =$$

$$Huu = 82{,}0 - 41{,}5 \cdot 0{,}112 = 77{,}4 \qquad \text{m NN} \qquad 5.320$$

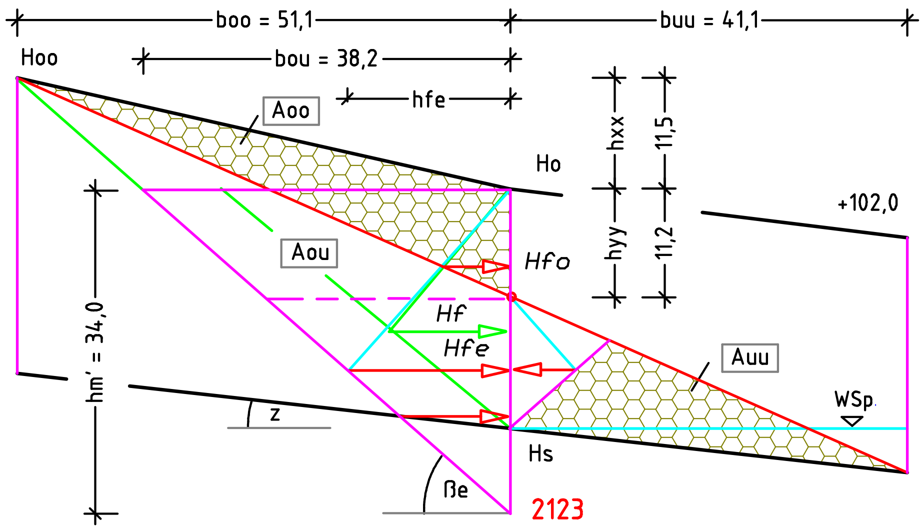


Abb. 140 zeigt die Lage, Richtung und Kraftmeter der Kräfte zu der Stat. 2123.

An der Bezugsachse Stat. 2123 wird eine Bodenverdichtung nicht angesetzt, weil der direkte Einfluss des Grundwassers auf das Füllmaterial hier endet und das über die Kapillare aufsteigende Wasser bei dieser Verdichtung des Bodens vernachlässigt wird.

Stat. der Höhe *Huu*

$$\text{Stat. } 2123 + buu = 2123 + 41{,}5 \sim \text{Stat. } 2164 \qquad 5.321$$

Ergebnis:

Die Scherebene unter Auflast verläuft unter dem Winkel se = 24,0° (5.301) von der Höhe Hoo +118,5 m NN der Stat. 2072 über die Höhe Hm = 95,8 m NN an der Bezugsachse zur Höhe Huu +77,4 m NN der Stat. 2164. Auf ihr lagert in der Fläche Aoo ~ 650 m³ Boden (5.315), der abgleitet, sobald er seinen Halt an der Bezugsachse Stat. 2123 verliert. Für eine Kraftermittlung sind die einzelnen Höhen, Breiten und Winkel ermittelt und die Lage der Kräfte ist in Abb. 141 dargestellt. Eine Bodensetzung durch aufsteigendes Grundwasser erfolgt nicht.

Station 2030

An der Bezugsachse sind die Geländehöhe Ho_5 +128,0 m NN, die Sohlhöhe Hs_5 +92,4 m NN und die Schichthöhe des Bodens hm = 35,60 m errechnet worden. Da links der Bezugsachse die Geländeebene unterschiedlich stark ansteigt, wird die Höhe hg über die Auflastfläche A ermittelt. Der Anstieg der Grubensohle erfolgt weiter unter dem Winkel z = 6,4° (5.203).

Für die Berechnung der Scherebene unter Auflast und ihren Winkel se sind die Eigenschaften des feuchten Bodens sowie der Neigungswinkel βi = 39,8° (5.157) anzusetzen.

Höhe hm

$$hm = Ho_5 - Hs_5 = 128{,}0 - 92{,}4 = 35{,}6 \quad \text{m} \quad 5.322$$

Keilbreite bo

$$bo = hm \,/\, \tan \beta i = 35{,}6 \,/0{,}832 = 42{,}8 \quad \text{m} \quad 5.323$$

Höhe hg → gemittelte Keilhöhe der Auflastfläche A.

$$hg = [5{,}0 \cdot 20{,}0 + (5{,}0 + 7{,}0) \cdot 30{,}0] \,/\, 50 = 9{,}2 \quad \text{m} \quad 5.324$$

Winkel x_5 → des Geländeanstiegs

$$\tan x_5 = hg \,/lg_5 = 9{,}2 \,/\, 50{,}0 = 0{,}184 \quad 5.325$$

$$x_5 = 10{,}4° \quad [-] \quad 5.326$$

Höhe hx

$$hx = bo \cdot \tan x_5 = 42{,}8 \cdot 0{,}184 = 7{,}9 \quad \text{m} \quad 5.327$$

Höhe hn

$$hn = hm + hx/4 = 35{,}6 + 7{,}9 \,/4 = 37{,}6 \quad \text{m} \quad 5.328$$

Neigungswinkel βe

$$\tan \beta e = hn \,/bo = 37{,}6 \,/42{,}8 = 0{,}878 \quad 5.329$$

$$\beta e = 41{,}3° \quad [-] \quad 5.330$$

Scherwinkel se

$$\tan se = (\tan \beta e) \,/2 = 0{,}878 \,/2 = 0{,}439 \quad 5.331$$

$$se = 23{,}7° \quad [-] \quad 5.332$$

Über die Höhe *hm* = 35,6 m (5.322) und die Winkel *se*, x_5 und *z* = 6,4° (5.203) werden die Höhe *hyy* sowie die Breiten *boo* und *buu* errechnet.

Höhe *hyy*

$$hyy^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan x_5)] = (hm - hyy)^2 / [2 \cdot (\tan se - \tan z)]$$

$$hyy^2 / [2 \cdot (0{,}439 - 0{,}184)] = (35{,}6 - hyy)^2 / [2 \cdot (0{,}439 - 0{,}112)]$$

$$hyy^2 = (35{,}6 - hyy)^2 \cdot 0{,}510 / 0{,}654 \quad \Big| \quad hyy = \sqrt{0{,}780} \cdot (35{,}6 - hyy)$$

$$hyy = 31{,}4 / 1{,}883 = 16{,}7 \qquad \text{m} \qquad 5.333$$

Höhe *hu*

$$hu = hm - hyy = 35{,}6 - 16{,}7 = 18{,}9 \qquad \text{m} \qquad 5.334$$

Breite *boo*

$$boo = hyy / (\tan se - \tan x_5)$$

Breite *boo*

$$boo = 16{,}7 / (0{,}439 - 0{,}184) = 65{,}5 \qquad \text{m} \qquad 5.335$$

Breite *buu*

$$buu = hu / (\tan se - \tan z)$$

$$buu = 18{,}9 / (0{,}439 - 0{,}112) = 57{,}8 \qquad \text{m} \qquad 5.336$$

Fläche *Aoo*

$$Aoo = boo \cdot hyy / 2 = 65{,}5 \cdot 16{,}7 / 2 = 546{,}9 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.337$$

Fläche *Auu*

$$Auu = buu \cdot hu / 2 = 57{,}8 \cdot 18{,}9 / 2 = 546{,}2 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.338$$

Höhe *hh*

$$hh = boo \cdot \tan \beta e = 65{,}5 \cdot 0{,}878 = 59{,}5 \qquad \text{m} \qquad 5.339$$

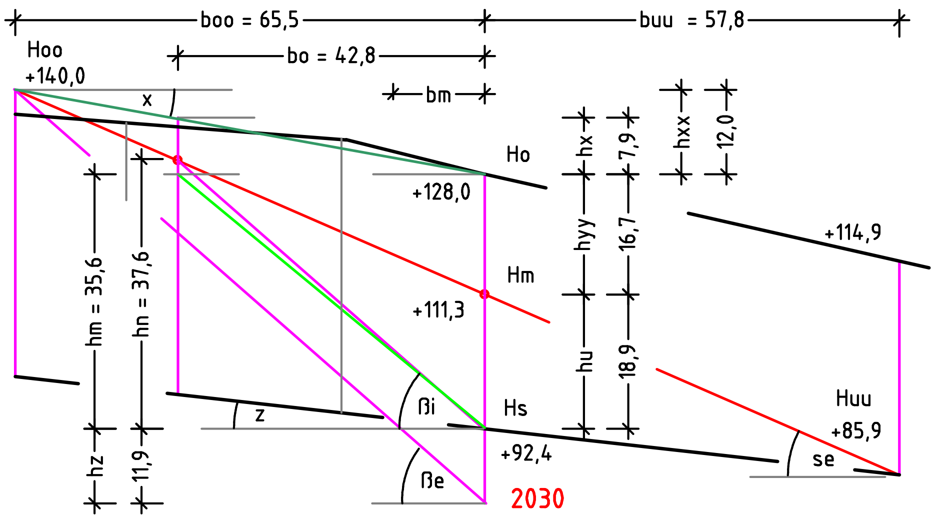


Abb. 141 zeigt die Höhen und die Lage der Scherebene unter Auflast (rot).

Es werden die Höhen und Breiten der Kraftflächen ermittelt, aus denen die Kräfte gegen die fiktive Wand in der Bezugsachse wirken.

Höhe *hxx*

$$hxx = boo \cdot \tan x_5 = 65{,}5 \cdot 0{,}184 = 12{,}0 \qquad \text{m} \qquad 5.340$$

Höhe *hz*

$$hz = hh - hxx - hm = 59{,}5 - 12{,}0 - 35{,}6 = 11{,}9 \qquad \text{m} \qquad 5.341$$

Höhe *hm'*

$$hm' = hh - hxx = 59{,}5 - 12{,}0 = 47{,}5 \qquad \text{m} \qquad 5.342$$

Breite *bou*

$$bou = hm' / \tan \beta e = 47{,}5 / 0{,}878 = 54{,}1 \qquad \text{m} \qquad 5.343$$

Breite *bou'*

$$bou' = (hm' - hyy) / \tan \beta e$$

$$bou' = (47{,}5 - 16{,}7) / 0{,}878 = 35{,}1 \qquad \text{m} \qquad 5.344$$

Breite *bm*

$$bm = hz / \tan \beta e = 11{,}9 / 0{,}878 = 13{,}6 \qquad \text{m} \qquad 5.345$$

Fläche *Aou*

$$Aou = (bou \cdot hm') / 2 = (54{,}1 \cdot 47{,}5) / 2 = 1285 \qquad \text{m}^2 \qquad 5.346$$

Höhe *Hoo*

$$Hoo = Ho_5 + hxx = 128{,}0 + 12{,}0 = 140{,}0 \qquad \text{m NN} \qquad 5.347$$

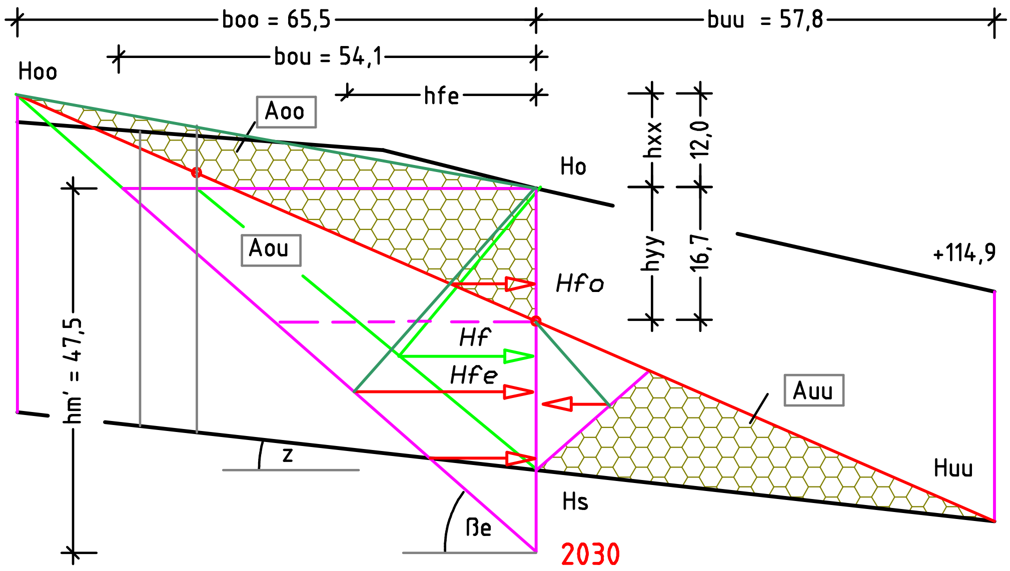


Abb. 142 zeigt die Lage, Richtung und Kraftmeter der Kräfte zu der Stat. 2030.

Stat.der Höhe *Hoo*

$$\text{Stat. } 2030 - boo = 2030 - 65{,}5 \sim \text{Stat. } 1965 \qquad 5.348$$

Höhe *Hm*

$$Hm = Hs_5 + hu = 92{,}4 + 18{,}9 = 111{,}3 \qquad \text{m NN} \qquad 5.349$$

Höhe *Hz*

$$Hz = Hs_5 - hz = 92{,}4 - 11{,}9 = 80{,}5 \qquad \text{m NN} \qquad 5.350$$

Höhe *Huu*

$$Huu = Hs_5 - buu \cdot \tan z =$$

$$Huu = 92{,}4 - 57{,}8 \cdot 0{,}112 = 85{,}9 \qquad \text{m NN} \qquad 5.351$$

Stat. der Höhe *Huu*

$$\text{Stat. } 2030 + buu = 2030 + 57{,}8 \sim \text{Stat. } 2088 \qquad 5.352$$

Ergebnis:

Die Scherebene unter Auflast verläuft unter dem Winkel *se* = 23,7° (5.332) von der Höhe *Hoo* +140,0 m NN der Stat. 1965 über die Höhe *Hm* +111,3 m NN an der Bezugsachse zur Höhe *Huu* +85,9 m NN der Stat. 2088. Auf ihr lagert in der Fläche *Aoo* ~ 547 m³ Boden (5.337), der abgleitet, sobald er seinen Halt an der Bezugsachse Stat. 2030 verliert. Für eine Kraftermittlung sind die einzelnen Höhen, Breiten und Winkel ermittelt und die Lage der Kräfte ist in Abb. 142 dargestellt. Eine Bodensetzung durch aufsteigendes Grundwasser erfolgt nicht.

In folgender Tabelle werden die zuvor errechneten Höhen und der Scherwinkel *se* der jeweiligen Station zugeordnet und hiernach in den Profilschnitt Abb. 143 übertragen.

Stat.	Abstand	Winkel	Höhe *Hoo*	*boo*	Höhe *Hm*	*buu*	Höhe *Huu*
2480			42,0 m		42,0 m		42,0 m
	75 m						
2405		*se* = 21,8°			57,0 m		
	75 m	(5.216)					
2330		*se* = 20,4°	92,1 m	56,0 m	71,3 m	48,1 m	53,4 m
	100 m	(5.232)	(5.247)	(5.235)	(5.249)	(5.236)	(5.251)
2230		*se* = 19,7°	116,2 m	81,5 m	87,0 m	69,1 m	62,3 m
	107 m	(5.270)	(5.285)	(5.273)	(5.287)	(5.274)	(5.289)
2123		*se* = 24,0°	118,5 m	51,1 m	95,8 m	41,5 m	77,4 m
	93 m	(5.301)	(5.316)	(5.304)	(5.318)	(5.305)	(5.320)
2030		*se* = 23,7°	140,0 m	65,5 m	111,3 m	57,8 m	85,9 m
		(5.332)	(5.347)	(5.335)	(5.349)	(5.336)	(5.351)

5.2.4 Ergebnis und Fazit zum Bergrutsch in Nachterstedt

Die Berechnungen zum Bergrutsch basieren auf eigenen Experimenten, die zeigen, dass Böden eine ‚natürliche Scherebene' ausbilden, wenn sie aus einem Erdblock abgleiten und hierbei nicht auflockern. Die Scherebenen verändern sich, wenn Erdblöcke durch Erdkeile (geneigte Oberfläche) belastet werden. Eine weitere Kraftverschiebung entsteht, wenn Erdmassen statt auf einer horizontalen Ebene auf einer durchgehend geneigten Ebene (Felsschicht) lagern, vor allem dann, wenn diese Sperrschicht einen weiteren Abbau der vertikalen Kräfte verhindert und diese nicht abgebauten vertikalen Kräfte in horizontale Kräfte umwandelt. Aufsteigendes Grundwasser verstärkt den Umbau von Kräften, verändert die Bodeneigenschaften und kann dadurch Schichtungen unterschiedlicher Bodenarten erzeugen. Erforderliche Berechnungen der Bodenwinkel (*β* oder *s*) oder Kräfte bei Bodenschichtungen lassen sich vereinfachen, wenn man die Eigenschaften und Volumina der Bodenschichten über den Proportionalitätsfaktor (*Vf'*/*Vfw*) angleicht und mit einer fiktiven Geländeebene arbeitet, siehe hierzu Abb. 134, 135 und 137.

Profilschnitt bei der geodätischen Länge 661450 m

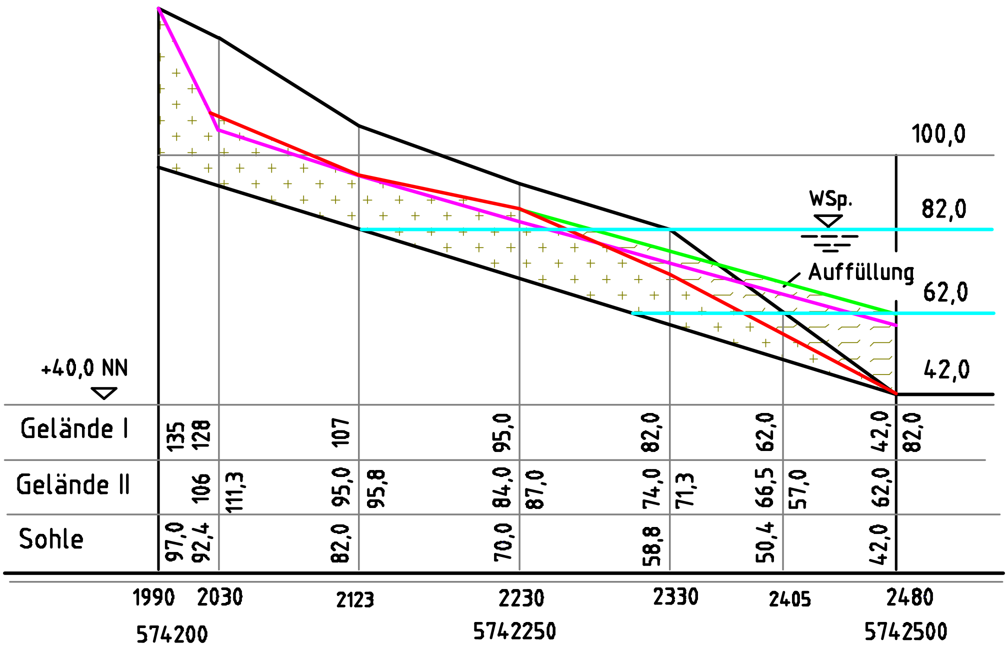


Abb. 143 zeigt in den Plänen der DLR die Geländeebene nach dem Bergrutsch (magenta), die berechnete Gleitebene (rot) und die Geländeauffüllung (grün).

Nach diesem Verfahren wurde stationsweise der Scherwinkeln *se* unter Auflast errechnet und hiernach die Lage der Scherebene über die Höhen *Hoo*, *Hm* und *Huu* in dem Berghang bestimmt. Hierzu kann angemerkt werden, dass der Boden oberhalb der jeweiligen Scherebene abgleitet, wenn ihm der Boden des tiefer liegenden Hangabschnitts keinen Halt gewährt. Die Berechnung des Bodenverhaltens im Bereich der Stat. 2405 zeigt, dass bei der Stauhöhe des Sees +62,0 m NN die Winkel der Scherebene unter Auflast und die der fiktiven Geländeebene fast identisch sind, d. h. ein Abgleiten von Erdmassen wird es nicht geben. Diese Situation ändert sich mit steigendem Wasserspiegel im See. Insbesondere die Fläche *Aou* der einzelnen Abschnitte des Hangs, aus denen die horizontalen Kräfte gegen die Bezugsachsen zu ermitteln sind, zeigen auf, dass ein Bergrutsch bei Erreichen der Stauhöhe +82,0 m NN des Concordiasees unvermeidbar wird. Während in den Abschnitten der Stat. 2300 bis 2123 die Größe der Kraftfläche *Aou* ~ 650 m² einnahm, stieg sie in der Stat. 2030 sprunghaft auf die Fläche *Aou* ~ 1285 m² (5.346) an. Diese Mehrung der Kraftfläche und damit auch der horizontalen Kräfte werden wie die zu erwartende Bodensetzung infolge des parallel zum See aufsteigenden Grundwassers als Faktoren angesehen, die letztlich den Bergrutsch ausgelöst haben.

In der vorstehenden Abbildung ist die Höhe *Hm* der Berechnungsabschnitte an den Stationen aufgetragen und miteinander verbunden worden. Die rote Linie zeigt die Lage der Scherebene unter Auflast an. Sie weicht nur in einem geringen Maß von der Linie (magenta) ab, welche für den Bergrutsch aus den Plänen des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (vorher/nachher) übernommen worden ist. Zwischen den Stat. 2230 und 2480 wird mit der grünen Linie die Höhe der Geländeauffüllung angedeutet, die sich nach dem Bergrutsch eingestellt haben müsste.

Die Ursachen, die zum Bergrutsch in Nachterstedt geführt haben, könnten auf folgenden Faktoren beruhen:

- Grubenauffüllung mit unverdichteten Böden (Haldenmaterial),
- Schaffung und Anhebung eines Grundwasserspiegels in dem Hang durch das Aufstauen des Concordiasees,
- erstmaliges Eintauchen des Bodens der Grubenauffüllung in das Grundwasser mit den damit verbundenen Änderungen der Bodeneigenschaften, d. h. aus einem eher standfesten leicht feuchten Boden wird ein nasser Boden unter Wasser,
- Verlust an Dichte bei Böden unter Wasser infolge des natürlichen physikalischen Auftriebs steigert die natürliche Verdichtung des Bodens und senkt damit die Hangoberfläche ab,
- Reduzierung des Erdwiderstands im Boden und hohe Instabilität des Hangs durch Wasseraufnahme des Bodens.

Die Berechnungen zu dem Bergrutsch in Nachterstedt folgten der Versuchsanordnung 3, wo trockener Sand sich durch die bloße Wasserzugabe um $\lambda =$ 14,2 Vol.-% (2.22) verdichtet hat, siehe Abschnitt 2.4.3, Seite 44.

Ausschlaggebend für den natürlichen Wandel der Bodeneigenschaften war der erste Kontakt des eher trockenen und unverdichteten Haldenmaterials mit dem aufsteigenden Wasser des Concordiasees. Die Wasseraufnahme des Bodens führten letztlich zu einem völlig durchnässten und verdichteten Erdreich und zu der Umbildung der Scherebene im Hang. Nicht zu der Erklärung des Bergrutsches werden Grundwasserströme – ggf. aus dem Harz – benötigt, wie Geologen diese gern als Ursache des Unglücks bemühen.

Außerdem zeigt die Übereinstimmung der tatsächlichen mit der errechneten Scherebene (Abb. 143), dass sich das Gefahrenpotenzial eines möglichen Bergrutsches mit den Vorgaben der neuen Erddruck-Theorie errechnen lässt. Die Vorgaben der derzeitigen Erddruck-Lehre erlauben keinen rechnerischen Nachweis über die Rutschgefahr in dem Hang.

6 Zusammenfassung

Langjährige eigene Berufserfahrungen führten zur Erkenntnis, dass selbst eine strikte Anwendung der deutschen Normen und Regelwerke für das Bauwesen zu erheblichen Bauschäden führen kann. Mit den Artikeln „Erddruck nach dem physikalischen Gesetz der geneigten Ebene“ [16] und „Zeit für eine neue Erddruck-Lehre“ [17] wurde auf diesen Sachverhalt aufmerksam gemacht. Letztlich gaben Anlass zu dieser Studie der Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln beim U-Bahnbau und der Bergrutsch in Nachterstedt beim Aufstauen des Concordiasees mit getöteten Personen und hohen Sachschäden.
Als Aufgabe wurde gesehen, möglichen Unstimmigkeiten in den Berechnungsgrundlagen der Erddruck-Lehre [1] gezielter nachzugehen und hierbei Unterschiede zwischen den Thesen von Lehre und neuer Theorie aufzuzeigen. Einleitend werden die Definitionen zu Erddruck-Lehre und neuer Erddruck-Theorie vorgestellt und miteinander verglichen, siehe Kapitel 2.

6.1 Grundlagen von Erddruck-Lehre und neuer Theorie

Die Lehre sieht bei Behinderung der Querkontraktion im Boden, dass sich aus dem Erdeigengewicht nur vertikale Kräfte entwickeln und diese Kräfte sich in tieferen Schichtungen auch nur vertikal abbauen können. Erst durch auf die Geländeoberfläche aufgetragene Kräfte oder bei nachgiebiger Stützung weicht der Boden seitlich aus und erzeugt vertikale und horizontale Spannungen. Zudem erkennt die Lehre ein Ungleichgewicht der Erdspannungen im Erdreich und gleicht dieses über den empirischen Erddruckbeiwert K aus. Sie legt die horizontale Kraft (Erddruckkraft) gegen die stützende Wand für alle Bodenarten gleich auf den unteren Drittelpunkt der Neigungsebene (Bruchgeraden) und zeigt an, dass eine Wandreibung und ggf. eine Kohäsion die Erdspannung und den Winkel der Erddruckkraft gegen die Wand beeinflussen können. Die Erddruck-Theorie stimmt der Lehre zu, dass bei einer Auflast auf ein Felsgestein, Beton etc. speziell eine Materialbeanspruchung parallel zur senkrechten Kraftrichtung entsteht. Jedoch bei allen anderen Bodenarten, mit oder ohne Auflast, bilden sich vertikale und horizontale Spannungen/Kräfte in dem Erdreich aus. Hierbei wird davon ausgegangen, dass Böden mehr oder weniger Zerfallsprodukte von Ursprungsgesteinen sind, die sich aus einem Feststoff- und einem Porenvolumen zusammensetzen. Wählt man als Feststoffvolumen

einen Kubikmeter und fügt ein bekanntes Porenvolumen dazu, so wird sich wohl das Gesamtvolumen, nicht aber das Feststoffvolumen verändern. Normiert man das vergrößerte Volumen, entsteht eine neue Bodenart. Somit wird ein der Erosion ausgesetztes Felsgestein ein hohes Feststoffvolumen und ein geringes Porenvolumen aufweisen, während sich das Größenverhältnis der Volumina/Raumteile umkehrt, z. B. bei Staub als eine Bodenart. Vor diesem Hintergrund lässt sich ableiten, dass das Verhältnis zwischen Feststoffvolumen *Vf* und Porenvolumen *Vl* nicht nur die Bodendichte, sondern auch den Winkel der inneren Reibung ermittelbar macht.
Die neue Erddruck-Theorie baut auf den reinen Grundlagen der Physik auf und benötigt weder empirische Erdruhebeiwerte zur Gleichgewichtsherstellung im Erdreich noch eine Mobilisierung horizontaler Spannungen durch Wanddrehungen oder Wandverschiebungen.

6.2 Kraftermittlung und Kraftverteilung

Die Erddruck-Lehre gibt vor, dass sie zur Erddruckermittlung das sogenannte Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium (Schergesetz) nutzt, welches auf den Theorien von Coulomb und Mohr aufbaue. Zu der klassischen Erddruck-Theorie von Coulomb (Abb. 9; S. 25), die als Skizze im Original vorliegt, schreibt die Lehre, dass ihr ***„die Spannungsverteilung bei dieser Betrachtungsweise unbekannt sei!“***, siehe [1: S. P.10] und Abschnitt 2.3.3.
Stattdessen kombiniert die Lehre zur Erddruckermittlung eine Fließbedingung, die dem Verfasser im Original unbekannt ist, mit dem Mohr'schen Spannungskreis und stellt diese Verbindung als das „Mohr-Coulomb'sche Bruchkriterium“ dar. Die Lehre nutzt u. a. den Mohr'schen Spannungskreis um die Hauptspannung σ_{1max} (Hangabtriebskraft $T = FH$) in die horizontale Ebene zu bringen um hieraus die Winkelgrößen δ_x und δ_z und andere Werte zu bestimmen. Die Lehre übersieht hierbei, dass sich weder die Gewichtskraft *Ge* noch ihre Teilkräfte – wie die Normalkraft *FN* und die Hangabtriebskraft *FH* – drehen lassen, siehe ‚Berechnungsbeispiel' und Abb. 13 und 14, S. 38.
Zudem wurde über die Versuchsanordungen 4 und 5 nachgewiesen, dass Böden beim Abgleiten aus einem stehenden in einen liegenden Erdkeil keiner Fließbedingung unterliegen. Auch konnte eine Analogie zwischen dem Bruchkriterium und der ‚physikalischen Ebene' nicht erkannt werden, wie die Lehre

diese beschreibt. Auch lässt sich nicht bestätigen, dass für alle Bodenarten gleich, die Erddruckkraft in dem unteren Drittelpunkt der Bruchgeraden gegen die lotrechte Wand angreift und deren Kraftrichtung durch eine Wandreibung oder Kohäsion verändert werden kann, siehe Abschnitte 2.3.7 und 2.3.8.

Zu der Kraftermittlung und Kraftverteilung der Lehre bleibt festzustellen, dass diese weder der klassischen Erddruck-Theorie von Coulomb folgen noch auf einer physikalischen Grundlage aufbauen. Damit dürften die derzeitigen Berechnungsmodelle zur Ermittlung des Erddrucks ihren Anspruch verloren haben, den Stand der Technik zu repräsentieren.

Gültig bleibt die klassische Erddruck–Theorie von Coulomb (Abb. 9; S. 25), die übernommen und erweitert worden ist als neue Erddruck-Theorie. Diese zeigt, dass Böden in freier Natur je nach Bodenart Neigungswinkel zwischen βt ~ 0,6° bis 89,4° ausbilden und sich die Kraftverteilung im Erdreich nicht unter dem derzeitigen maximalen Anstiegswinkel $\alpha < 45°$ der ‚geneigten Ebene' erzwingen lässt. Auch greift die Erddruckkraft stets horizontal gegen die Wand an, wobei die Angriffshöhe hv entsprechend der unterschiedlichen Neigungswinkeln variierten und sich nicht auf die Höhe $h/3$ festschreiben lässt.

6.3 Bodeneigenschaften und ihre Ermittlung

Um bei der Erddruckermittlung auf empirische Bodenkenngrößen verzichten zu können, wurden Versuchsanordnungen mit trockenen, feuchten und nassen Böden über sowie unter Wasser in einem Glaskasten durchgeführt. Geleitet wurden diese Versuche von der Vorgabe, dass einem idealisierten harten Basaltgestein im trockenen Zustand die Dichte ptg = 3,00 t/m³ und damit das Feststoffvolumen Vf von 100% zugeordnet werden kann [6: S. 2.2–2 und 15: S. 605]. Durch die Zugabe eines Porenvolumens Vl und anschließender Normierung entsteht eine Bodenart, deren Dichte, Neigungswinkel und Scherwinkel berechenbar werden. Füllt man die Bodenporen teilweise oder vollständige mit Wasser, entstehen feuchte oder nasse Böden, deren Kennwerte in analoger Art zu den trockenen Böden ermittelt werden können. Zur Absicherung dieses Berechnungsverfahrens wurden mit unterschiedlichen Bodenarten und Wasser in einem Glaskasten Versuche durchgeführt. Sie belegen, dass sich über das Verhältnis von Feststoff- zu Porenvolumen die Reibungszahl μ, der Neigungswinkel β, der Scherwinkel s und die Dichte von Böden berechnen lassen. Zum vereinfachten Vergleich dieser Ergebnisse sind die Anlagen 2 und 3 als Anhang eingefügt, die näher beschrieben worden sind im Unterkapitel 3.4.

Mit der neuen Berechnungsart der Bodenkenngrößen ist es möglich, die bisherige Klassifizierung der Böden nach Ursprungsgestein, Kornzusammensetzung und Korngrößen ablösen. Ebenso überflüssig sind die Unterscheidung nichtbindiger und bindiger Böden und die wenig aussagekräftigen Bodenbeschreibungen, wie fest, steif, weich breiig, flüssig, schluffig.

6.4 Anwendbarkeit der neuen Erddruck-Theorie

Wie dargestellt, folgt die neue Erddruck-Theorie den reinen Grundlagen der Physik. Nach diesen Vorgaben lassen sich alle Bauteile statisch bestimmen, die dem Erddruck ausgesetzt sind. Um darzustellen, dass sich die gewonnenen Erkenntnisse aus den Versuchsanordnungen in die Praxis übertragen lassen, wurde auf rechnerischem Weg den Schadensursachen zum Einsturz des Historischen Archivs der Stadt Köln und des Bergrutsches in Nachterstedt nachgegangen.

- Bei dem U-Bahnbau in Köln konnten Bruchstellen in einer Schlitzwand nachgewiesen werden, die ursächlich zum Einsturz des Archivs führte, siehe hierzu Abb. 120, S. 196 und Abb. 121, S. 200 sowie [F] und [G].
- In Nachterstedt wurden durch das aufstauende Wasser des Concordiasees die Bodeneigenschaften in dem Bereich der Grubenauffüllung derart verändert, dass ein Hangrutsch nicht mehr zu verhindern war. Nach den zur Verfügung stehenden Unterlagen wurde zur Grubenauffüllung ein eher trockenes Füllmaterial unverdichtet eingebaut. Zeitversetzt zu dem aufstauenden Seewasser stieg das Grundwasser in dem Auffüllbereich, so dass das eher trockene unverdichtete Füllmaterial zum ersten Mal unter den Grundwasserspiegel kam. Nach dem archimedischen Prinzip reduziert sich hierdurch die Bodendichte, was u. a. zu einer steileren Scherebene und einer Absenkung der Scherebene innerhalb des Hangs führt. Die Berechnungsart zum Hangrutsch wird dadurch bestätigt, dass die ermittelte Scherebene und die dargestellte Rutschebene in dem Profilschnitt ‚nachher' überwiegend identisch verlaufen, siehe Abb. 143, S. 232.

In beiden Fällen gibt es eindeutige Ergebnisse, die unter Anwendung der derzeitigen Regelwerke der Geotechnik nicht zu erbringen gewesen wären, d. h. aber auch, selbst unter Einhaltung der Regelwerke wären beide Unglücke nicht vermeidbar gewesen. Damit bleibt festzustellen, dass die Kraftermittlungen nach Erddruck-Theorie nicht nur exakte Berechnungsgrundlagen zur Bemessung von Bauwerken bringen, sondern auch Anwendungsbereiche erschließen, die weit über den Rahmen der derzeitigen Erddruck-Lehre hinausgehen.

Nach dem Ergebnis der Studie dürfte Anlass bestehen, in der Fachwelt über die aufgezeigten Fehleinschätzungen in den Grundlagen der Erddruck-Lehre und der hieraus entwickelten Berechnungsvorlage ‚Eurocode 7' zu diskutieren.

Es ist zudem bemerkenswert, dass es bis heute trotz vieler anderer Publikationen zum Thema ‚Erddruck' keine geschlossene Erddruck-Theorie gibt, bei der man auf empirische Werte bei der Erddruckberechnung verzichten kann. Die vorgestellte neue Erddruck-Ermittlung hingegen ergänzt das Mehrphasensystem der Festkörperphysik, benötigt somit keine empirischen Bodenkennwerte und folgt ausschließlich den anerkannten physikalischen Grundlagen. Bei dieser Theorie steht das reale Bodenverhalten im Einklang mit den errechneten Erdkräften.

Begriffe zur Erddruck-Theorie

Um Verwechslungen bei der Gegenüberstellung der Erddruck-Lehre und der neuen Erddruck-Theorie möglichst zu vermeiden, sind bestehende Begriffe durch andere Bezeichnungen ersetzt worden. Die neuen Begriffe und Begriffsbedeutungen werden nachstehend beschrieben.
Sollte die neue Erddruck-Theorie Anerkennung in der Fachwelt finden, wäre eine Angleichung der gewählten Begriffe und deren Kürzel an die bestehenden Normen der Physik, der Mathematik sowie der Geologie auf einfache Art durchführbar.

- **Boden** ist als Oberbegriff für alle Bodenarten zu verstehen, vom harten Felsgestein bis hin zum Urstaub im trockenen Zustand oder behaftet mit Adsorptions- oder Adhäsionswasser.
- **Urstaub** beschreibt eine Bodenart, die als Endprodukt der Destruktion eines harten Felsgesteins gesehen wird, d. h. 1 m³ Felsgestein verteilt sich auf eine Staubmenge von 100 m³ (Festkörperanteil von Staub $Vf = 0{,}01$ m³).
- **Standfeste Bodenkörper** besitzen im Gegensatz zu ‚festen oder starren Körpern' mehr oder weniger Porenanteile Vl, die zur Instabilität der Bodenart und damit zum Spannungsaufbau im Erdreich führen.
- **Raumteile** sind geeignet, Böden in ihre Bestandteile zu zerlegen und neu über die Volumina von Feststoff Vf und Poren Vl zu formen. Hierbei wird erkennbar, dass jede Destruktion des Urgesteins dessen Volumen verändert und damit eine neue Bodenart entstehen lässt. Da das Feststoffvolumen gleich bleibt, muss sich das Porenvolumen an das neue Volumen anpassen. Bodenverdichtungen oder Bodenauflockerungen stehen damit ausschließlich im Zusammenhang mit dem Porenvolumen. Auch nur das Porenvolumen kann Wasser aufnehmen oder wieder abgeben.
- **Gewichtsteile** ergeben sich aus der Multiplikation der Raumteile eines Bodens mit den anteiligen Dichten des harten Basaltgesteins $p_{90} = 3{,}00$ t/m³, des Wassers $p_w = 1{,}00$ t/m³ und/oder der Luft $p_0 = 0{,}00$ t/m³.
- **Dichte** errechnet sich über die Addition der Gewichtsteile eines Bodens, wobei das Feststoffvolumen Vf mit der Steindichte $p_{90} = 3{,}00$ t/m³ und der Fallbeschleunigung g multipliziert wird, das Porenwasser mit der Wasserdichte $p_w = 1{,}00$ t/m³ und g sowie die vom Wasser unbesetzten Poren mit der Gasdichte $p_0 = 0{,}00$ t/m³.

- **Erdblock** stellt einen Erdkörper dar, dessen Volumen $V = a \cdot b \cdot h$ dividiert durch die Berechnungstiefe a die Ansichtsfläche A ($A = V/a$) und dessen Blockhöhe h dividiert durch die Blockbreite b den Tangens des Neigungswinkels β ergibt. Die natürliche Neigungs- bzw. Reibungsebene teilt die Ansichtsfläche A diagonal, so dass in der Keilfläche oberhalb der Neigungsebene die aktiven Kräfte wirken und in der Keilfläche unterhalb der Neigungsebene die reaktiven Kräfte. Die aktiven und die reaktiven Erdspannungen wirken in konträre Richtungen und halten damit das Gleichgewicht in dem Erdblock.
- **Geländeebene** entspricht der Geländeoberkante und zeigt in der Regel die obere Begrenzung eines Erdblocks an.
- **Basisebene** stellt die untere Begrenzung des Erdblocks dar, wobei die Block- oder Keilhöhe h den Abstand zur Geländeebene bestimmt.
- **Neigungs- bzw. Reibungsebene** mit dem **Neigungswinkel** β teilt die Fläche des Erdkörpers diagonal in den aktiven und den reaktiven Erdkeil.
- **Hangabtriebsebene** mit der **Hangabtriebskraft** FH und der gegenläufigen **Reaktionskraft** Rv belegt den unteren Abschnitt der Neigungsebene. Sie beginnt dort, wo die Normalkraftebene rechtwinklig auf die Neigungsebene aufsetzt, und endet auf der Basisebene am Fußpunkt des Keils.
- **Normalkraftebene** im stehenden Erdkeil beginnt an der lotrechten Wand (Bezugsachse) in der Höhe der Geländeebene und fällt unter dem Winkel ($90° - \beta$) bis zur Neigungsebene ab, wo sie rechtwinklig auf die Neigungsebene auftrifft. Die Normalkraft wird mit FN bezeichnet.
- **Scherebene** bildet sich in freier Natur aus, wenn dem Boden innerhalb eines Erdblocks der Halt an der ihn stützenden Wand genommen wird und er zu einem liegenden Erdkeil abgleitet. Die Oberfläche des Keils wird als Scherebene benannt, vorausgesetzt, der Boden lockert durch seine Bewegung nicht auf. Der Scherwinkel s errechnet sich aus $\tan s = (\tan \beta)/2$.
- **Schütt- oder Böschungsebene** grenzt wie die Scherebene den liegenden Erdkeil nach oben hin ab. Die Begriffe wurden gewählt, um damit anzuzeigen, dass sich das Bodenvolumen durch Auflockerung oder Verdichtung verändert hat.
- **Neigungswinkel** β wird gemessen zwischen der Basisebene und der aufsteigenden Neigungsebene. Sein Tangens entspricht der Reibungszahl μ der

jeweiligen Bodenart im trockenen Zustand. Natürliche oder künstliche Einflüsse auf den Bodenhaushalt (Auflockerungen oder Verdichtungen) verändern den Neigungswinkel in ähnlicher Weise wie die Aufnahme von Porenwasser oder der Auftrieb bei Böden unter Wasser.

- **Scherwinkel** *s* errechnet sich über den halben Tangens des Neigungswinkels und steht damit im direkten Verhältnis zur Erdmasse eines Erdkeils, d. h. gleitet Boden aus einem ‚stehenden Erdkeil' ab, so verbleibt die halbe Masse im stehenden Keil und die andere Hälfte bewegt sich über die lotrechte Wand hinweg zur Basisebene.
- **Kraftzahl** *gi* ist eine Berechnungsgröße, mit der sich Kräfte innerhalb eines Erdkeils in Kraftmeter oder Kraftmeter in Kräfte umrechnen und maßstäblich darstellen lassen. Die Kraftzahl wird mit den Buchstabenergänzungen *git, gii*, *gin* und *giw* bedacht.

Der Umfang der Anwendungsmöglichkeiten der ‚Erddruck-Theorie' macht es erforderlich, die zahlreichen Begriffe durch Buchstaben oder Buchstabenfolgen zu erweitern. So wird der jeweilige Bodenzustand dargestellt mit den Buchstaben *t* = trocken, *i* = mit Wasser infiltriert und *n* = nass, d. h. Poren sind mit Wasser vollständig angereichert. So wurden gewählt: Trockendichte *ptg*, Feuchtdichte *pig*, Nassdichte *png,* Feuchtdichte unter Wasser *piwg* und Nassdichte unter Wasser *pnwg.*

Ferner werden bezeichnet: das harte Felsgestein mit *f*, das Wasser mit *w* und Gase/Luft mit *l*. Andere Buchstaben weisen auf die Lage der Maße, Flächen oder Kräfte im Berechnungssystem hin (links *l*, mittig *m*, rechts *r*, oben *o* und unten *u*). Der Buchstabe *e* zeigt an, dass eine Auflast/Ersatzlast den Erdkeil belastet.

Weitere Namensgebungen werden an gegebener Stelle vorgestellt.

Literaturangaben

Verwendete Quellen

Zur Darstellung der ‚Lehrmeinung zum Erddruck' wurden vorzugsweise die nachstehenden Abhandlungen der Technischen Universität München (TUM) gewählt.

[1] TUM München, Lehrstuhl für Grundbau, Bodenmechanik, Felsmechanik und Tunnelbau – Zentrum Geotechnik, *http://www.lrz.de/ (PDFs)*

E Klassifikation von Boden und Fels
G Flachgründungen (DIN 1054:2005)
I Scherfestigkeit
J Grundlagen geotechnischer Entwürfe und Ausführungen
K Einfache Flachgründungen
N Tiefgründungen, Pfähle und Anker
P Erddruck
S Statik von Tunnelbauwerken

[2] Christian Berger u. Johannes Lohaus (2004), Zustand der Kanalisation – Ergebnisse der DWA-Umfrage; Korrespondenz Abwasser Abfall; ISSN: 1616–430X; Jg. 52, Nr. 5, 2005, S. 528-539 (10).

[3] Christian Berger u. Christian Falk (2009), Deutsche Vereinigung für Wasserwirtschaft, Abwasser und Abfall e.V. (DWA), Zustand der Kanalisation in Deutschland – Ergebnisse der DWA-Umfrage 2009', *http://de.dwa.de/tl_files/_media/content/PDFs/Abteilung_AuG/Zustand-der-Kanalisation-in-Deutschland–2009.pdf.*

[4] Wolfgang Fellin (2007), Bodenmechanik und Grundbau, Übung 1, Skript, Universität Innsbruck, *ftp://ftp.uibk.ac.at/pub/uni-innsbruck/igt/skripten/bmgb1.pdf*

[5] H. Frank (6:2001), Bodenmechanik und Erddruckberechnung, Skript, Technische Hochschule Mittelhessen (Gießen – Friedberg), *http://homepages.thm.de/~hg8195/Skripte/Boden.pdf*

[6] Technische Universität Darmstadt, Werkstoffe und Mechanik im Bauwesen, (3:2003), *http://www.iwmb.tu-darmstadt.de/media/iwmb/l/boden_ufm/Kap_2_-_Bodenphysik.pdf*

[7] Frank Jablonski, Mohr'scher Spannungskreis (Seiten 385-412), Skript, Uni Bremen, Natur und Technik, *http://www.mechanik.uni-bremen.de*

[8] Theodor Triantafyllidis (4:2011), Formelsammlung zur Vorlesung Bodenmechanik 1, Karlsruher Institut für Technologie, *http://www.ibf.uni-karlsruhe.de/downloads/skripten/bm1_formeln.pdf*

[9] Heiner Siedel (3:2012), Einführung Technische Gesteinskunde, Skript, TU Dresden, *http://www.tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_bauingenieurwesen/geotechnik/geologie/studium/vorlesungen/geologie/dateien/gestkunde/abschnitt1.pdf*

[10] Heiner Siedel (3:2012), Technische Eigenschaften von Naturstein und Prüfverfahren, Skript, TU Dresden, *http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_bauingenieurwesen/ geotechnik/geologie/studium/vorlesungen/geologie/dateien/gestkunde/abschnitt3.pdf*

[11] So entwickelte sich das Desaster von Nachterstedt, Zentrum für Satellitengestützte Kriseninformation, Vorbereitung des Tagebaurestloches Nachterstedt/Schadeleben für die Flutung, *http://www.ecm-ing.com/ursachen/* und *http://www.ecm-ing.com/grundbruch/*

[12] EffJot (7:2009), Geologische Karten zu Nachterstedt, *http://blog.effjot.net/2009/07/geologische-karten-zu-nachterstedt/*'

Verwendete Quellen

[13] Mitteldeutsche Zeitung (04.05.2013), Gutachterstreit schwelt weiter, Artikel *www.mz–web.de/Unfall–Nachterstedt*

[14] Mitteldeutsche Zeitung (29.11.2013), LMBV-Gutachten schließt Altbergbau als Unglücksursache aus, Artikel mit Hinweisen auf Lagerungsdichte des Verfüllmaterials und Grundwasserströme, *http://www.mdr.de/nachrichten/gutachten-nachterstedt100_zc-e9a9d57e_zs-6c4417e7.htm*

[15] Horst Kuchling (2001), Taschenbuch der Physik, 17. Auflage, Buchverlag Leipzig ISBN 3-446-21760-6.

[16] Norbert Giesler (3:2005), Erddruck nach dem physikalischen Gesetz der ‚geneigten Ebene', Artikel, tis – Tiefbau – Ingenieurbau – Straßenbau, *six4.bauverlag.de/sixcms_4/sixcms_upload/media/.../giesler_0305.pdf/erddruck*

[17] Norbert Giesler (3:2010), Zeit für eine neue Erddruck-Lehre, Artikel, tis – Tiefbau – Ingenieurbau – Straßenbau*, www.unitracc.de/aktuelles/artikel/zeit-fuer-eine-neue-erddruck-lehre?*

Zeitnahe Literatur

Zeitnahe Literatur zum Erddruck, die sich des **Erdbeiwertes K_o** oder der **Mohr-Coulomb'schen Bruchbedingung** bedient, wurde vom Verfasser zur Kenntnis genommen, aber nicht weiter verfolgt, da beide Begriffe auf eine unveränderte Übernahme der derzeitigen Erddruck-Lehre hindeuten.
Die aufgeführte zeitnahe Literatur beinhaltet wohl Ergänzungen zur Erddruck-Lehre, die aber nach Sicht des Verfassers Neuerungen im Sinne der Erddruck-Theorie nicht erkennen lassen.

Bernd Schuppener (3:2013), Grundlagen für geotechnische Nachweise im Verkehrswasserbau, Bundesanstalt für Wasserbau, Normen-Handbuch zu Eurocode 7 und DIN 1054:2010, *http://vzb.baw.de/publikationen.php?file=mitteilungsblaetter/0/schuppener_Normen-Handbuch.pdf*

Christian Moormann (4:2010), Die geotechnische Normung auf dem Weg zum Eurocode 7, Universität Stuttgart, *http://www.uni-stuttgart.de/igs/content/publications/191.pdf*

Weitere Literatur

Aktionsgemeinschaft Impulse pro Kanalbau München (4:2013); Forderungskatalog – Impulse pro Kanalbau, *http://www.impulse-pro-kanalbau.de/app*

Jean-Pierre Burg (2008/2009), Festigkeitsprofile der Lithosphäre, Skript, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Struktural Geologie und Tektonik, *http://www.structuralgeology.ethz.ch/BurgJeanPierre_rheolprof.pdf*

H. Czurda u. R. Biehl (3:2000), Erd- und grundbautechnische Aspekte beim Bau von Logistikhallen, Skript, Ingenieur-Gemeinschaft ICP, Karlsruhe, *www.icp-ing.de*

Fabian Kirsch (2:2012), Auswahl-Kriterien, Risiken sowie Prüf- und Sanierungsmöglichkeiten bei der Anwendung von Tiefbaugründungen im Brückenbau (Pfahlgründungen), Skript, Technische Universität Braunschweig sowie Consult GmbH Braunschweig, *http://www.gudconsult.de/uploads/media/00128_d.pdf*

H. S. Müller u. M. Beitzel (5:2006), Neue Erkenntnisse zum Frischbetonverhalten, Skript, Uni Karlsruhe, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie *http: digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/documents/559965*

Weitere Literatur

Rolf Katzenbach (2:2009), Erddruck IV, Skript, Institut und Versuchsanstalt für Geotechnik der TU Darmstadt,
http://www.geotechnik.tu-darmstadt.de/media/institut_und_versuchsanstalt_fuer_geotechnik/studiumundlehre_1/musterloesungen/umweltgeotechnik_3/06_-_Erddruck_12-02-09.pdf

Günter Kunze (2012), Einführung in die bodenphysikalischen Grundlagen, Skript, Technische Universität Dresden, Professur für Baumaschinen- und Fördertechnik,
www.springer.com/cda/content/.../cda.../9783834815927-c1.pdf?...0...

Christian Moormann (11:2012), Bauliche Maßnahmen zur Bergung der Archivalien und zur Erkundung der Schadensursache, Baugrundtagung; Einsturz des Stadtarchivs in Köln; Artikel ,Institut für Geotechnik der Universität Stuttgart,
http://www.uni-stuttgart.de/igs/content/publications/221_CM_Baugrundtagung.pdf

Dr.-Ing. Bernhard Odenwald (3:2013), Einwirkungen und Beanspruchungen aus Grundwasser und Oberflächenwasser, Skript, Bundesanstalt für Wasserbau Karlsruhe, BAW-Kolloquium, Neue Normen und Regelwerke in der Geotechnik,
http://vzb.baw.de/publikationen/kolloquien/0/Odenwald%20Einwirkungen.pdf

Thomas Richter (2:2011), Neue Bemessungskonzepte – DIN 1054, Skript, Geotechnik und Dynamik Consult GmbH, Brandenburgische Ingenieurkammer,
http://www.gudconsult.de/uploads/media/00081_d.pdf

Ulrich Simon u. Mathias Bernhard Wieland (2011/2012), Spannungs- und Dehnungstransformation, (Mohr'scher Spannungskreis), Skript, Statik Universität Ulm und Ulmer Zentrum für wissenschaftliches Rechnen; Mathematische Modellbildung und Simulation in der Mechanik,
http://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/uzwr/mmsm/mmsm1-ws1112/Skript-MMSM1.pdf,
http://www.uni-magdeburg.de/ifme/l-dynamik/grundkurs/Matrikel_11/Semester_2/Vorlesung/festigkeit_s176-204.pdf

Vertiefungsblock Ökologische Bodenphysik (WS/2003), Skript, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, Professur für Bodenökologie; Bodenphysik,
http://www.bodenkunde.uni-freiburg.de/objekte/blockphys

DIN 1054 (2010-12): Baugrund – Sicherheitsnachweise im Erd- und Grundbau

DIN 1926 (2007-03): Prüfverfahren für Naturstein – Bestimmung der einachsigen Druckfestigkeit

DIN 4085 (2011-05) und DIN E 4085: Baugrund – Berechnung des Erddrucks

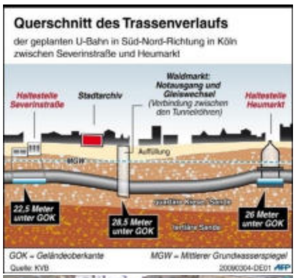
DIN 18196 (2009-03), DIN 18300 (2008-09), DIN 18301 (2012-09) u. DIN 18311 (2008-09).

Grafiken

[A] Deutsche Forschungsgesellschaft für Bodenmechanik (Degebo) an der Technischen Universität Berlin, Heft 28, S. 122, ‚Bilder zum Grundbruch'.
http://aux.uibk.ac.at/geotechnik/geotechnik1/grundbruch.html

zu A Uni Dresden, Institut für Geotechnik, Vorlesungsskript: 3: ‚Eigenschaften von Böden'
mit Belastungsversuchen der Degebo (nicht mehr über Webseite der Uni Dresden zugänglich)

Grafiken

[B] 

Panorama Infografik: Querschnitt der Kölner U-Bahntrasse.
http://www.n24.de/n24/Nachrichten/Panorama/d/636592/infografik--querschnitt-der-koelner-u-bahntrasse.html

[C] 

Köln Nachrichten: **Nord-Süd-Stadtbahn**: koeln-nachrichten.de
Blick in die Baugrube am Waidmarkt vor der Einrichtung des Bergungs- und Besichtigungsbauwerks. Bild: Archiv Köln Nachrichten
http://www.koeln-nachrichten.de/assets/images/Lokales/2010/Maerz/02032010_NordSuedstadtbahn2_kl.jpg

[D] 

Baugrube mit Zwischendecke
http://www1.wdr.de/themen/archiv/sp_stadtarchiv_ubahn/archiveinsturz548_v-TeaserAufmacher.jpg

[E] 

Kirchturm von St. Johann Baptist in Köln

Der schiefe Turm von Köln; Foto:
http://www.koeln-magazin.info/uploads/pics/schiefer_turm.jpg

[F] 

EXPRESS zeigt zwei Details aus dem Gutachter-Film, etwa eine stark beschädigte Schlitzwand – direkt dort, wo das Archiv stand und der Kies eindringen konnte. Foto: KVB
http://lh5.ggpht.com/mfKFLSkAXmaC3qbC8L3244MKtGFZqpngfpG7Xd_ZLLaXm-FaEJt-f4ymoglQbhzppnvr6g=s113

[G] 

Bilderserie zum Einsturz des Archivs in Köln:
http://koeln-magazin-info/stadtarchiv-koeln.html

http://Querschnitt-N24.de/Infografik:Querschnitt der Kölner U-Bahntrasse.

[H] Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR); Hochgenaue Luftbilder des Nachterstedter Erdrutschgebiets „Vergleichskarte Nachterstedt, Profilschnitte vorher und nachher“
http://www.zki.dlr.de/de/article/936 und
http://www.dlr.de/desktopdefault.aspx/tabid-5105/8598_read-18849/24.07.2009 – Luftbild-Vergleichskarte Nachterstedt, vorher und nachher.

[J] Bilderserie Nachterstedt unter: http://www.n-tv.de/mediathek/bilderserien/nachterstedt.

Anlage 1

Raum- und Gewichtsteile von Böden

Bodenarten entstehen durch den Zerfall von Felsgesteinen
Bodeneigenschaften bestimmen sich über das Verhältnis
von Feststoff- zu Porenvolumen

Berechnungen
bezogen auf die Körpertiefe a = 1,00 m.

Vf	Feststoffvolumen m³
Vl	Porenvolumen m³ (gefüllt mit Luft, Gas oder Wasser)
tan ßt	Tangens des Neigungswinkels trockener Böden, tan ßt = Vf / Vl
tan ßn	Tangens des Neigungswinkels nasser Böden, tan ßn = Vf / (Vl + Vl /3)
ptg	Gewichtsteil trockener Böden, ptg = Vf • 3,00 t/m³ (Felsdichte)
pwg	Gewichtsteil des Wassers im Boden, pwg = Vl • 1,00 t/m³
png	Gewichtsteil nasser Böden, png = ptg + pwg t/m³
ptng	Gewichtsteil des Bodens bei Auftrieb, ptng = Vf • (3,00 -1,00) t/m³
pnwg	Gewichtsteil des Bodens unter Wasser, pnwg = ptng + pwg t/m³

Bodenarten von Fels bis Urstaub und Urstaub unter Wasser	Neigungswinkel trockener Böden		Scherwinkel		Ermittlung der Raumteile				V-Zuwachs		Raumteile		Gewichtsteile					Winkel nasser Böden			Winkel nasser Böden unter Wasser			
					Höhe	Breite	Breite	Vf₉₀																
	ßt	tan ßt	tan st	st	h	b	Δb	Vo	ΔV	Vp	Vf	Vl	ptg	pwg	png	ptwg	pnwg	tan ßn	ßn	sn	tan ßnw	ßnw	snw	g
			tan ßt/2				h / tan	h • b	h • Δb	Vo+ΔV	Vo / ∑V	ΔV / ∑V						Vf /(Vl+Vl/3)			↓ 2/3 • Vf / (Vl • 1,333 -Vl/2)			
					m	m	m	m³	m³	m³	m³	m³	t/m³	t/m³	t/m³	t/m³	t/m³							m/s²
Fels, hart fest	89,4	95,5	47,7	88,8	1,00	1,00	0,01	1,00	0,01	1,01	0,99	0,01	2,97	0,01	2,98	1,98	1,99	71,62	89,2	88,4	76,42	89,3	88,5	9,807
Fels, schwer lösbar	85,0	11,43	5,72	80,1	1,00	1,00	0,09	1,00	0,09	1,09	0,92	0,08	2,76	0,08	2,84	1,84	1,92	8,573	83,3	76,9	9,148	83,8	77,7	9,807
Fels, normal lösbar	80,0	5,671	2,84	70,6	1,00	1,00	0,18	1,00	0,18	1,18	0,85	0,15	2,55	0,15	2,70	1,70	1,85	4,253	76,8	64,8	4,539	77,6	66,2	9,807
Geröll, dicht gelager	75,0	3,732	1,87	61,8	1,00	1,00	0,27	1,00	0,27	1,27	0,79	0,21	2,37	0,21	2,58	1,58	1,79	2,799	70,3	54,5	2,987	71,5	56,2	9,807
Geröll, lose gelagert	70,0	2,747	1,37	53,9	1,00	1,00	0,36	1,00	0,36	1,36	0,73	0,27	2,20	0,27	2,47	1,47	1,73	2,061	64,1	45,9	2,199	65,5	47,7	9,807
Kies, fest gelagert	65,0	2,145	1,07	47,0	1,00	1,00	0,47	1,00	0,47	1,47	0,68	0,32	2,05	0,32	2,36	1,36	1,68	1,608	58,1	38,8	1,716	59,8	40,6	9,807
Kies, lose gelagert	60,0	1,732	0,87	40,9	1,00	1,00	0,58	1,00	0,58	1,58	0,63	0,37	1,90	0,37	2,27	1,27	1,63	1,299	52,4	33,0	1,386	54,2	34,7	9,807
Kies, schluffig	55,0	1,428	0,71	35,5	1,00	1,00	0,70	1,00	0,70	1,70	0,59	0,41	1,76	0,41	2,18	1,18	1,59	1,071	47,0	28,2	1,143	48,8	29,7	9,807
Boden, bindig plast.	50,0	1,192	0,60	30,8	1,00	1,00	0,84	1,00	0,84	1,84	0,54	0,46	1,63	0,46	2,09	1,09	1,54	0,894	41,8	24,1	0,954	43,6	25,5	9,807
Boden, bindig weich	45,0	1,000	0,50	26,6	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	0,50	0,50	1,50	0,50	2,00	1,00	1,50	0,750	36,9	20,6	0,800	38,7	21,8	9,807
Boden, bindig breiig	40,0	0,839	0,42	22,8	1,00	1,00	1,19	1,00	1,19	2,19	0,46	0,54	1,37	0,54	1,91	0,91	1,46	0,629	32,2	17,5	0,672	33,9	18,6	9,807
Löß, breiig	35,0	0,700	0,35	19,3	1,00	1,00	1,43	1,00	1,43	2,43	0,41	0,59	1,24	0,59	1,82	0,82	1,41	0,525	27,7	14,7	0,560	29,3	15,7	9,807
Löß, fließfähig	30,0	0,577	0,29	16,1	1,00	1,00	1,73	1,00	1,73	2,73	0,37	0,63	1,10	0,63	1,73	0,73	1,37	0,433	23,4	12,2	0,462	24,8	13,0	9,807
Löß, wässrig	25,0	0,466	0,23	13,1	1,00	1,00	2,14	1,00	2,14	3,14	0,32	0,68	0,95	0,68	1,64	0,64	1,32	0,350	19,3	9,92	0,373	20,5	10,6	9,807
Urstaub u. Wasser	20,0	0,364	0,18	10,3	1,00	1,00	2,75	1,00	2,75	3,75	0,27	0,73	0,80	0,73	1,53	0,53	1,27	0,273	15,3	7,77	0,291	16,2	8,29	9,807
Urstaub u. Wasser	15,0	0,268	0,13	7,63	1,00	1,00	3,73	1,00	3,73	4,73	0,21	0,79	0,63	0,79	1,42	0,42	1,21	0,201	11,4	5,74	0,214	12,1	6,12	9,807
Urstaub u. Wasser	10,0	0,176	0,09	5,04	1,00	1,00	5,67	1,00	5,67	6,67	0,15	0,85	0,45	0,85	1,30	0,30	1,15	0,132	7,53	3,78	0,141	8,03	4,04	9,807
Urstaub u. Wasser	5,00	0,087	0,04	2,50	1,00	1,00	11,4	1,00	11,4	12,4	0,08	0,92	0,24	0,92	1,16	0,16	1,08	0,066	3,75	1,88	0,070	4,01	2,01	9,807
Urstaub u. Wasser	0,60	0,010	0,01	0,30	1,00	1,00	95,5	1,00	95,5	96,5	0,01	0,99	0,03	0,99	1,02	0,02	1,01	0,008	0,45	0,23	0,008	0,48	0,24	9,807
Urstaub u. Wasser	0,10	0,002	0,00	0,05	1,00	1,00	573	1,00	573	574	0,00	1,00	0,01	1,00	1,00	0,00	1,00	0,001	0,08	0,04	0,001	0,08	0,04	9,807

Anlage 2

Kräfte und Kraftmeter von trockenen Böden

gegen eine 10,0 m hohe Wand.
Ermittelt nach physikalischer Ebene
und den Ergänzungen (ß < 45°).

Berechnungen
bezogen auf die Körpertiefe a = 1,00 m.

Gi	Ao • ptg • g
FN	Gewichtskraft Gi • cos ßt
FH	Gewichtskraft Gi • sin ßt
Hv	Gewichtskraft Gi • sin² ßt
Nv	Gewichtskraft Gi • cos² ßt
Hf	Gewichtskraft Gi • sin ßt • cos ßt
git	Kraftzahl Gi / h
	Kraftmeter: Kraft Gi / git

Bodenarten von Fels bis Urstaub und Urstaub unter Wasser	Neigungs-winkel ßt	tan ßt	Ermittlung der Gewichtskraft Gi: Höhe h (m)	Breite bo (m)	Fläche Ao (m²)	Dichte ptg (t/m³)	Kraft Gi (kN)	sin ß	cos ß	sin² ß	cos² ß	sin • cos	Ermittlung der Kräfte: Kraft FN	Kraft FH	Kraft Hv	Kraft Nv	Kraft Hf	Kraftzahl git (kN/m²)	Ermittlung der Kraftmeter: fn (m)	fh (m)	hv (m)	nv (m)	hf (m)
Fels, hart fest	89,4	95,49	10,0	0,10	0,52	2,97	15,2	1,000	0,010	1,000	0,000	0,010	0,16	15,24	15,24	0,002	0,160	1,52	0,10	10,0	10,00	0,00	0,10
Fels, schwer lösbar	85,0	11,43	10,0	0,87	4,37	2,76	118	0,996	0,087	0,992	0,008	0,087	10,3	117,9	117,4	0,899	10,28	11,8	0,87	9,96	9,92	0,08	0,87
Fels, normal lösbar	80,0	5,671	10,0	1,76	8,82	2,55	221	0,985	0,174	0,970	0,030	0,171	38,3	217,2	213,9	6,649	37,71	22,1	1,74	9,85	9,70	0,30	1,71
Geröll, dicht gelagert	75,0	3,732	10,0	2,68	13,40	2,37	311	0,966	0,259	0,933	0,067	0,250	80,5	300,3	290,0	20,82	77,72	31,1	2,59	9,66	9,33	0,67	2,50
Geröll, lose gelagert	70,0	2,747	10,0	3,64	18,20	2,20	393	0,940	0,342	0,883	0,117	0,321	134	368,9	346,6	45,92	126,2	39,3	3,42	9,40	8,83	1,17	3,21
Kies, fest gelagert	65,0	2,145	10,0	4,66	23,32	2,05	468	0,906	0,423	0,821	0,179	0,383	198	424,0	384,3	83,55	179,2	46,8	4,23	9,06	8,21	1,79	3,83
Kies, lose gelagert	60,0	1,732	10,0	5,77	28,87	1,90	538	0,866	0,500	0,750	0,250	0,433	269	466,3	403,8	134,6	233,2	53,8	5,00	8,66	7,50	2,50	4,33
Kies, schluffig	55,0	1,428	10,0	7,00	35,01	1,76	606	0,819	0,574	0,671	0,329	0,470	347	496,3	406,5	199,3	284,6	60,6	5,74	8,19	6,71	3,29	4,70
Boden, bindig plast.	50,0	1,192	10,0	8,39	41,95	1,63	671	0,766	0,643	0,587	0,413	0,492	431	514,1	393,9	277,3	330,5	67,1	6,43	7,66	5,87	4,13	4,92
Boden, bindig weich	45,0	1,000	10,0	10,00	50,00	1,50	736	0,707	0,707	0,500	0,500	0,500	520	520,1	367,8	367,8	367,8	73,6	7,07	7,07	5,00	5,00	5,00
Boden, bindig breiig	40,0	0,839	10,0	11,92	59,59	1,37	800	0,643	0,766	0,413	0,587	0,492	613	514,1	330,5	469,4	393,9	80,0	7,66	6,43	4,13	5,87	4,92
Löß, breiig	35,0	0,700	10,0	14,28	71,41	1,24	865	0,574	0,819	0,329	0,671	0,470	709	496,3	284,6	580,6	406,5	86,5	8,19	5,74	3,29	6,71	4,70
Löß, fließfähig	30,0	0,577	10,0	17,32	86,60	1,10	933	0,500	0,866	0,250	0,750	0,433	808	466,3	233,2	699,5	403,8	93,3	8,66	5,00	2,50	7,50	4,33
Löß, wässrig	25,0	0,466	10,0	21,45	107,2	0,95	1003	0,423	0,906	0,179	0,821	0,383	909	424,0	179,2	824,1	384,3	100,3	9,06	4,23	1,79	8,21	3,83
Urstaub u. Wasser	20,0	0,364	10,0	27,47	137,4	0,80	1079	0,342	0,940	0,117	0,883	0,321	1013	368,9	126,2	952,3	346,6	107,9	9,40	3,42	1,17	8,83	3,21
Urstaub u. Wasser	15,0	0,268	10,0	37,32	186,6	0,63	1160	0,259	0,966	0,067	0,933	0,250	1121	300,3	77,72	1082	290,0	116,0	9,66	2,59	0,67	9,33	2,50
Urstaub u. Wasser	10,0	0,176	10,0	56,71	283,6	0,45	1251	0,174	0,985	0,030	0,970	0,171	1232	217,2	37,71	1213	213,9	125,1	9,85	1,74	0,30	9,70	1,71
Urstaub u. Wasser	5,00	0,087	10,0	114,3	571,5	0,24	1353	0,087	0,996	0,008	0,992	0,087	1348	117,9	10,28	1342	117,4	135,3	9,96	0,87	0,08	9,92	0,87
Urstaub u. Wasser	0,60	0,010	10,0	954,9	4774	0,03	1456	0,010	1,000	0,000	1,000	0,010	1456	15,24	0,160	1456	15,24	145,6	10,00	0,10	0,00	10,00	0,10
Urstaub u. Wasser	0,10	0,002	10,0	5730	28648	0,01	1468	0,002	1,000	0,000	1,000	0,002	1468	2,56	0,004	1468	2,563	146,8	10,00	0,02	0,00	10,00	0,02

Anlage 3

Kräfte und Kraftmeter von nassen Böden

gegen eine 10,0 m hohe Wand.
Ermittelt nach physikalischer Ebene
und den Ergänzungen (ß < 45°).

Berechnungen
bezogen auf die Körpertiefe a = 1,00 m.

Gn	Ao • png • g
FN	Gewichtskraft Gn • cos ßn
FH	Gewichtskraft Gn • sin ßn
Hv	Gewichtskraft Gn • sin² ßn
Nv	Gewichtskraft Gn • cos² ßn
Hf	Gewichtskraft Gn • sin ßn • cos ßn
gin	Kraftzahl Gn / h
	Kraftmeter: Kraft Gn / gnt

Bodenarten von Fels bis Urstaub und Urstaub unter Wasser	Neigungs-winkel		Ermittlung der Gewichtskraft Gn										Ermittlung der Kräfte						Ermittlung der Kraftmeter				
			Höhe	Breite	Fläche	Dichte	Kraft						Kraft	Kraft	Kraft	Kraft	Kraft	Kraftzahl					
	ßn	tan ßn	h	bo	Ao	png	Gn	sin ß	cos ß	sin² ß	cos² ß	sin • cos	FN	FH	Hv	Nv	Hf	gin	fn	fh	hv	nv	hf
			m	m	m²	t/m³	kN											kN/m²	m	m	m	m	m
Fels, hart fest	89,2	71,62	10,00	0,140	0,698	2,979	20,40	1,000	0,014	1,000	0,000	0,014	0,28	20,4	20,4	0,00	0,28	2,04	0,14	10,00	10,00	0,00	0,14
Fels, schwer lösbar	83,3	8,573	10,00	1,167	5,833	2,839	162,4	0,993	0,116	0,987	0,013	0,115	18,8	161	160	2,18	18,7	16,24	1,16	9,93	9,87	0,13	1,15
Fels, normal lösbar	76,8	4,253	10,00	2,351	11,76	2,700	311,3	0,973	0,229	0,948	0,052	0,223	71,2	303	295	16,3	69,4	31,13	2,29	9,73	9,48	0,52	2,23
Geröll, dicht gelagert	70,3	2,799	10,00	3,573	17,86	2,577	451,5	0,942	0,336	0,887	0,113	0,317	152	425	400	51,1	143	45,15	3,36	9,42	8,87	1,13	3,17
Geröll, lose gelagert	64,1	2,061	10,00	4,853	24,26	2,466	586,9	0,900	0,437	0,809	0,191	0,393	256	528	475	112	231	58,69	4,37	9,00	8,09	1,91	3,93
Kies, fest gelagert	58,1	1,608	10,00	6,217	31,09	2,364	720,7	0,849	0,528	0,721	0,279	0,448	381	612	520	201	323	72,07	5,28	8,49	7,21	2,79	4,48
Kies, lose gelagert	52,4	1,299	10,00	7,698	38,49	2,268	856,1	0,792	0,610	0,628	0,372	0,483	522	678	538	319	414	85,61	6,10	7,92	6,28	3,72	4,83
Kies, schluffig	47,0	1,071	10,00	9,336	46,68	2,176	996,3	0,731	0,682	0,534	0,466	0,499	680	728	532	464	497	99,63	6,82	7,31	5,34	4,66	4,99
Boden, bindig plast.	41,8	0,894	10,00	11,19	55,94	2,087	1145	0,666	0,746	0,444	0,556	0,497	854	763	509	637	569	114,5	7,46	6,66	4,44	5,56	4,97
Boden, bindig weich	36,9	0,750	10,00	13,33	66,67	2,000	1308	0,600	0,800	0,360	0,640	0,480	1046	785	471	837	628	130,8	8,00	6,00	3,60	6,40	4,80
Boden, bindig breiig	32,2	0,629	10,00	15,89	79,45	1,913	1490	0,533	0,846	0,284	0,716	0,451	1261	794	423	1067	672	149,0	8,46	5,33	2,84	7,16	4,51
Löß, breiig	27,7	0,525	10,00	19,04	95,21	1,824	1703	0,465	0,885	0,216	0,784	0,412	1508	792	368	1335	701	170,3	8,85	4,65	2,16	7,84	4,12
Löß, fließfähig	23,4	0,433	10,00	23,09	115,5	1,732	1961	0,397	0,918	0,158	0,842	0,365	1800	779	310	1652	715	196,1	9,18	3,97	1,58	8,42	3,65
Löß, wässrig	19,3	0,350	10,00	28,59	143,0	1,636	2294	0,330	0,944	0,109	0,891	0,312	2165	757	250	2044	715	229,4	9,44	3,30	1,09	8,91	3,12
Urstaub u. Wasser	15,3	0,273	10,00	36,63	183,2	1,534	2755	0,263	0,965	0,069	0,931	0,254	2658	726	191	2564	700	275,5	9,65	2,63	0,69	9,31	2,54
Urstaub u. Wasser	11,4	0,201	10,00	49,76	248,8	1,423	3471	0,197	0,980	0,039	0,961	0,193	3403	684	135	3337	671	347,1	9,80	1,97	0,39	9,61	1,93
Urstaub u. Wasser	7,53	0,132	10,00	75,62	378,1	1,300	4819	0,131	0,991	0,017	0,983	0,130	4778	632	82,8	4737	626	481,9	9,91	1,31	0,17	9,83	1,30
Urstaub u. Wasser	3,75	0,066	10,00	152,4	762,0	1,161	8675	0,065	0,998	0,004	0,996	0,065	8657	568	37,2	8638	567	868	9,98	0,65	0,04	9,96	0,65
Urstaub u. Wasser	0,45	0,008	10,00	1273	6366	1,021	63725	0,008	1,000	0,000	1,000	0,008	63723	500	3,93	63721	500	6373	10,00	0,08	0,00	10,00	0,08
Urstaub u. Wasser	0,08	0,001	10,00	7639	38197	1,003	375905	0,001	1,000	0,000	1,000	0,001	#####	492	0,64	#####	492	37590	10,00	0,01	0,00	10,00	0,01